DOI:10.11918/j.issn.0367-6234.201704116

# 带有输入死区的航天器姿态有限时间控制

# 李冬柏,陈 健,陈雪芹,张迎春

(哈尔滨工业大学 卫星技术研究所,哈尔滨 150001)

**摘 要:**死区非线性是航天器姿态控制系统中一种普遍存在的执行机构非线性,它的存在会降低姿态控制系统的性能,甚至 可能破坏系统的稳定性.为了解决带有输入死区非线性的航天器的高精度姿态控制问题,给出了一种有限时间控制方法,并且 考虑航天器姿态控制模型中含有有界的不确定性且输入死区非线性仅部分信息已知.通过引入一个在指定时间内收敛到零的 期望姿态变化曲线,并基于时变滑模控制理论设计鲁棒控制算法使得实际姿态和期望姿态之间的偏差始终保持足够小,从而 保证实际姿态在指定的时间内收敛到原点附近.严格的理论分析表明,所设计控制律不仅可以保证闭环系统的信号有界而且 可以使得实际姿态在指定的时间内收敛到并以指定的精度保持在原点附近.数值仿真结果表明,所提控制方法是有效的,该方 法不仅能够保证系统状态具有很快的收敛速度、很高的控制精度,而且对于系统的不确定性具有很强的鲁棒性和抗干扰能 力,因而在航天器的姿态控制中具有良好的潜在应用价值.

关键词: 航天器;姿态控制;输入死区;有限时间控制;时变滑模

中图分类号: V448.22 文献标志码: A 文章编号: 0367-6234(2018)04-0021-07

### Finite-time attitude control of spacecrafts with input dead-zone nonlinearities

LI Dongbai, CHEN Jian, CHEN Xueqin, ZHANG Yingchun

(Research Center of Satellite Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

**Abstract**: Dead-zone nonlinearities are a kind of common nonlinear characteristics of the actuator nonlinearities of spacecraft attitude control systems. They could degrade the performance, and even lead to un-stability of spacecraft attitude control systems. To solve the high precision attitude control problem for spacecraft with input dead-zone nonlinearities, this paper proposes a kind of finite time control approach. The attitude control model of the spacecraft considered in this paper is with bounded uncertainties and the information of the input dead-zone nonlinearities is only partially known. A desired attitude curve which converges to zero in the given time is introduced. A robust finite-time control algorithm is proposed based on the time-varying sliding mode approach to ensure the error between the actual attitude and the desired one keep small enough all the time. This further ensures that the actual attitude converges to the nearby of zero in the given time. By rigorous analysis, it is proved in theory that all of the signals in the closed-loop system are bounded and the attitude error can be driven into a small given neighborhood of the origin in the pre-specified time and stay there thereafter. The numerical simulation results show that the proposed control method is effective. It could guarantee that the system possesses fast state convergence speed, high control precision, and good robustness with respect to uncertainties and disturbances, so it has good potential application value in the attitude control of spacecraft.

Keywords: spacecraft; attitude control; input dead-zone; finite-time control; time-varying sliding mode

现代航天技术的飞速发展对航天器姿态系统的 响应速度和控制精度提出了越来越高的要求.现有 的绝大多数航天器姿态控制设计方法都属于无限时 间区间上的渐近控制方法,所得的结果中,闭环系统 的状态最快的收敛速度为指数收敛<sup>[1-5]</sup>.为了获得更 好的收敛性能,有限时间控制理论便被引入到了航

作者简介: 李冬柏(1980—), 男, 副研究员; 张迎春(1961—),男,教授,博士生导师

通信作者:陈雪芹, cxqhit@ hit.edu.cn

天器姿态控制设计中<sup>[6]</sup>.所谓有限时间控制,就是使 闭环系统的状态有限时间收敛的控制技术,它是一 种时间最优的控制技术<sup>[7]</sup>.除此以外,已有的研究成 果表明,有限时间稳定闭环控制系统与非有限时间 稳定闭环控制系统相比,具有更好的鲁棒性能和抗 扰动性能<sup>[8-10]</sup>.正因为如此,近年来,有限时间控制 技术引起了控制专家和学者们的广泛兴趣,其在航 天器姿态控制中的应用研究也得到了迅猛的 发展<sup>[11-15]</sup>.

需要指出的是,上述的文献均没有考虑输入死 区非线性的影响.事实上,输入死区是广泛存在于航 天器的执行机构(比如反作用力飞轮或推力器)中

收稿日期: 2017-04-24

基金项目:国家自然科学基金重大项目(61690210,61690212);微 小型航天器技术国防重点学科实验室开放基金(HIT. KLOF.MST.201603)

的一种典型非线性,而且输入死区非线性的存在会 严重影响航天器姿态控制的性能<sup>[16]</sup>.因此,输入死 区非线性的影响是航天器高精度姿态控制设计中必 须要考虑的一个重要因素.到目前为止.已有一些文 献针对具有输入死区非线性的航天器姿态控制问题 进行了研究.文献[17-18]针对具有模型不确定型、 外部干扰和输入死区非线性的航天器姿态系统进行 了鲁棒控制策略研究,所给的结果是在航天器的欧 拉角较小,因而其控制系统模型可以写为一个线性 系统加上非线性扰动形式的情况下获得的.文献 [19]针对具有未知输入死区非线性的航天器姿态 系统提出了一种自适应控制策略.该结果建立在用 欧拉角表示的姿态运动学方程基础上,因而不适用 于具有较大角度变化的航天器姿态控制. 文献 [16] 针对输入死区非线性引入一个光滑的逆函数实现了 对其影响的自适应补偿.文献[20]则考虑了执行机 构同时含有输入死区和饱和非线性时航天器姿态的 自适应控制问题. 文献 [16-20] 仍然采用了无限时 间区间上的渐近控制方法.考虑到有限时间控制技 术重要的理论意义与实际应用价值,本文将进一步 考虑含有不确定性和输入死区非线性的航天器姿态 控制问题.基于时变滑模方法,提出一种有限时间姿 态镇定控制算法,保证闭环系统的信号有界并且保 证姿态误差在指定的时间内收敛到并以指定的精度 保持在原点附近,并通过数值仿真来验证所提控制 方法的有效性.

1 问题描述

对航天器姿态运动的描述有多种方式,常见的包括经典的方向余弦、欧拉角和四元数等,以及后来发展起来的罗德里格参数(RPs)以及修正的罗德里格参数(MRPs).

修正的罗德里格参数定义如下:

$$\sigma = \frac{q_v}{1+q_0},$$

式中 $q = [q_0 \quad q_v^T]^T \in R \times R^3$ 为航天器本体坐标系相 对于惯性坐标系的单位四元数,满足关系式: $q^Tq = q_0^T + q_v^Tq_v = 1$ .由修正的罗德里格参数描述的航天器 姿态运动学方程如下:

$$\dot{\sigma} = G(\sigma) \,\omega, \tag{1}$$

式中, $\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_1 & \boldsymbol{\omega}_2 & \boldsymbol{\omega}_3 \end{bmatrix}^T$ 为航天器的旋转角速率; 矩阵  $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{\sigma})$ 的定义如下:

$$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{2} \left[ \frac{1 - \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\sigma}}{2} \boldsymbol{I}_{3} + \boldsymbol{S}(\boldsymbol{\sigma}) + \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}} \right], \quad (2)$$
其中

$$\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\sigma}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & -\boldsymbol{\sigma}_3 & \boldsymbol{\sigma}_2 \\ \boldsymbol{\sigma}_3 & \boldsymbol{0} & -\boldsymbol{\sigma}_1 \\ -\boldsymbol{\sigma}_2 & \boldsymbol{\sigma}_1 & \boldsymbol{0} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

矩阵 $G(\sigma)$ 具有如下性质:

$$\sigma^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}(\sigma) = \left(\frac{1+\sigma^{\mathrm{T}}\sigma}{4}\right)\sigma^{\mathrm{T}},\qquad(4)$$

$$\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\sigma}) \boldsymbol{G}(\boldsymbol{\sigma}) = \left(\frac{1 + \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\sigma}}{4}\right)^{2} \boldsymbol{I}_{3}.$$
 (5)

很显然,从式(2)、(4)和(5)可以得知,矩阵 *G*(σ) 是一个正定对称矩阵.

航天器的姿态动力学方程如下:

$$\boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega} = -\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\omega})\,\boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{u} + \boldsymbol{\tau}_{d}.$$
 (6)

式中:  $S(\omega)$  的定义类似于式(3)中的 $S(\sigma)$ ;正定 对称矩阵 $J \in R^{3\times3}$ 为航天器的转动惯量矩阵;  $u = [u_1 \quad u_2 \quad u_3]^T$ 为作用在航天器上的实际控制力矩, u = D(v),  $v = [v_1 \quad v_2 \quad v_3]^T$ 表示控制力矩指令,即

$$\boldsymbol{D}(v) = \begin{bmatrix} D_1(v_1) \\ D_2(v_2) \\ D_3(v_3) \end{bmatrix},$$
(7)

其中 $D_i(\cdot)$ , *i*=1,2,3 表示输入死区非线性,如图1 所示, $D_i(\cdot)$  的表达式如下:

$$D_{i}(v_{i}) = \begin{cases} g_{ii}(v_{i}) , & v_{i} \ge b_{ii}; \\ 0, & b_{il} < v < b_{ii}; \\ g_{il}(v_{i}) , & v_{i} \le b_{il}. \end{cases}$$
(8)

式中: $b_{il}$ 、 $b_{ir}$ 分别为输入死区的折点; $g_{ir}(v_i)$ 、  $g_{il}(v_i)$ 分别为连续函数; $\tau_d$ 为干扰力矩,满足如下 假设.

**假设**1 存在已知常数 $\rho_0$ 使得  $\|\tau_d\| \leq \rho_0$ .

对于死区非线性,本文作如下假设.

假设 2  $g_{ir}(v_i) \ g_{il}(v_i)$  分别为未知函数, 但 存在已知的常数  $m_i$  使之满足:

$$g_{il}(v_{i}) = m_{i}(v_{i} - b_{il}) + \delta_{il}(v_{i}) , v_{i} \leq b_{il}, g_{ir}(v_{i}) = m_{i}(v_{i} - b_{ir}) + \delta_{ir}(v_{i}) , v_{i} \geq b_{ir},$$
(9)

式中, $\delta_{il}(v_i)$ 、 $\delta_{ir}(v_i)$ 分别为未知但有界的函数,即 存在已知常数 $\overline{\delta}_{il}$ 和 $\overline{\delta}_{ir}$ 满足 $|\delta_{il}(v_i)| < \overline{\delta}_{il}$ , $|\delta_{ir}(v_i)| < \overline{\delta}_{ir}$ .

**假设**3 参数 *b<sub>il</sub>*、*b<sub>ir</sub>*分别为未知,但是存在已 知正常数 *b<sub>il</sub>*和 *b<sub>il</sub>*使之满足:

$$0 < -b_{il} \le b_{il1},$$
  

$$0 < b_{i} \le b_{il1},$$
(10)

根据假设2和假设3,死区非线性的表达式(8) 可以重新写成下述形式:

$$u_{i} = D_{i}(v_{i}) = m_{i}v_{i} + \Delta_{i}(v_{i}), \qquad (11)$$

其中

$$\Delta_{i}(v_{i}) = \begin{cases} -m_{i}b_{il} + \delta_{il}(v_{i}) , & v_{i} \leq b_{il}; \\ -m_{i}v_{i}, & b_{il} < v_{i} < b_{ir}; \\ -m_{i}b_{ir} + \delta_{ir}(v_{i}) , & v_{i} \geq b_{ir}. \end{cases}$$

于是,有

定义:

$$\begin{split} |\Delta_i(v_i)| &\leq \rho_i = m_i \max\{b_{ir1}, b_{il1}\} + \max\{\bar{\delta}_{il}, \bar{\delta}_{ir}\}, \\ \exists \Phi \rho_i \ \exists \Phi \rho_i \ \exists \Phi h \in \mathbb{R} \end{split}$$

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\Delta}(v) = \begin{bmatrix} \Delta_1(v_1) \\ \Delta_2(v_2) \\ \Delta_3(v_3) \end{bmatrix},$$

则

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{D}(v) = \boldsymbol{M}v + \boldsymbol{\Delta}(v), \qquad (12)$$

于是,航天器的姿态动力学方程可以写成:

$$\mathbf{J}\boldsymbol{\omega} = -\mathbf{S}(\boldsymbol{\omega})\,\mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{M}\boldsymbol{v} + d(\boldsymbol{v})\,\,,\qquad(13)$$

式中,  $d(v) = \tau_d + \Delta(v)$ .令 $\rho = \sqrt{\rho_0^2 + \rho_1^2 + \rho_2^2 + \rho_3^2}$ , 则有  $\| d(v) \| \leq \rho$ .

本文控制设计的目标是:在给定的假设 1~假设 3 的条件下,针对航天器的姿态系统(1)~(13)设计 合适的控制律,使得闭环系统状态有界,并且使得航 天器的姿态在指定的时间(设为 $T_f > 0$ )内到达并 以指定的精度保持在原点附近.



图 1 死区非线性示意 Fig.1 The dead-zone nonlinearity

2 控制设计

受文献[21-22]的启发,本文采用时变滑模控制方法进行有限时间控制算法的设计.

定义期望的罗德里格参数变化规律由函数 $\lambda$ :  $R_{\geq 0} \rightarrow R^3$ 给出,该函数满足如下条件:

1) 
$$\lambda$$
 在  $[0,\infty)$  上二次连续可微;  
2) 当  $t > T$  时,  $\lambda(t) = 0$ ;  
3)  $\dot{\lambda}(t)$ ,  $\dot{\lambda}(t) \in L^3_{\infty}$ ;  
4)  $\lambda(0) = \sigma(0)$  且  $\dot{\lambda}(0) = \dot{\sigma}(0)$ .

定义跟踪误差为:

$$\eta(t) = \sigma(t) - \lambda(t).$$
 (14)  
亦過構面加下

构造时变滑模面如下:

$$s(t) = \dot{\boldsymbol{\eta}}(t) + C\boldsymbol{\eta}(t), \qquad (15)$$

式中,  $C = \text{diag}(c_1, c_2, c_3), c_i > 0$ 为设计参数.设计 滑模控制律如下:

$$v = (\boldsymbol{G}(\boldsymbol{\sigma}) \boldsymbol{J}^{-1}\boldsymbol{M})^{-1} (-\dot{\boldsymbol{G}}(\boldsymbol{\sigma}) \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{G}(\boldsymbol{\sigma}) \boldsymbol{J}^{-1}\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\omega}) \boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega} -$$

$$CG(\sigma) \boldsymbol{\omega} + \ddot{\boldsymbol{\lambda}} + C\dot{\boldsymbol{\lambda}} - Ksgn(s)),$$
 (16)

其中

$$\operatorname{sgn}(s) = \begin{bmatrix} \operatorname{sgn}(s_1) \\ \operatorname{sgn}(s_2) \\ \operatorname{sgn}(s_3) \end{bmatrix},$$

 $K = \text{diag}(k_1, k_2, k_3), k_i \ge \rho \| \boldsymbol{G}_n(\sigma) \boldsymbol{J}^{-1} \| , 这里,$  $\boldsymbol{G}_n(\sigma) \ 表示 \ \boldsymbol{G}(\sigma) \ 的第 i \ 行组成的行向量.$ 

对于闭环系统有如下结果.

**定理**1 在假设1~假设3的条件下,由式(1)、 (13)及(16)所组成的闭环系统的状态有界,并且状态 $\sigma$ 满足:当t > T时,  $|\sigma_i(t)| = 0$ .

证明 很容易求得:  
$$\eta(0) = \sigma(0) - \lambda(0) = 0,$$
  
 $\dot{\eta}(0) = \sigma(0) - \dot{\lambda}(0) = 0,$ 

因此,

$$s(0) = \dot{\eta}(0) + C\eta(0) = 0.$$
(17)  

$$\pm \vec{\chi}(1) \cdot (13) \cdot (15) \cdot (16) \vec{\eta} = \vec{\chi}(1) + C \cdot (15) \cdot (15$$

$$\dot{\mathbf{G}}(\sigma) \boldsymbol{\omega} + \mathbf{G}(\sigma) \dot{\boldsymbol{\omega}} + C\mathbf{G}(\sigma) \boldsymbol{\omega} - \dot{\boldsymbol{\lambda}} - C\dot{\boldsymbol{\lambda}} = \\ - \begin{bmatrix} k_1 \operatorname{sgn}(s_1) \\ k_2 \operatorname{sgn}(s_2) \\ k_3 \operatorname{sgn}(s_3) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{r1}(\sigma) \, \boldsymbol{J}^{-1} d \\ \mathbf{G}_{r2}(\sigma) \, \boldsymbol{J}^{-1} d \\ \mathbf{G}_{r3}(\sigma) \, \boldsymbol{J}^{-1} d \end{bmatrix}.$$

定义

$$V_i = \frac{1}{2}s_i^2, \ i = 1, 2, 3$$
 (18)

则有

$$\dot{V}_{i} = -k_{i}s_{i}\operatorname{sgn}(s_{i}) + s_{i}G_{i}(\sigma) J^{-1}d \leq -k_{i}|s_{i}| + \rho \parallel G_{i}(\sigma) J^{-1} \parallel |s_{i}| \leq 0,$$
  
由式(17)、(18)可知,  $V_{i}(t_{0}) = 0.$ 由此知  
 $0 \leq V_{i}(t) \leq V_{i}(t_{0}) = 0,$   
因此,  $V_{i}(t) \equiv 0,$ 故  $s_{i} \equiv 0.$ 由此及式(15)可知  
 $\dot{n}_{i} = -c.n.$ 

故

$$\begin{split} \eta_i(t) &= e^{-c_i t} \eta_i(0) = 0, \\ \text{于是}, 有 \, \sigma_i(t) &= \eta_i(t) + \lambda_i(t) = \lambda_i(t) . 考虑到当 \end{split}$$

第50卷

t > T时,  $\lambda_i(t) = 0$ , 故当t > T时,  $\sigma_i(t) = 0$ .

此外,很容易得知系统的状态 σ 和 ω 有界,证 明详细过程这里不再赘述.

考虑到上述控制律中用到了不连续的符号函数,这可能会产生闭环系统的抖振现象.因此,本文 用连续的饱和函数代替不连续的符号函数,改进设 计滑模控制律如下

$$v = (\boldsymbol{G}(\sigma) \boldsymbol{J}^{-1}\boldsymbol{M})^{-1}(-\dot{\boldsymbol{G}}(\sigma) \omega + \boldsymbol{G}(\sigma) \boldsymbol{J}^{-1}\boldsymbol{S}(\omega)\boldsymbol{J}\omega - C\boldsymbol{G}(\sigma) \omega + \boldsymbol{\lambda} + C\boldsymbol{\lambda} - K\operatorname{SAT}_{\beta}(s)), \quad (19)$$

$$\ddagger \Phi$$

$$\operatorname{SAT}_{\beta}(s) = \begin{bmatrix} \operatorname{sat}_{\beta_1}(s_1) \\ \operatorname{sat}_{\beta_2}(s_2) \\ \operatorname{sat}_{\beta_3}(s_3) \end{bmatrix},$$

式中,  $\beta_i > 0$  为设计参数. sat<sub> $\beta_i</sub>(s_i)$  的定义如下:</sub>

$$\operatorname{tat}_{\beta_{i}}(s_{i}) = \begin{cases} \frac{s_{i}}{\beta_{i}}, & \text{if } |s_{i}| < \beta_{i}; \\ \operatorname{sign}(s_{i}), & \text{if } |s_{i}| \ge \beta_{i}. \end{cases}$$

对于相应的闭环系统有如下结果.

**定理** 2 任意给定常数  $\varepsilon_i > 0$ , i = 1, 2, 3,若设 计参数满足  $\beta_i / c_i < \varepsilon_i$ ,则在假设 1~假设 3 的条件 下,由式(1)、(13)、(19)组成的闭环系统的状态有 界,并且状态  $\sigma$  满足:当t > T时,  $|\sigma_i(t)| < \varepsilon_i$ .

证明 由式(1)、(13)~(15)、(19)可得  

$$\dot{s} = - \begin{bmatrix} k_1 \operatorname{sat}_{\beta_1}(s_1) \\ k_2 \operatorname{sat}_{\beta_2}(s_2) \\ k_3 \operatorname{sat}_{\beta_3}(s_3) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{G}_{r_1}(\sigma) \boldsymbol{J}^{-1} \boldsymbol{d} \\ \boldsymbol{G}_{r_2}(\sigma) \boldsymbol{J}^{-1} \boldsymbol{d} \\ \boldsymbol{G}_{r_3}(\sigma) \boldsymbol{J}^{-1} \boldsymbol{d} \end{bmatrix}.$$
定义

/**C**//

$$V_i = \frac{1}{2}s_i^2, \ i = 1, 2, 3$$

则有

很显然,如果  $|s_i| \ge \sigma_i$ ,则  $\dot{V}_i \le 0$ .由此及式(17)可 知,对于  $t \ge 0$ ,  $|s_i| \le \sigma_i$ .

由式(15)可知

$$\boldsymbol{\eta}_i(t) = -c_i \boldsymbol{\eta}_i(t) + s_i(t) ,$$

由此可得

$$\boldsymbol{\eta}_{i}(t) = e^{-c_{i}t}\boldsymbol{\eta}_{i}(0) + \int_{0}^{t} e^{-c_{i}(t-\tau)} s_{i}(\tau) d\tau = \int_{0}^{t} e^{-c_{i}(t-\tau)} s_{i}(\tau) d\tau,$$

于是有

$$|\eta_i(t)| = \left| \int_0^t e^{-c_i(t-\tau)} s_i(\tau) d\tau \right| \leq \beta_i \int_0^t e^{-c_i(t-\tau)} d\tau =$$

$$\frac{\beta_i}{c_i}(1 - e^{-c_i t}) \leq \frac{\beta_i}{c_i} \leq \varepsilon_i.$$

考虑到当t > T时,  $\lambda(t) = 0$ ,本文有当t > T时,  $\sigma_i(t) = \eta_i(t) + \lambda_i(t) = \eta_i(t)$ .因此,当t > T时, 即:  $|\sigma_i(t)| \le \beta_i / c_i < \varepsilon_i$ .

此外,很容易得知系统的状态  $\sigma$  和  $\omega$  有界,证 明过程这里不再赘述.

## 3 结果及分析

本文针对某航天器进行姿态镇定控制的数学仿 真以说明所提控制方法的有效性.为了避免控制律 中使用不连续的符号函数导致系统抖振的问题,这 里仅针对连续控制律(19)进行数学仿真.航天器的 结构参数详见文献[23],其惯量矩阵标称值为

$$\boldsymbol{J} = \begin{bmatrix} 950 & 11 & 5\\ 11 & 600 & 36\\ 5 & 36 & 360 \end{bmatrix} (\text{kg} \cdot \text{m}^2),$$

干扰力矩设为

$$\boldsymbol{\tau}_{d} = \begin{bmatrix} 0.1\sin(0.1t) \\ 0.2\sin\left(0.1t + \frac{\pi}{2}\right) \\ 0.3\sin(0.2t) \end{bmatrix} (N \cdot m).$$

输入死区非线性的描述如式(8)、(9)所示, 其中:  $m_1 = 0.95, m_2 = 1.00, m_3 = 1.05, \delta_{1l}(v_1) = 0.2 \sin 2v_1, \delta_{2l}(v_2) = 0.15 \cos 2.5v_2, \delta_{3l}(v_3) = 0.1 \sin 3v_3, \delta_{1r}(v_1) = 0.1 \cos v_1, \delta_{2r}(v_2) = 0.2 \sin 2v_2, \delta_{3r}(v_3) = 0.2 \sin 2.5v_3, \delta_{1r} = 0.5, \delta_{2r} = 0.6, \delta_{3r} = 0.4, \delta_{1l} = -0.6, \delta_{2l} = -0.4, \delta_{3l} = -0.5.$ 

但是,在计算控制器参数时,本文仅仅知道  $m_i$ 的值, $\delta_{il}(v_i)$ 、 $\delta_{ir}(v_i)$ 绝对值的上界 $\overline{\delta_{il}} = \overline{\delta_{ir}} = 0.2$ 和参数  $b_{il}$ 、 $b_{ir}$ 绝对值的上界  $b_{il1} = b_{ir1} = 0.6$ .

设初始状态为:

$$\sigma(0) = \begin{bmatrix} -0.128 \\ 0.515 \\ 0.128 \end{bmatrix}, \quad \omega(0) = \begin{bmatrix} 0.1 \\ -0.3 \\ 0.2 \end{bmatrix} \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}.$$
  
设计期望的罗德里格参数的变化规律如下:

$$\lambda_{i}(t) = \begin{cases} a_{i0} + a_{i1}t + a_{i2}t^{2} + a_{i3}t^{3}, & 0 \le t \le T_{f}; \\ 0, & t > T_{f}. \end{cases}$$

其中:

调整时间分别为  $T_f = 50 \text{ s} \text{ a} T_f = 80 \text{ s}$ 时的仿真 结果如图 2~4 所示.可以看出,随着调整时间的不 同,航天器姿态的收敛速度不同,但是无论如何它们 都能够以指定的时间收敛到并保持在零附近.







调整时间设为  $T_f = 50$  s,实际的惯量矩阵分别存在 - 20% 摄动、无摄动、20% 摄动情况下的仿真结果如图 5~9 所示.从图中仿真结果可以看出,即使当转动惯量参数发生较大摄动时,姿态也能在指定的时间 50 s内收敛到并保持在零附近,50 s 后姿态控制精度小于 10<sup>-6</sup>.同时,可以看出当转动惯量参数发生较大摄动时,除了控制力矩指令有一定的变化外,系统的姿态以及姿态角速率变化很小(它们的图像基本重合在一起),这说明所提出的控制方法对于参数的不确定性具有很好的鲁棒性.上述仿真结果说明了本文所提控制方法的有效性.



图 5 考虑参数摄动时的姿态  $\sigma_1$  变化曲线





图 6 考虑参数摄动时的姿态 σ2变化曲线





#### 图 7 考虑参数摄动时的姿态 $\sigma_3$ 变化曲线

Fig.7 Curves of  $\sigma_3$  when considering parameter perturbations







#### 图 9 考虑参数摄动时的控制力矩指令变化曲线

- Fig.9 Curves f control torques when considering parameter perturbations
- 4 结 论

 1)针对含有不确定性和输入死区非线性的航 天器姿态控制问题,提出了一种有限时间镇定控制 算法.

2)引入了一个在指定时间内收敛到零的期望 姿态变化曲线,并基于时变滑模方法设计了鲁棒控 制算法使得实际姿态和期望姿态之间的偏差始终保 持足够小,从而保证实际姿态在指定的时间内收敛 到原点附近.

3)理论分析表明设计控制律可以保证闭环系统的信号有界且实际姿态在指定的时间内收敛到并以指定的精度保持在原点附近;同时,仿真结果表明所提的控制方法可以实现航天器姿态的有限时间高精度控制,而且对于系统的不确定性具有良好的鲁棒性.

# 参考文献

- LI Chuanjiang, TEO K L, LI Bin, et al. A constrained optimal PIDlike controller design for spacecraft attitude stabilization [J]. Acta Astronautica, 2012, 74: 131-140. DOI:10.1016/j.actaastro.2011. 12.021.
- [2] LUO Wencheng, CHU Y C, LING K V. Inverse optimal adaptive control for attitude tracking of spacecraft [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2005, 50 (11): 1639 – 1654. DOI: 10.1109/ TAC.2005.858694.
- [3] Di GENNARO S. Output stabilization of flexible spacecraft with active vibration suppression [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic systems, 2003, 39(3): 747-759. DOI:10.1109/TAES. 2003.1238733.
- [4] WANG Bingquan, GONG Ke, YANG Di, et al. Fine attitude control by reaction wheels using variable-structure controller [J]. Acta Astronautica, 2003, 52(8): 613-618. DOI:10.1016/S0094-5765 (02)00133-9.
- [5] PUKDEBOON C, KUMAM P. Robust optimal sliding mode control for spacecraft position and attitude maneuvers[J]. Aerospace Science and Technology, 2015, 43: 329-342. DOI:10.1016/j.ast.2015.03. 012.
- [6] DU Haibo, LI Shihua, QIAN Chunjiang. Finite-time attitude tracking control of spacecraft with application to attitude synchronization [J].
   IEEE Transactions on Automatic Control, 2011, 56 (11): 2711-2717. DOI:10.1109/TAC.2011.2159419.
- [7]丁世宏,李世华. 有限时间控制问题综述[J]. 控制与决策, 2011, 26(2): 161-169.
  DING Shihong, LI Shihua. A survey for finite-time control problems
  [J]. Control and Decision, 2011, 26(2): 161-169.
- [8] BHAT S P, BERNSTEIN D S. Continuous finite-time stabilization of the translational and rotational double integrators [J]. IEEE Transaction on Automatic Control, 1998, 43(5): 678-682. DOI: 10.1109/9.668834.
- [9] DING Shihong, LI Shihua, LI Qi. Stability analysis for a second-order continuous finite-time control system subject to a disturbance
   [J]. Journal of Control Theory and Applications, 2009, 7(3);
   271-276.DOI: 10.1007/s11768-009-8015-4.
- [10] HONG Y, HUANG Jie, XU Yangsheng. On an output feedback finite-time stabilization problem [J]. IEEE Transaction on Automatic Control, 2001, 46(2): 305-309. DOI:10.1109/9.905699.
- [11] ZHAO Lin, JIA Yingmin. Finite-time attitude tracking control for a rigid spacecraft using time-varying terminal sliding mode techniques
   [J]. International Journal of Control, 2015, 88(6): 1150-1162. DOI:10.1080/00207179.2014.996854.
- [12] HE Xiaoyan, WANG Qingyun, YU Wenwu. Finite-time distributed cooperative attitude tracking control for multiple rigid spacecraft[J]. Applied Mathematics and Computation, 2015, 256: 724 - 734. DOI:10.1016/j.amc.2015.01.061.
- [13]GAO Jiwei, CAI Yuanli. Robust adaptive finite time control for spacecraft global attitude tracking maneuvers[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2016, 230 (6): 1027 - 1043. DOI: 10.1177/ 0954410015602912.

[14] ZHONG Chenxing, GUO Yu, YU Zhen, et al. Finite-time attitude

control for flexible spacecraft with unknown bounded disturbance [J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2016, 38(2); 240-249. DOI:10.1177/0142331214566223.

- [15] SONG Zhankui, LI Hongxing, SUN Kaibiao. Finite-time control for nonlinear spacecraft attitude based on terminal sliding mode technique[J]. ISA transactions, 2014, 53(1): 117-124. DOI:10. 1016/j.isatra.2013.08.008.
- [16] WU Baolin, CAO Xibin, XING Lei. Robust adaptive control for attitude tracking of spacecraft with unknown dead-zone [J]. Aerospace Science and Technology, 2015, 45: 196-202. DOI:10. 1016/j.ast.2015.05.014.
- [17] HU Qinglei, MA Guangfu, XIE Lihua. Robust and adaptive variable structure output feedback control of uncertain systems with input nonlinearity[J]. Automatica, 2008, 44(2): 552-559. DOI: 10.1016/j.automatica.2007.06.024.
- [18] HU Qinglei. Variable structure output feedback control of a spacecraft under input dead-zone non-linearity [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2007, 221(2): 289-303. DOI:10.1243/ 09544100JAERO96.
- [19] JASIM N F, JASIM I F. Robust adaptive control of spacecraft attitude systems with unknown dead zones of unknown bounds[J].

Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, 2012, 226(7): 947– 955. DOI:10.1177/0959651812443926.

- [20] HU Qinglei, LI Li, FRISWELL M I. Spacecraft anti-unwinding attitude control with actuator nonlinearities and velocity limit [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2015, 38 (10): 2042-2050. DOI:10.2514/1.G000980.
- [21] PARK K B, TSUJI T. Terminal sliding mode control of second-order nonlinear uncertain systems [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 1999, 9(11): 769-780. DOI:10.1002/(SICI) 1099-1239(199909)9:11<769:; AID-RNC435>3.0.CO;2-M.
- [22] SUN Liang. Passivity-based adaptive finite-time trajectory tracking control for spacecraft proximity operations [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2015, 53(1): 46–56. DOI:10.2514/1.A33288.
- [23] 耿洁, 吕楠, 王韬, 等. 航天器的有限时间时变滑模姿态控制 方法设计[J]. 空间控制技术与应用, 2016, 42(4): 30-35.
   DOI:10.3969/j.issn.1674-1579.2016.04.006.
   GENG Jie, LV Nan, WANG Tao, et al. A novel finite-time sliding
  - mode attitude controller for spacecraft [ J]. Aerospace Control and Application, 2016, 42(4); 30-35. DOI: 10.3969/j. issn. 1674-1579.2016.04.006.

(编辑 张 红)

# 封面图片说明

封面图片来自本期论文"和声搜索粒子滤波视觉跟踪",是火箭军工程大学控制工程系先进控制理 论研究团队提出的和声搜索粒子例子滤波视觉算法的示意图.基于粒子滤波的视觉跟踪方法是当前视 觉跟踪研究热点之一,然而粒子滤波的精度严重依赖于精确的重要性采样函数.为了降低其依赖性,本 文将和声搜索引入到粒子滤波框架中,提出了一种基于和声搜索的粒子滤波视觉跟踪算法,来提高跟 踪效果.如图中所示,当前时刻的粒子集仅通过简单的随机游走模型获得;然后利用记忆考虑、基因调 整、随机变异等和声搜索算子对粒子分布进行改进,并对粒子权重进行补偿和更新;再通过重采样,利 用在最小均方差原则输出状态估计.在 CarDark、Matrix、Liquor 等具有光线变化和遮挡变化的序列图像 中,与基于粒子滤波、和声搜索、Mean-Shift 改进的粒子滤波、分布场、多示例等视觉跟踪算法相比,本文 算法展示了更精确的视觉跟踪效果.

(图文提供:孙巧,张胜修, 扈晓翔, 梅江元. 火箭军工程大学 控制工程系)