

DOI:10.11918/j.issn.0367-6234.201610036

自旋推进微纳卫星机理分析

梁振华, 廖文和, 张 翔

(南京理工大学 机械工程学院, 210094 南京)

摘 要:为解决微纳卫星在机动变轨过程中受到侧向干扰力矩的问题,选择自旋稳定的方式,降低卫星速度指向偏差.考虑到质量变化以及喷气阻尼力矩的影响,建立恒定推力下无轴向扭矩的微纳卫星自旋推进模型,得到角速度、欧拉角、角动量以及角速度和欧拉角最大值的解析解.应用实例进行数值分析,结果表明:所求得的解析解精度较高;在发动机点火过程中,侧向角速度和欧拉角呈周期性变化,其中侧向角速度振幅越来越小;角动量矢量指向曲线为一圆形,圆形的半径近似等于卫星速度增量指向偏差;高速自旋的微纳卫星动不平衡特性对卫星自旋机动过程影响较小;微纳卫星的外形越接近于圆盘状,卫星速度增量指向偏差越小,变轨精度越高.

关键词:微纳卫星;自旋推进;解析解;角动量;速度增量

中图分类号: V430 **文献标志码:** A **文章编号:** 0367-6234(2018)01-0127-07

Mechanism analysis on spinning thrusting micro-nano satellite

LIANG Zhenhua, LIAO Wenhe, ZHANG Xiang

(School of Mechanical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: To solve the problem of transverse torques on micro-nano satellites during orbital maneuver, the spin-stabilized method was selected to reduce velocity pointing error. Considering the effects of mass variation and jet damping, the spinning thrusting satellite model which subjected to constant force and zero axial torque was established. After that, the analytic solutions for angular velocity, angular momentum, asymptotic limits of angular velocity and Euler angle were obtained. The example was simulated and the results show that the analytic solutions are highly accurate. Besides, the transverse angular velocity and Euler angle are changing periodically, and the amplitude of transverse angular velocity decreases as the time is increasing. What's more, the curve of angular momentum vector pointing is a circle, and the radius is nearly equal to the satellite velocity increment pointing error. Also, the dynamic unbalance characters of the micro-nano satellite under high spin rate have little influence on the spinning maneuver process. As the micro-nano satellite becomes more disklike, the velocity increment pointing error can be decreased, and the accuracy of the orbit maneuver is raised.

Keywords: micro-nano satellite; spinning thrusting; analytic solutions; angular momentum; velocity increment

随着微纳卫星技术的不断发展,对卫星轨道机动能力提出了较高的要求.相较于推力小、总冲低的微推力器而言^[1],固体发动机由于密度冲量高、体积小、结构简单、工作时间短等优势,可以用于微纳卫星快速轨道机动、空间星座部署以及离轨装置等^[2-3].然而,由于发动机的安装误差、卫星质心偏差、发动机喷口偏离卫星主轴等原因,在点火过程中产生了侧向干扰力矩.在不施加任何稳定方式情况下,微纳卫星受到侧向干扰力矩后,导致其速度方向偏离设计方向,从而影响其飞行轨迹.为了降低微纳卫星在机动变轨过程中的速度指向偏差,可以选择自旋稳定控制方式^[4-5].

航天器通过自旋稳定降低速度指向偏差的研究已经发展数十年,并且部分已经在轨得到了验证^[6].在自旋推进过程中发动机推力恒定,航天器角速度越大,速度增量指向偏差越小^[7].Longuski 等^[8-11]在恒定侧向力矩、无轴向扭矩以及忽略喷气阻尼力矩的假设下,推导出自旋推进卫星欧拉角、角动量、惯性速度、惯性位移的解析解.根据所求得的解析解,研究了航天器自旋稳定过程中三轴方向的运动规律.此外,Longuski 又提出了使用双脉冲发动机来降低航天器速度指向偏差的方法,在发动机第一次点火结束后,航天器速度增量方向偏离设计方向一定的角度.维持航天器自旋角速度不变,使其绕自旋轴转过一定的角度后,进行第二次点火.通过合理的设计两次点火之间的时间间隔,使第二次点火所产生的速度增量指向偏差方向刚好与第一次相反,从而提高卫星在机动过程中的变轨精

收稿日期: 2016-10-11
基金项目: 南京理工大学自主科研专项(30916011101)
作者简介: 梁振华(1990—),男,博士研究生;
廖文和(1965—),男,教授,博士生导师
通信作者: 张 翔, zhxiang2002@126.com

度^[12-13]. 郜冶^[14-15]及 Thomson^[16]研究表明, 固体火箭发动机质量变化、喷气阻尼力矩以及内部燃气流对飞行器章动角度也会产生一定的影响. 对于常规大卫星而言, 由于其质量高、主惯量大, 在忽略卫星质量变化和喷气阻尼力矩的情况下所建立的理论模型, 对计算结果的影响较小^[8-13]. 而对于微纳卫星而言, 星上所携带的推进剂质量分数较高, 并且由于微纳卫星质量小, 发动机在工作过程中所产生的喷气阻尼力矩对卫星的作用就显得尤为重要.

本文开展了恒定推力作用下微纳卫星自旋推进机理研究, 根据所建立的理论模型, 结合仿真算例, 研究了微纳卫星自旋推进运动, 分析了微纳卫星自旋推进过程中速度增量指向偏差的影响因素, 对微纳卫星自旋机动有一个较深入的了解.

1 理论模型与解析解推导

如图 1 所示, 恒定推力作用下微纳卫星在自旋推进过程中为一绕固定点旋转的刚体, 令坐标系 $o-xyz$ 固定在微纳卫星上, 原点位于卫星质心, 3 个坐标轴方向分别对应星上 3 个主轴方向, 其中 z 轴为微纳卫星自旋轴. 发动机的推力大小为 F , 推力指向偏差角度为 α , 推力作用点偏移自旋轴的距离为 d , 喷口与卫星质心之间的距离为 h , 3 个轴方向上所受到的力矩分别为 M_x, M_y, M_z . 为了能够较为显著地突出微纳卫星在发动机点火过程中的运动, 设置惯性参考坐标系 $O-XYZ$ 的原点 O 位于初始时刻 $o-xyz$ 的原点, 3 个轴指向分别与初始时刻 $o-xyz$ 3 个轴指向一致, 在微纳卫星自旋机动过程中, X, Y, Z 轴指向恒定不变^[9].

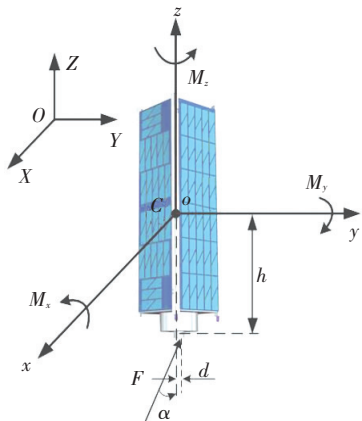


图 1 自旋推进微纳卫星模型

Fig.1 Model for spinning thrusting micro-nano satellite

考虑到推进剂质量损耗和发动机喷气阻尼力矩所产生的影响, 微纳卫星自旋推进欧拉动力学方程为^[17]

$$\begin{cases} \dot{\omega}_x(t) = M_x/I_x - [(I_z - I_y)/I_x]\omega_y\omega_z - [\dot{I}_x - \dot{m}(h^2 + d^2)]\omega_x/I_x, \\ \dot{\omega}_y(t) = M_y/I_y - [(I_x - I_z)/I_y]\omega_z\omega_x - (\dot{I}_y - \dot{m}h^2)\omega_y/I_y, \\ \dot{\omega}_z(t) = M_z/I_z - [(I_y - I_x)/I_z]\omega_x\omega_y - (\dot{I}_z - \dot{m}d^2)\omega_z/I_z. \end{cases} \quad (1)$$

由于发动机安装误差 d 较小, 忽略卫星 3 个轴方向上主惯量的变化, 对微分方程组 (1) 进行简化, 令

$$\begin{cases} [\dot{I}_x - \dot{m}(h^2 + d^2)]\omega_x/I_x = -\dot{m}(h^2 + d^2) = -\dot{m}h^2 = a, \\ (\dot{I}_y - \dot{m}h^2)\omega_y/I_y = -\dot{m}h^2 = a, \\ (\dot{I}_z - \dot{m}d^2)\omega_z/I_z = 0. \end{cases} \quad (2)$$

式中 a 为发动机点火过程中的喷气阻尼力矩大小. 发动机在工作过程中, 推力作用点与卫星质心之间距离 h 的变化较小, 因而在发动机质量流量一定的情况下, 喷气阻尼力矩为一恒定值. 对于轴对称微纳卫星而言, $I_x = I_y = I$, 令

$$k = (I_z - I)/I. \quad (3)$$

微纳卫星在发动机点火之前, 可以通过星上所安装的磁力矩器进行起旋^[17], 当达到卫星机动变轨所需要的自旋角速度后, 触发发动机点火. 因此, 在自旋推进过程中, z 轴上的力矩 M_z 为 0. 设置卫星自旋角速度的恒定, 令 $\omega_x(0), \omega_y(0)$ 均为 0, 根据式 (1) ~ (3) 求解出微纳卫星侧向角速度解析解分别为

$$\begin{cases} \omega_x = \frac{aM_x - IkM_y\omega_{z0}}{a^2 + I^2k^2\omega_{z0}^2} + \frac{\exp(-at/I)}{a^2 + I^2k^2\omega_{z0}^2} \cdot \{ (aM_y + IkM_x\omega_{z0}) \sin(k\omega_{z0}t) - (aM_x - IkM_y\omega_{z0}) \cos(k\omega_{z0}t) \}, \\ \omega_y = \frac{aM_y + IkM_x\omega_{z0}}{a^2 + I^2k^2\omega_{z0}^2} - \frac{\exp(-at/I)}{a^2 + I^2k^2\omega_{z0}^2} \cdot \{ (aM_x - IkM_y\omega_{z0}) \sin(k\omega_{z0}t) + (aM_y + IkM_x\omega_{z0}) \cos(k\omega_{z0}t) \}. \end{cases} \quad (4)$$

对于大卫星而言, 由于其 3 轴方向上的主惯量较大, 在发动机工作过程中 at/I 的值近似为 0, 此时 $\exp(-at/I)$ 等于 1, 因而喷气阻尼力矩对大卫星角运动的影响可以忽略不计. 根据式 (4) 可知, 卫星侧向角速度变化曲线为一振幅恒定的正弦曲线, 与文献^[18-20]分析结果一致. 然而, 对于微纳卫星而言, 卫星三轴方向上主惯量较小, at/I 值较大, 此

时 $\exp(-at/I)$ 的值对侧向角速度带来了一定的影响, 并且发动机工作时间越长, at/I 值越高, 卫星侧向角速度振幅也不断减少. 对解析解(4)进行化简, 设置 $M_y = 0, I_z < I$, 由于 a 较小, 在简化过程中忽略其高阶项, 从而得到发动机点火过程中, 微纳卫星侧向角速度最大值约为

$$\begin{cases} \omega_x \leq M_x \frac{a + (I - I_z) \omega_{z0}}{(I_z - I)^2 \omega_{z0}^2}, \\ \omega_y \leq \frac{a M_x}{(I_z - I)^2 \omega_{z0}^2}. \end{cases} \quad (5)$$

按照 3-1-2 欧拉变换顺序建立微纳卫星在惯性参考坐标系 $O - XYZ$ 内的运动方程为^[20]

$$\begin{cases} \dot{\phi}_x = \omega_x \cos \phi_y + \omega_z \sin \phi_y, \\ \dot{\phi}_y = \omega_y - (\omega_z \cos \phi_y - \omega_x \sin \phi_y) \tan \phi_x, \\ \dot{\phi}_z = (\omega_z \cos \phi_y - \omega_x \sin \phi_y) \sec \phi_x. \end{cases} \quad (6)$$

在自旋角速度 ω_{z0} 恒定的情况下, 微纳卫星在自旋推进过程中 ϕ_x, ϕ_y 较小, 对式(6)简化后可得

$$\begin{cases} \dot{\phi}_x = \omega_x + \omega_{z0} \phi_y, \\ \dot{\phi}_y = \omega_y - \omega_{z0} \phi_x, \\ \dot{\phi}_z = \omega_{z0}. \end{cases} \quad (7)$$

$o - xyz$ 与 $O - XYZ$ 两个坐标系在初始时刻重合, 即 $\phi_{x0}, \phi_{y0}, \phi_{z0}$ 均为 0, 因此根据方程组(7), 结合侧向角速度解析解(4), 求解出微纳卫星 x, y, z 轴方向上的欧拉角解析解分别为

$$\begin{cases} \phi_x = -A_{11} \cos(\omega_{z0} t) / C + A_{12} \sin(\omega_{z0} t) / C + \\ A_2 \cosh(2at/I) / C + A_{31} \cosh(2at/I) \exp(-at/I) \cdot \\ \cos((1+k)\omega_{z0} t) \cos(\omega_{z0} t) / C + A_{31} \cosh(2at/I) \cdot \\ \exp(-at/I) \sin((1+k)\omega_{z0} t) \sin(\omega_{z0} t) / C + \\ A_{32} \cosh(2at/I) \exp(-at/I) \cos((1+k)\omega_{z0} t) \cdot \\ \sin(\omega_{z0} t) / C - A_{32} \cosh(2at/I) \exp(-at/I) \cdot \\ \sin((1+k)\omega_{z0} t) \cos(\omega_{z0} t) / C, \\ \phi_y = B_{11} \cos(\omega_{z0} t) / C + B_{12} \sin(\omega_{z0} t) / C - \\ B_2 \cosh(2at/I) / C + B_{31} \cosh(2at/I) \cdot \\ \exp(-at/I) \cos((1+k)\omega_{z0} t) \cos(\omega_{z0} t) / C + \\ B_{31} \cosh(2at/I) \exp(-at/I) \sin((1+k)\omega_{z0} t) \cdot \\ \sin(\omega_{z0} t) / C - B_{32} \cosh(2at/I) \exp(-at/I) \cdot \\ \cos((1+k)\omega_{z0} t) \sin(\omega_{z0} t) / C + B_{32} \cosh(2at/I) \cdot \\ \exp(-at/I) \sin((1+k)\omega_{z0} t) \cos(\omega_{z0} t) / C, \\ \phi_z = \omega_{z0} t. \end{cases} \quad (8)$$

式中: $\cosh(2at/I)$ 为双曲余弦函数; $A_{11}, A_{12}, A_2, A_{31}, A_{32}, B_{11}, B_{12}, B_2, B_{31}, B_{32}, C$ 为关于 M_x, M_y, I, k, a

的参数, 其中 A 为

$$\begin{aligned} A_{11} &= a^3 M_y + a^2 I M_x \omega_{z0} + a^2 I k M_x \omega_{z0} + \\ &\quad a I^2 k^2 M_y \omega_{z0}^2 + I^3 k^2 M_x \omega_{z0}^3 + I^3 k^3 M_x \omega_{z0}^3, \\ A_{12} &= a^3 M_x - a^2 I M_y \omega_{z0} - a^2 I k M_y \omega_{z0} + \\ &\quad a I^2 k^2 M_x \omega_{z0}^2 - I^3 k^2 M_y \omega_{z0}^3 - I^3 k^3 M_y \omega_{z0}^3, \\ A_2 &= a^3 M_y + a^2 I k M_x \omega_{z0} + a I^2 M_y \omega_{z0}^2 + \\ &\quad 2a I^2 k M_y \omega_{z0}^2 + a I^2 k^2 M_y \omega_{z0}^2 + \\ &\quad I^3 k M_x \omega_{z0}^3 + 2I^3 k^2 M_x \omega_{z0}^3 + I^3 k^3 M_x \omega_{z0}^3, \\ A_{31} &= a^2 I M_x \omega_{z0} - a I^2 M_y \omega_{z0}^2 - 2a I^2 k M_y \omega_{z0}^2 - \\ &\quad I^3 k M_x \omega_{z0}^3 - I^3 k^2 M_x \omega_{z0}^3, \\ A_{32} &= a^2 I M_y \omega_{z0} + a I^2 M_x \omega_{z0}^2 + 2a I^2 k M_x \omega_{z0}^2 - \\ &\quad I^3 k M_y \omega_{z0}^3 - I^3 k^2 M_y \omega_{z0}^3; \end{aligned}$$

参数 B 为

$$\begin{aligned} B_{11} &= a^3 M_x - a^2 I M_y \omega_{z0} - a^2 I k M_y \omega_{z0} + a I^2 k^2 M_x \omega_{z0}^2 - \\ &\quad I^3 k^2 M_y \omega_{z0}^3 - I^3 k^3 M_y \omega_{z0}^3, \\ B_{12} &= a^3 M_y + a^2 I M_x \omega_{z0} + a^2 I k M_x \omega_{z0} + a I^2 k^2 M_y \omega_{z0}^2 + \\ &\quad I^3 k^2 M_x \omega_{z0}^3 + I^3 k^3 M_x \omega_{z0}^3, \\ B_2 &= a^3 M_x - a^2 I k M_y \omega_{z0} + a I^2 M_x \omega_{z0}^2 + 2a I^2 k M_x \omega_{z0}^2 + \\ &\quad a I^2 k^2 M_x \omega_{z0}^2 - I^3 k M_y \omega_{z0}^3 - 2I^3 k^2 M_y \omega_{z0}^3 - I^3 k^3 M_y \omega_{z0}^3, \\ B_{31} &= a^2 I M_y \omega_{z0} + a I^2 M_x \omega_{z0}^2 + 2a I^2 k M_x \omega_{z0}^2 - I^3 k M_y \omega_{z0}^3 - \\ &\quad I^3 k^2 M_y \omega_{z0}^3, \\ B_{32} &= a^2 I M_x \omega_{z0} - a I^2 M_y \omega_{z0}^2 - 2a I^2 k M_y \omega_{z0}^2 - \\ &\quad I^3 k M_x \omega_{z0}^3 - I^3 k^2 M_x \omega_{z0}^3; \end{aligned}$$

参数 C 为

$$C = \omega_{z0} (a^2 + I^2 k^2 \omega_{z0}^2) (a^2 + I^2 \omega_{z0}^2 + 2I^2 k \omega_{z0}^2 + I^2 k^2 \omega_{z0}^2).$$

从式(8)可以看出, 微纳卫星 x, y 轴方向上的侧向欧拉角变化规律一致, 由于解析解内存在双曲余弦函数和指数函数, 导致其变化规律较为复杂. 对式(8)进行化简, 求出在发动机点火过程中, 侧向欧拉角最大值约为

$$\begin{cases} \phi_x \leq M_x \frac{2I k^2 \omega_{z0} + a(1+k)}{I^2 \omega_{z0}^3 k^2 (1+k)}, \\ \phi_y \leq M_x \frac{2a(1+k) + I k \omega_{z0} (k-1)}{I^2 \omega_{z0}^3 k^2 (1+k)}. \end{cases} \quad (9)$$

微纳卫星在参考惯性坐标系 $O - XYZ$ 内的角动量矢量 H 为

$$H = \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} = R_{312} \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} = R_{312} \begin{bmatrix} I_x \omega_x \\ I_y \omega_y \\ I_z \omega_z \end{bmatrix}. \quad (10)$$

式中方向余弦矩阵 R_{312} 为^[20]

$$\mathbf{R}_{312} = \begin{bmatrix} \cos \phi_y \cos \phi_z - \sin \phi_x \sin \phi_y \sin \phi_z & -\cos \phi_x \sin \phi_z & \sin \phi_y \cos \phi_z + \sin \phi_x \cos \phi_y \sin \phi_z \\ \cos \phi_y \sin \phi_z + \sin \phi_x \sin \phi_y \cos \phi_z & \cos \phi_x \cos \phi_z & \sin \phi_y \sin \phi_z - \sin \phi_x \cos \phi_y \cos \phi_z \\ -\cos \phi_x \sin \phi_y & \sin \phi_x & \cos \phi_x \cos \phi_y \end{bmatrix}. \quad (11)$$

结合角速度和欧拉角的解析解,则微纳卫星角
动量解析解为

(13) 简化为

$$\begin{cases} H_x = [\cos \phi_y \cos(\omega_{z0} t) - \sin \phi_x \sin \phi_y \sin(\omega_{z0} t)] \cdot I\omega_x - \cos \phi_x \sin(\omega_{z0} t) \cdot I\omega_y + [\sin \phi_y \cos(\omega_{z0} t) + \sin \phi_x \cos \phi_y \sin(\omega_{z0} t)] \cdot I_z \omega_{z0}, \\ H_y = [\cos \phi_y \sin(\omega_{z0} t) + \sin \phi_x \sin \phi_y \cos(\omega_{z0} t)] \cdot I\omega_x + \cos \phi_x \cos(\omega_{z0} t) \cdot I\omega_y + [\sin \phi_y \sin(\omega_{z0} t) - \sin \phi_x \cos \phi_y \cos(\omega_{z0} t)] \cdot I_z \omega_{z0}, \\ H_z = -\cos \phi_x \sin \phi_y \cdot I\omega_x + \sin \phi_x \cdot I\omega_y + \cos \phi_x \cos \phi_y \cdot I_z \omega_{z0}. \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} \theta_x \approx H_x/H_z, \\ \theta_y \approx H_y/H_z. \end{cases} \quad (14)$$

微纳卫星在机动过程中角动量矢量与 X 、 Y 轴之间的夹角 θ_x 、 θ_y 分别为

$$\begin{cases} \tan \theta_x = H_x/H_z, \\ \tan \theta_y = H_y/H_z. \end{cases} \quad (13)$$

由于 θ_x 、 θ_y 值较小,在计算解析解过程中,将式

表 1 卫星与发动机参数

Tab.1 Properties of the satellite and motor

发动机参数				卫星三轴方向主惯量		
$\dot{m}/(\text{kg} \cdot \text{s}^{-1})$	d/m	h/m	$\alpha/(^{\circ})$	$I_x/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-2})$	$I_y/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-2})$	$I_z/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-2})$
-0.090	0.001	0.150	0.250	0.035	0.035	0.007

从表 1 可以看出,所选择的立方星为轴对称卫星,其惯性积为零. 然而在实际情况下,由于卫星加工、装配等多方面的原因,高速自旋的微纳卫星存在由不均匀的质量分布而引起的动不平衡特性,为了研究其对卫星自旋机动过程的影响,在仿真过程中又加入了 1% 的惯量积,并与其他两种仿真结果进行对比. 计算过程中,令发动机所产生的侧向力矩均在 x 轴上, y 轴上的力矩为 0,则微纳卫星在 3 个轴方向上的所受到的力矩分别为

$$M_x = F(h \sin \alpha + d \cos \alpha) = 0.082 \, 7 \, \text{N} \cdot \text{m},$$

$$M_y = 0,$$

$$M_z = 0.$$

在 $M_y = 0$ 时,微纳卫星在惯性参考坐标系 $O-XYZ$ 内运动过程如图 2 所示. 角动量 $\boldsymbol{H}$ 轨迹为一圆形,惯性参考坐标系原点与圆心的连线为平均角动量矢量指向 $\Delta \boldsymbol{H}_{\text{avg}}$.

根据表 1 中参数,计算出微纳卫星侧向角速度 $\omega_x(t)$ 和侧向欧拉角 $\phi_x(t)$ 分别如图 3 所示(x 、 y 方向上角速度、欧拉角变化规律一致).

2 算例与结果分析

对理论模型进行数值仿真,在给定算例参数的情况下,采用四阶/五阶 Runge-Kutta 法求解式(1)、(6)、(10)微分方程组,计算出相应的高精度数值解. 再将参数带入所求得解析解内,计算出角速度、欧拉角以及角动量的值. 参照 3 U 立方星设计标准,设置卫星初始质量 m_0 为 5 kg^[21],自旋角速度为 100 r/min,发动机推力大小保持 50 N 恒定不变,点火时间为 4 s,其他参数如表 1 所示.

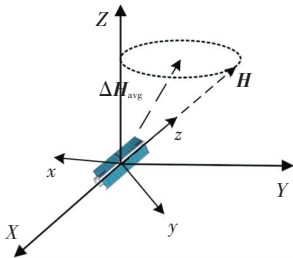


图 2 惯性坐标系内角动量矢量

Fig.2 Motion of angular momentum vector in inertial coordinate system

由图 3(a)可以看出,在恒定推力作用下,侧向角速度大小呈周期性变化,发动机的喷气阻尼力矩与角速度的震荡方向相反,阻止了微纳卫星侧向角运动,导致侧向角速度振幅不断减小. 发动机工作时间越长,喷气阻尼力矩的影响越大,振幅减小越明显,但是对震荡周期没有任何影响. 从图 3(b)中可以看出,欧拉角在卫星机动过程中变化规律较为复杂,其振幅并没有受到喷气阻尼力矩的影响而逐渐变小,而是在增加到一峰值时又迅速降低,保持在一定范围内,并且在发动机工作过程中不断重复此过

程. 此外,从图(3)中不难看出,在仿真过程中添加了惯量积后,分析结果存在微量的差异. 在发动机点火过程中,惯量积仅仅对角速度和欧拉角的振幅产生了少量的影响. 由图(3)可以看出,根据式(5)和式(9)计算得出的角速度和欧拉角的最大值近似解与实际变化曲线的峰值相差较小,因而表明所推导的最大值解析解精度能够满足计算要求.

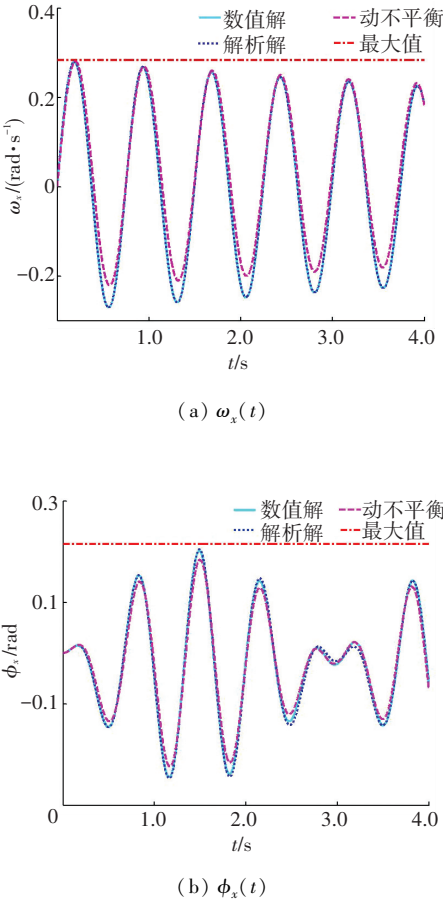


图 3 角速度与欧拉角数值解与解析解

Fig.3 Angular velocities and Euler angles for numerical and analytical solutions

根据图(3)可知,所求得的角速度和欧拉角的解析解与数值解所绘制的曲线基本重合. 绘制出 $\omega_x(t)$ 、 $\phi_x(t)$ 的数值解和解析解之间的差异随时间变化关系曲线如图 4 所示. 从图 4 可以看出,解析解与数值解之间的差异呈周期变化,随着发动机点火时间的增加,二者相差也越来越大. 但是在发动机点火过程中,解析解与数值解之间的差异在较小的范围内,因此所求得的解析解精度较高.

将上述所求得的角速度和欧拉角的数值解,带入式(10)、(11)、(13),计算出角动量矢量的数值解. 再根据式(12)、(14),计算出角动量矢量的解析解,绘制出微纳卫星角动量矢量指向随时间变化关系曲线如图 5 所示.

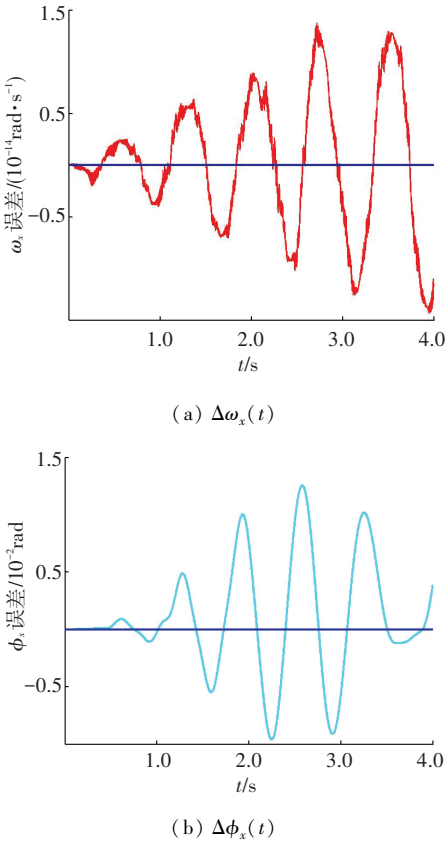


图 4 数值解和解析解之差

Fig.4 Errors between numerical and analytical solutions

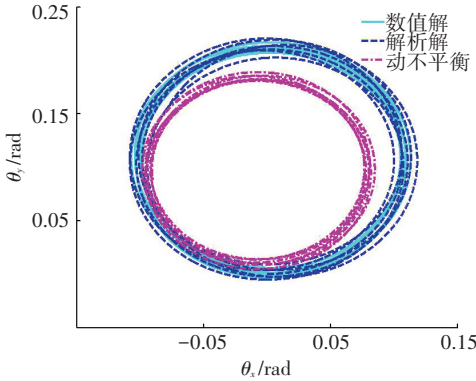


图 5 角动量矢量指向

Fig.5 Angular momentum pointing for numerical and analytical solutions

从图 5 中绿色实线可以看出,角动量指向呈周期性变化,变化曲线为一圆形,圆形的半径即为该周期内微纳卫星的平均角动量矢量指向偏差. 随着发动机工作时间的增加,在喷气阻尼力矩作用下,圆形半径不断减小,平均角动量矢量指向偏差也逐渐降低. 然而,由于喷气阻尼力矩较小,平均角动量矢量指向偏差在微纳卫星机动过程中的减少幅度有限,内外圆半径差较小,仅仅为 0.008 rad. 因此,在计算平均角动量矢量指向偏差时,可以取半径最大的圆作为平均角动量指向偏差 θ_{avg} 的保守值,约为 0.110 rad. 在理想情况下,微纳卫星不受任何侧向干

扰力矩时,平均角动量矢量与速度增量指向方向一致,均沿着 Z 轴方向. 然而由于受到侧向干扰力矩的影响,导致二者方向偏离 Z 轴一定的角度. 平均角动量矢量指向偏离 Z 轴角度越小,速度增量方向也越接近理想状态. 当平均角动量矢量与 Z 轴之间的夹角较小时,平均角动量矢量指向偏差近似等于速度增量指向偏差^[22],从而可以计算出卫星在惯性参考坐标系内的速度和位移增量. 根据牛顿运动定律,考虑到卫星在机动过程中质量的变化,可以计算出理想情况下卫星速度增量约为 41.516 m/s,位移变化为 82.006 m. 当采用自旋稳定的方式进行控制时,在已知平均角动量矢量指向偏差的情况下,计算出卫星 Z 轴方向上的速度增量约为 41.265 m/s,位移变化约为 81.510 m. 与理想状态下对比,精度较高,能够满足微纳卫星机动变轨要求. 微纳卫星的平均角动量矢量指向角度越小,所获得的速度增量越大,机动变轨精度越高.

对比图(5)中角动量指向的数值解和解析解曲线可以看出,由于在求解欧拉角解析解的过程中对微分方程组(6)进行了简化,导致所计算的角动量指向解析解曲线为一不规则曲线. 随着发动机工作时间的增加,相对于数值解而言,解析解放大了喷气阻尼力矩的作用,导致圆形半径收敛较为明显. 然而,在发动机点火过程中,二者相差始终保持在 0.005 rad 范围内,因此,通过解析解计算得出的平均角动量矢量指向偏差具有一定的参考意义. 此外,从图 5 中还可以看出,微纳卫星不均匀的质量分布而引起的动不平衡特性,降低了自旋推进角动量指向偏差角度,对自旋推进微纳卫星影响较小,基本可以忽略.

根据上文分析可知,微纳卫星在自旋推进过程中质量变化和所受到的喷气阻尼力矩对卫星平均角动量矢量指向偏差的影响较小. 微纳卫星角动量指向变化曲线为一圆形, X 、 Y 轴向上的角动量指向变化规律一致,根据所求得的角速度和欧拉角的最大值的解析解,推导出角动量指向偏差最大值的解析解为

$$\theta \leq M_x \frac{5a - 2kl\omega_{z0} + 3lk^2\omega_{z0} + 3ak}{2I^2\omega_{z0}^3k^2(k+1)}. \quad (15)$$

通过式(15)可以计算出角动量指向变化曲线的直径大小,从而能够推算出微纳卫星在机动变轨过程中的速度增量指向偏差. 从式(15)可知,在侧向力矩 M_x 一定的情况下,微纳卫星速度增量指向偏差主要由卫星三轴方向上的主惯量和自旋角速度决定,与发动机工作时间无关. 固定微纳卫星侧向力矩恒定不变,按照表 1 中的相关参数,分析在 4 种不

同自旋角速度情况下,卫星速度指向偏差和 z 轴方向上主惯量大小关系如图 6 所示.

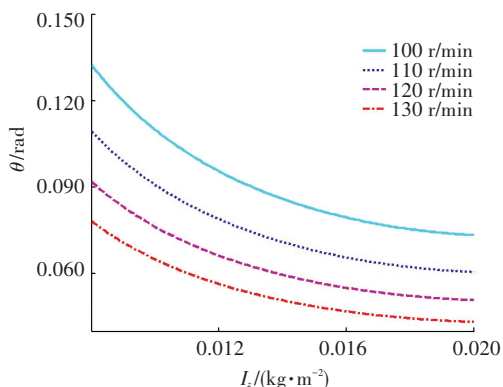


图 6 不同 I_z 和角速度下速度指向

Fig.6 Velocity pointing for varying I_z and ω_{z0}

从图 6 可以看出,在侧向力矩和自旋角速度一定的情况下,卫星轴向主惯量越大,速度指向偏差越小,机动变轨精度越高. 在轴向主惯量和侧向主惯量相差较大时,提高轴向主惯量可以显著降低速度指向偏差;随着轴向主惯量大小不断接近于侧向主惯量,微纳卫星的速度指向偏差变化也逐渐趋于恒定. 此外,卫星自旋角速度越高,机动过程中的速度指向偏差越小,但是提高卫星自旋角速度对星上其他载荷也提出了较高的要求. 因此在前期方案设计过程中,在不影响星上其他载荷以及飞行任务的情况下,为了降低微纳卫星的速度增量指向偏差,可以选择将微纳卫星的外形设计为圆盘状.

3 结 论

本文针对微纳卫星机动变轨过程中,由于受到侧向干扰力矩的影响,导致卫星偏离所设计的轨迹问题,开展了微纳卫星自旋推进机理研究. 考虑到微纳卫星质量轻、主惯量小等因素,建立了恒定推力作用下微纳卫星自旋推进模型. 推导了微纳卫星机动变轨过程中角速度、欧拉角以及角动量的解析解. 在假设 $M_y = 0, I_z < I$ 的情况下,对所得到的解析解进行简化,推导出了角速度、欧拉角以及角动量指向最大值的解析解. 结合仿真算例,对所求得的解析解进行理论分析,从而得出如下结论:

1) 侧向角速度呈周期性变化,并且由于受到喷气阻尼力矩的影响,随着发动机工作时间的增加,其振幅越来越小. 侧向欧拉角的变化规律较为复杂,其振幅在增加到一峰值时又迅速降低,在发动机工作过程中不断重复此过程.

2) 所求得的侧向角速度、欧拉角、角动量以及角速度和欧拉角最大值的解析解精度较高,能够满足计算要求.

3)角动量指向随时间变化关系的曲线为一近似圆形,该圆的半径即为微纳卫星平均角动量矢量指向偏差,所求得平均角动量矢量指向偏差近似等于微纳卫星机动变轨的速度增量指向偏差。

4)分析了高速自旋的微纳卫星动不平衡特性对卫星自旋机动过程的影响,结果表明添加惯量积后,对自旋推进微纳卫星影响较小,基本可以忽略。

5)微纳卫星在机动变轨过程中,当采用自旋稳定的方式进行控制时,卫星所获得的速度增量以及位移增量与理想状态下对比,精度较高。

6)在发动机推力参数一定的情况下,微纳卫星自旋轴上的主惯量 I_z 越大,速度增量指向偏差越小,卫星飞行轨迹越接近于设计方向。因此在前期方案设计过程中,为了降低微纳卫星的速度增量指向偏差,提高卫星变轨精度,可以将卫星的外形设计为圆盘状。

参考文献

- [1] 梁振华,刘旭辉,朱朋,等. 固体冷气推进剂性能初步分析[J]. 推进技术, 2016, 37(1): 181–187. DOI:10.13675/j.cnki.tjjs.2016.01.023.
LIANG Zhenhua, LIU Xuhui, ZHU Peng, et al. Preliminary analysis on the properties of solid cool gas propellant [J]. Journal of Propulsion Technology, 2016, 37(1): 181–187.
- [2] ZONDERVAN K L, FULLER J, ROWEN D, et al. Cubesat solid rocket motor propulsion systems providing delta-vs greater than 500 m/s [C]// 28th Annual AIAA/USU Conference on Small Satellites. Logan: AIAA, 2014: SSC14-X-1.
- [3] FABER D, OVERLACK A, WELLAND W, et al. Nanosatellite de-orbit motor [C]// 27th Annual AIAA/USU Conference on Small Satellites. Logan: AIAA, 2013: AIAA, SSC13-I-9.
- [4] 郜冶,刘平安,杨丹. 旋转固体火箭发动机飞行器章动不稳定机理述评[J]. 固体火箭技术, 2011, 34(1): 14–22. Doi:10.3969/j.issn.1006-2793.2011.01.004.
GAO Ye, LIU Ping'an, YANG Dan. A review of nutation instability mechanism on spinning solid rocket motor flight vehicle [J]. Journal of Solid Rocket Technology, 2011, 34(1): 14–22.
- [5] FRANK L J, JOZEF C H. Stability of spinning satellite under axial thrust, internal mass motion, and damping [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2015, 38(4): 761–771. DOI: 10.2514/1.G000123.
- [6] 杨丹. 旋转固体火箭发动机飞行器的章动不稳定性研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学, 2009.
- [7] LONGUSKI J M, GICK R A, AYOUBI M A, et al. Analytical solutions for thrusting, spinning spacecraft subject to constant forces [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2005, 28(6): 1301–1308. DOI: 10.2514/1.12272.
- [8] JAVORSEK D, LONGUSKI J M. Effect of thrust profile on velocity pointing errors of spinning spacecraft [C]// AAS/AIAA Astrodynamics Specialists Conference. San Diego: AIAA, 2003: AAS, 03-516.
- [9] AYOUBI M A, LONGUSKI J M, MARTIN K M. Analytical solution for spinning thrusting spacecraft with transverse ramp-up torques [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2014, 37(4): 1272–1282. DOI: 10.2514/1.62695.
- [10] GICK R A. Analysis of the motion of spinning, thrusting spacecraft [D]. West Lafayette: Purdue University, 1999.
- [11] LONGUSKI J M, KIA T, BRECKENRIDGE W G. Annihilation of angular momentum bias during thrusting and spinning-up maneuvers [J]. The Journal of the Astronautical Sciences, 1989, 37(4): 433–450.
- [12] OLDENBUG J A, TRAGESSESSER S G. Minimizing the effects of transverse torques during thrusting for spin-stabilized spacecraft [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2002, 25(3): 591–595. DOI: 10.2514/2.4921.
- [13] 杨丹, 郜冶, 熊永亮. 旋转固体火箭发动机随质量变化的姿态运动分析 [J]. 推进技术, 2008, 29(1): 8–12. Doi:10.3321/j.issn:1001-4055.2008.01.002.
YANG Dan, GAO Ye, XIONG Yongliang. Preliminary analysis of spinning solid rocket motor dynamics stability [J]. Journal of Propulsion Technology, 2012, 29(1): 8–12.
- [14] 郜冶,刘平安,杨丹. 旋转飞行器固体火箭发动机非稳态气流作用分析[J]. 宇航学报, 2010, 31(6): 1637–1645. DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2010.06.021.
GAO Ye, LIU Ping'an, YANG Dan. Unsteady gas flow effect analysis of spinning solid rocket motor [J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(6): 1637–1645.
- [15] 郜冶,杨丹,熊永亮. 旋转飞行器固体火箭发动机引起的章动不稳定性分析[J]. 宇航学报, 2008, 29(1): 270–275. DOI:10.3873/j.issn.1000-1328.2008.01.049.
GAO Ye, YANG Dan, XIONG Yongliang. Coning instability analysis of spinning solid rocket motor [J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(1): 270–275.
- [16] THOMSON W T. Introduction to Space Dynamics [M]. New York: Dover, 1989: 223–227.
- [17] SLAVINSKIS A, KVELL U, KULU E, et al. High spin rate magnetic controller for nanosatellites [J]. Acta Astronautica, 2014, 95: 218–226. DOI: 10.1016/j.actaastro.2013.11.014.
- [18] AYOUBI M A. Analysis theory for the motion of spinning rigid bodies [D]. West Lafayette: Purdue University, 2007.
- [19] MARTIN K M. Maneuver analysis for spinning thrusting spacecraft and spinning tethered spacecraft [D]. West Lafayette: Purdue University, 2015.
- [20] WIE B. Space vehicle dynamics and control [M]. Washington: AIAA, 1998: 760–766.
- [21] RODRIGO A Z, MASON A P. Attitude dynamics and control of a 3u cubesat with electrolysis propulsion [C]// AIAA Guidance, Navigation, and Control (GNC) Conference. Boston: AIAA, 2013: 2013-4943.
- [22] DANIEL J, LONGUSKI J M. Velocity pointing errors associated with spinning thrusting spacecraft [J]. Journal of spacecraft and rockets, 2000, 37(3): 359–365. DOI: 10.2514/2.3586.

(编辑 杨波)