DOI:10.11918/j.issn.0367-6234.201610027

# 灰色粒子群自适应卫星钟差预报方法

# 李 源,战兴群,梅 浩,刘宝玉

(上海交通大学 航空航天学院,上海 200240)

摘 要:高精度卫星钟差预报是当前接收机实时精密单点定位技术(Real-time precise point positioning, RT-PPP)亟需解决的 关键技术难题之一.为找到一种基于小样本钟差序列的快速高精度卫星钟差预报方法,在分析常规 GM(1,1)灰色模型(grey model)缺点的基础上对其进行了改进,提出了 PGM(1,1)模型(particle swarm optimization-grey model)及其算法.该模型利用最 新量测值进行初始化,然后通过引入遗忘因子的最小二乘法对新旧信息进行加权处理;再引入优化因子对模型系数进行调 节,以归一化的平均相对误差作为精度检验标准,采用粒子群算法对其自适应寻优.最后选取了5颗钟差变化典型的 GPS (global positioning system)卫星原子钟进行1d内的精密钟差预报实验.结果表明,相对于常规 GM(1,1)灰色模型和常规二次 项拟合模型,所提出的模型及其算法预报精度有显著提升,其平均预报残差达到了亚纳秒级,且所需训练样本小.因此,该预报 模型可以应用于卫星钟差快速精准预报.

关键词:卫星钟差预报;灰色理论;遗忘因子;粒子群寻优;自适应

中图分类号: TN967.1 文献标志码: A 文章编号: 0367-6234(2018)04-0071-07

## Particle swarm adaptive satellite clock error prediction model based on grey theory

LI Yuan, ZHAN Xingqun, MEI Hao, LIU Baoyu

(School of Aeronautics and Astronautics, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

**Abstract**: The high precision satellite clock error prediction is one of the key technical problems for the receiver real-time precision single point positioning technology. To find a rapid and accurate prediction method for small sample satellite clock error sequences, a optimized algorithm model PGM(1,1) is presented based on the drawback analysis of the conventional GM(1,1) predication model. The predication model using the latest measurement for initialization is established, followed by replacing the old information with the latest one to realize model predication. In addition, the attenuated memory recursive least squares method is adopted for weighted handling of both the old and new information. The normalized mean relative error is used as accuracy test standard for fitting coefficient optimization factors and particle swarm optimization adaptive optimization is adopted. The typical clock errors error of five GPS satellites are predicted among one day using the PGM(1,1) model. The prediction accuracy is greatly improved with small training samples compared with the GM(1,1) model and the second order polynomial model, which indicates that the prediction method can be applied to the accurate and rapid forecasting of satellite clock error.

Keywords: satellite clock error prediction; grey theory; forgetting factor; particle swarm optimization; adaptive

接收机实时精密单点定位 RT-PPP 中,精准的 位置测量至少需要亚纳秒级的实时卫星钟差数据. 但是,导航卫星提供的实时广播星历中的钟差精度 只达到 10 ns 级,不能满足 RT-PPP 中对钟差数据 的精度要求;而 IGS (international global navigation satellite system service)数据分析中心提供的亚纳秒 级精密钟差产品是后处理数据,具有一定的发布时 延,无法满足 RT-PPP 中实时性要求.因此,折中 RT -PPP 中高精度和实时性的需求,利用历史精密钟

**作者简介:**李 源(1992—),男,硕士研究生; 战兴群(1970—),男,教授,博士生导师

通信作者: 战兴群, xqzhan@ sjtu.edu.cn

差数据对当前时刻的卫星钟差进行精准预报,具有 重要的工程意义.

星载原子钟时频特性极为复杂,并且极易受到 外界环境影响,因此高精度钟差预报一直是卫星导 航定位领域和时频领域中的一个难题.国内外学者 开展了大量的研究,将多种预测模型运用到了钟差 预报中.二次项模型(second order polynomia,SP)是 依据原子基准时频的频漂特性建立的钟差拟合模 型,模型简单且易于实现,能够得到钟差的变化趋势,但预报精度不高<sup>[1-2]</sup>.卡尔曼滤波需基于准确的 噪声方差先验知识<sup>[3]</sup>,但钟差数据中非线性噪声方 差的估计是一个难点,基于 Hadamard 方差的卡尔曼 滤波模型在铷钟钟差预报中取得较好的效果,但对 铯钟钟差的预报精度不高<sup>[4]</sup>.支持向量机是基于机

收稿日期:2016-10-11

基金项目:面向我国中东部地区的相位增强运行服务系统研制与应 用示范项目(2014AA123103)

器学习理论的一种分类学习模型<sup>[5-6]</sup>,基于线性核 函数的最小二乘支持向量机在预报呈振荡分布的钟 差数据时取得了较好的效果,但其核函数参数的选 取对钟差预报精度影响很大,目前尚未有可靠的理 论进行指导<sup>[7]</sup>.人工神经网络模型具有较强的非线 性拟合能力<sup>[8]</sup>,在钟差短期预报中具有较高的精 度,但模型层次过于复杂,在学习样本数量有限时, 精度难以保证<sup>[9]</sup>.上述模型方法在钟差预报中取得 了一定的成果,但尚存在改进空间.

灰色理论模型是一种利用微分拟合进行二次建 模的方法,研究表明星载原子钟钟差的变化规律符合 灰色系统理论的特点<sup>[10]</sup>.并且,基于灰色理论的算法 样本需求小,模型表达式简单,便于工程应用.文献 [10]对 GM(1,1)模型的指数系数与卫星钟差预报精 度的关系做了详细研究,指出模型指数系数为恒定常 量是预报误差源之一.文献[11]提出了调节 GM(1, 1)模型中的指数系数和常数系数可以显著提升钟差 预报精度,但并未系统地提出系数优化方法.

本文在上述研究的基础上,首先分析了 GM(1, 1)模型存在的缺点,然后对其建模方法进行优化设 计,并引入粒子群参数自适应寻优方法,建立灰色自 适应粒子群 PGM(1,1)预测模型,并将其运用到导 航卫星精密钟差预报中进行研究.本文采用第1天 的历史精密钟差数据自适应建模,进行第2天的实 时预报实验,实验结果表明,算法对卫星钟差的预报 精度可达到亚纳秒级,可为 RT-PPP 提供高精度的 钟差数据.

1 GM(1,1)预测模型

#### 1.1 GM(1,1) 预测模型基本形式

常用的灰色预测模型是单变量的一阶预测模型--GM(1,1)模型.设原始量测数据为

 $\boldsymbol{x}^{(0)} = \{ x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \cdots, x^{(0)}(n) \}.$ 

一次累加原始量测数据  $x^{(0)}$ ,进而生成一次累 加序列(accumulation generation operator, 1-AGO), 记为

 $\mathbf{x}^{(1)} = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \cdots, x^{(1)}(n)\},\$ 

式中 $x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^{k} x^{(0)}(i), k = 1, 2, \cdots, n.$ 

为建立灰色原始数据的白化方程,对1-AGO序 列进行背景值的紧邻数据生成,生成的序列记为

 $z^{(1)} = \{ z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), \cdots, z^{(1)}(n) \},\$ 

式中 $z^{(1)}(k) = 0.5 \times (x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k-1)), k=1,2,\cdots,n.$ 

首先,根据新生成的序列 x<sup>(1)</sup> 和 z<sup>(1)</sup>,建立 GM (1,1) 灰色模型的微分方程和白化微分方程分别为:

$$\frac{\mathrm{d}x^{(1)}(t)}{\mathrm{d}t} = ax^{(1)}(t) + b_{1}$$

$$x^{(0)}(k) = az^{(1)}(k) + b,$$

式中待辨识的拟合参数 $A = \begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix}^T$ 可以通过最小二乘法得到.令:

$$y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) & x^{(0)}(3) & \cdots & x^{(0)}(n) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$
  
$$L = \begin{bmatrix} z^{(1)}(2) & z^{(1)}(3) & \cdots & z^{(1)}(n) \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$

则可得到A的最小二乘法解为

$$A = (L^{\mathrm{T}}L)^{-1}L^{\mathrm{T}}y.$$

然后,根据测量初值、拟合参数 a 和 b 可得微分 方程的数值解为

 $\hat{x}^{(1)}(t) = (x^{(1)}(1) + b/a) e^{a(t-1)} - b/a,$ 

由  $x^{(1)}(1) = x^{(0)}(1)$ ,上式对应的离散时间序列解为  $\hat{x}^{(1)}(k+1) = (x^{(0)}(1) + b/a)e^{ak} - b/a.$ 

最后,通过对得到的1-AGO 序列进行反向差分 处理 $\hat{x}^{(0)}(k+1) = x^{(1)}(k+1) - x^{(1)}(k)$ ,即可得到原始 量测数据的预测值为

 $\hat{x}^{(0)}(k+1) = (1 - e^{-a})(x^{(0)}(1) + b/a)e^{ak}.$ 

#### 1.2 GM(1,1) 模型的缺点分析

信息不完全的、小样本的不确定性灰色系统通常可采用 GM(1,1)模型进行表述,但对其建模方式进行分析,可知该模型存在以下不足:

1)在 GM(1,1)预测模型建立时至少要求具有 4 个量测数据,但在卫星钟差预测时,过多的建模数 据将使得旧信息的影响始终存在,因而对预测精度 产生了影响.求解辨识系数 a 和 b 的方法是最小二 乘法,其本质是等权值拟合所有的量测数据,并没有 区分新、旧信息的贡献,未体现出灰色理论新信息优 先的原理.

2)不同特征的序列,与之相应的背景值的不 同建立方法对 GM(1,1)模型的预测精度有较大的 影响.通常使用两个相邻的 1-AGO 序列数据点的 平均值作为背景值,即 $z^{(1)}(k) = 0.5 \times (x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k-1))$ ,这种构造方式简单,但使得 GM(1,1)模型对于变化较为剧烈的序列适应性较 差.文献[12]给出了适用于呈现指数型变化的数据 序列的背景值构造方法,其背景值构造形式为  $z^{(1)}(k) = \frac{x^{(1)}(k) - x^{(1)}(k-1)}{\ln x^{(1)}(k) - \ln x^{(1)}(k-1)}$ ,其中 In 为自然对 数.这种构造方法对指数型序列有很好的预测效果, 但对于平缓变化的序列,其误差较大.

3)GM(1,1)预测实质上是一种外推法,是用指数曲线拟合累加生成序列,研究表明拟合系数 a 和 b 对预测效果有直接影响.a 为发展系数,其大小和符号反映了序列的发展态势;b 为灰作用量,其反映了外在扰动量的大小.传统的 GM(1,1)模型将拟合

• 73 •

系数视为不变,使求解过程简洁明了,但随着预测空间和时间历元的变化,发展系数和灰作用量必然会随之改变.因此当序列变化剧烈,尤其是呈近指数变化时,预测误差较大.

4) GM(1,1) 模型在解算白化微分方程的数值 解时,选取第1个量测数据作为初始条件,即第1个 量测数据点必定在拟合曲线上,但第1个量测数据 是与预测点相距最远最旧的信息,因而这与新信息 优先的灰色理论基本原理相矛盾.

## 1.3 GM(1,1)模型的改进

通过分析 GM(1,1)模型所存在的缺陷,从下列 4 个方面对其进行相应的改进.

1.3.1 遗忘因子最小二乘法的引入

依据灰色理论新信息优先的原理,距离预测 点较远的旧信息对未来预测点的影响逐渐降低甚 至消失,但靠近预测点的新信息会对预测结果产 生较大的影响.从而,利用衰减记忆的最小二乘法 对预测模型进行改进,以量测数据与预测点的距 离为依据来设计遗忘因子,则带遗忘因子的系数 矩阵计算式为

 $A = (\boldsymbol{L}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{W} \boldsymbol{L})^{-1} \boldsymbol{L}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{W} \boldsymbol{y},$ 

式中,**W**为对角渐消阵,对角元素为渐消遗忘因子. 以指数型因子表征量测数据点与预测点间的距离范 数,可确保**W**对角渐消阵的正定性,**W** = diag( $e^{-(n-1)}, e^{-(n-2)} \cdots, e^{-(n-n)}$ ), *n*为序列长度. 1.3.2 背景值的构造

GM(1,1)模型背景值建立的误差源是由于采 用紧邻的两个1-AGO数据点连接成的直边梯形面 积代替其原始曲边梯形面积,而出现了滞后误差,如 图1所示,越剧烈变化的数据序列,其滞后误差也越 大.依据序列特点,对紧邻的两个1-AGO数据点进 行自适应加权平均得到新的背景值,即

 $z^{(1)}(k) = \omega x^{(1)}(k) + (1 - \omega) x^{(1)}(k - 1), 0 \le \omega \le 1$ 式中,权值 $\omega$ 的最优解可以通过自适应算法求得.该 背景值具有更小的滞后误差,对剧烈变化的序列具 有更佳的适应性.





1.3.3 系数优化因子的引入

为了确定拟合系数和函数形态的变化关系,对 白化微分方程式求偏导可得:

$$\frac{\partial^2 x^0(k)}{\partial k^2} = a^2 \hat{x}^{(0)}(k) ,$$
$$\frac{\partial \hat{x}^0(k)}{\partial b} = \frac{(1 - e^{-a})}{a} \times e^{a(k-1)}$$

GM (1,1) 模型的数据序列均为非负序列即  $\hat{x}^{(0)}(k) > 0$ ,则可知发展系数 *a* 的改变表现为拟合函 数态势增长速度的变化, |a|值越大增长越快.不论 *a* 取何值,  $\frac{\partial \hat{x}^{0}(k)}{\partial b} > 0$ 均成立,则灰作用量 *b* 的改变对 应为拟合函数的平移变化.文献[12]经过严格数学 证明给出了等时距模型拟合系数的有效范围, *a*  $\in$  $(-\frac{2}{n+2}, \frac{2}{n+2})$ ,*n* 为建模序列长度.

系数优化是基于最小二乘拟合的自适应调节, 使模型更加适应于拟合剧烈变化的数据序列,如近 指数型序列.一方面要抑制发散趋势使拟合总体误 差减小,另一方面又不能引起函数形态的畸变,由此 在预测值求解式中引入发展系数优化因子 λ 和灰 作用量优化因子 θ.

 $\hat{x}^{(0)}(k+1) = (1 - e^{-\lambda a})(x^{(0)}(1) + \theta b/a)e^{\lambda ak}.$ 式中,经数值试验系数优化因子的有效范围为 $\lambda \in (0,2], \theta \in (0,2], \theta$ 

求解微分方程时,可任意选取 1-AGO 序列中的 量测数据点作为初值,可得其对应的时间序列解为

 $\hat{x}^{(1)}(k+1) = (x^{(0)}(l) + b/a)e^{a(k+1-l)} - b/a.$ 

$$(k = 1, 2, \cdots, n, 1 \le l \le k)$$

根据新信息优先的原理,1-AGO 序列中最新的 量测量可选取为初值进行预测求解,可得微分方程 的解为

 $\hat{x}^{(1)}(k+1) = (x^{(1)}(k) + b/a)e^a - b/a.(k = 1,2,\cdots,n)$ 

2 PGM(1,1)灰色粒子群自适应预测

本文在上述对 GM(1,1)模型建模方法进行优 化设计的基础上,引入粒子群参数自适应寻优方法, 建立了灰色自适应粒子群 PGM(1,1)预测模型 (particle swarm optimization-grey model).

#### 2.1 PGM(1,1)预测模型的构建

设原始量测数据为

 $x^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\}, (k = 1, 2, \dots, n)$ 对应的 1-AGO 序列为:

$$\mathbf{x}^{(1)} = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \cdots, x^{(1)}(n)\}$$
$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^{k} x^{(0)}(i), (k = 1, 2, \cdots, n)$$

背景值由 1-AGO 序列进行一次紧邻数据自适 应寻优生成.

 $z^{(1)} = \{z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), \dots, z^{(1)}(n)\}.$  $\exists \oplus, z^{(1)}(k) = \omega x^{(1)}(k) + (1-\omega) x^{(1)}(k-1). \notin \oplus : k = 2, 3, \dots, n; \omega \ \text{blick} \ \text{blick}$ 

依据新生成的数列,可得到 PGM(1,1)的微分 方程及白化微分方程为:

$$\frac{\mathrm{d}x^{(1)}(t)}{\mathrm{d}t} = ax^{(1)}(t) + b, \qquad (1)$$

$$x^{(0)}(k) = az^{(1)}(k) + b.$$
 (2)

式中, 拟合初始参数  $A = \begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix}^T$  由衰减记忆的最小二乘法辨识得到, 则A 的估计值为

$$\hat{\boldsymbol{A}} = (\boldsymbol{L}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{L})^{-1}\boldsymbol{L}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{y}.$$

求解微分方程式(1),可得其初始数值解为

 $\hat{x}^{(1)}(t) = (x^{(1)}(1) - b/a) e^{a(t-1)} + b/a.$ 

以 1-AGO 序列中任意值为初始条件,式(1)的 初始时间序列解为

 $\hat{x}^{(1)}(k+1) = (x^{(0)}(l) + b/a) e^{a(k+1-l)} - b/a,$ (k = 1,2,...,n,1 ≤ l ≤ k)

式中,**x**<sup>(1)</sup>(*l*)为1-AGO序列中的第*l*个值.如果选取 *l*=1,上式为采用初值进行预测的模型;如果选取 *l*= *k*,上式为采用最新的预测值或量测量进行预测的模 型.反向差分并引入系数优化因子可得预测值为

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = (1 - e^{-\lambda a}) (x^{(0)}(l) + \theta b/a) e^{\lambda a(k-l)},$$
  
(k = 1,2,...,n) (3)

式中, $\lambda \in (0,2]$ , $\theta \in (0,2]$ ,同时 $\lambda a \in (-\frac{2}{n+2},\frac{2}{n+2})$ .

通过自适应算法求解出最佳的优化因子组合  $\varphi_{\text{best}} = [\omega_{\text{best}}, \lambda_{\text{best}}, \theta_{\text{best}}], 代入式(3) 计算可得优化模型的预测值.$ 

#### 2.2 模型精度检测

模型精度的检验标准选择使用平均相对误差<sup>[13]</sup>,这适用于各数据采样点量测精度相当的序列,然而对采样点量测精度变化有区分度的序列,使 用平均相对误差作为精度检验标准,将会使得在参 数寻优过程中,量测精度较低的采样点对预测误差 函数的影响权值与量测精度高的采样点一致,无法 保证参数自适应寻优的效果.因此,本文中精度检验 的标准选择使用归一化的平均相对误差进行归一化平 均<sup>[14]</sup>,为

$$\sigma = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} q(k) \left( \frac{|\hat{x}_{i}^{(0)}(k) - x_{i}^{(0)}(k)|}{x_{i}^{(0)}(k)} \right), (k = 1, 2, \dots, n)$$

式中,q(k)为采样点量测精度值,若q(k)=1则各 采样点精度一致.本文实验中以精密星历的钟差数 据点精度作为权值进行归一化.

### 2.3 自适应优化因子的求解算法

粒子群优化算法(particle swarm optimization, PSO)是一类随机全局优化技术,通过粒子间的相互 作用发现复杂搜索空间中的最优区域.由于其收敛 速度快,参数调整较为简单,概念明确且较容易编程 实现,在工程中应用广泛.因此,本文参数自适应寻 优选用 PSO 算法,其原理如下<sup>[14]</sup>.

假设有 m 个粒子组成的一个微粒群,分布在 D 维的搜索空间中,第 i 个粒子的飞行速度和位置分 别为  $v_i = [v_{i1} v_{i2} \cdots v_{iD}] \pi s_i = [s_{i1} s_{i2} \cdots s_{iD}],其中 i =$ 1,2,…,m.根据对环境的适应度将群体中的微粒移动 到更好的区域,每个粒子的位置就是一个潜在的解. 在每次迭代中,粒子通过跟踪两个"极值"更新自己. 第1个极值是粒子本身所找到的最优解,即个体极值  $p_{ibest} = [p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD}];$ 第2个极值是整个种群中所 找到的最优解,即全局极值  $p_{gbest} = [p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gD}].$ 对每一代粒子,在找到这两个最优值时,粒子根据下 式来更新自己的速度和位置为

$$\begin{cases} v_{il} = wv_{id} + c_1 r_1 (p_{id} - s_{id}) + c_2 r_2 (p_{gl} - s_{gl}), \\ s_{il} = s_{id} + v_{id}. \\ (i = 1, 2, \cdots, m, d = 1, 2, \cdots, D) \end{cases}$$

式中:正常数 c<sub>1</sub>、c<sub>2</sub> 分别为加速系数,通常取值范围 在[2,4]之间;r1、r2 分别为在范围[0,1]内变化的随 机数;w 为惯性权值.为改善 PSO 算法的全局和局部 搜索能力本文采用惯性权值非线性递减策略<sup>[15]</sup>即

$$w = (w_{\text{start}} - w_{\text{end}}) (\frac{t}{t_{\text{max}}})^2 + (w_{\text{start}} - w_{\text{end}}) (\frac{2t}{t_{\text{max}}}) + w_{\text{start}}.$$

式中:w<sub>start</sub>、w<sub>end</sub>分别为惯性权值的上限和下限;t、t<sub>max</sub> 分别为迭代次数和迭代上限.

采用 PSO 算法求解最优因子组合的步骤如下.

**Step 1** 按微粒群的规模 *n* 生成初始群体( $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,..., $\varphi_n$ ),惯性权值上、下限  $w_{max}$ 和  $w_{min}$ ,加速系数  $c_1$ 、 $c_2$ ,最大允许迭代次数  $t_{max}$ ,以及各个微粒的初始 位置和初始速度;其中  $\varphi_i = [\omega_i, \lambda_i, \theta_i]^{\mathrm{T}}$ .

Step 2 以模型平均相对误差最小为准则对参数进行优化,其目标函数为

$$\min f(\varphi_i) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n q(k) \left( \frac{|\hat{x}_i^{(0)}(\varphi_i, k) - x_i^{(0)}(k)|}{x_i^{(0)}(k)} \right),$$

式中, $\hat{x}_i^{(0)}(\varphi_i, k)$ 为优化因子组合取 $\varphi_i$ 时计算得到的预测值.

Step 3 各微粒将当前适应值和其个体历史最好 适应值进行比较,以此得到全局历史最好适应度值;

Step 4 依据个体和全局历史最优值更新各微

粒的速度和位置.

Step 5 当适应度值到达精度标准时停止搜索,输出搜索结果,否则,返回 Step2 继续搜索;若达到迭代次数上限,适应度值还未收敛,表明本文的模型算法已失效,需另选其他模型进行计算.

## 2.4 PGM(1,1)模型卫星钟差预测流程

图 2 所示为灰色粒子群自适应卫星钟差预测方 法的计算流程,其具体步骤如下.

**Step 1** 依据待预测序列的特点对其进行预处 理,处理后的序列为非负序列.

**Step 2** 一次累加预处理后的序列生成 1-AGO 序列.

**Step 3** 依据原始序列和 1-AGO 序列建立预 测模型,PSO 算法初始化后,计算各粒子初始归一化 平均相对误差.

Step 4 将归一化平均相对误差最小作为寻优 准则,PSO 算法自适应训练出最优的组合优化因子  $\varphi_{\text{best}}$ ;若达到最大迭代上限还未得到训练结果,则本 文的钟差预报方法失效,需对精密定位用户进行告 警,并采用其他钟差预报模型进行替代.

**Step 5** 根据最优的组合优化因子  $\varphi_{\text{best}}$  计算拟 合参数  $a \to b$ .

**Step 6** 形成最终的序列预测公式,并依据预测公式计算钟差序列预测值.



图 2 PGM(1,1)算法流程

Fig.2 PGM(1,1) algorithm flow chart

3 实验验证

IGS 提供的精密钟差产品分为快速精密星历钟 差和事后精密星历钟差,快速精密星历钟差具有1d 左右的发布延迟,其钟差数据精度可达0.5 ns 以内; 而事后精密星历钟差具有13 d 以上的延迟,但其精 度最高,可达 0.3 ns 以内<sup>[16]</sup>.快速精密星历钟差已 满足实时精密单点定位的精度要求,且能表征星载 原子钟钟差的变化规律.因此,本文经过两种星历钟 差精度和发布时延的折中,选用快速精密星历钟差 数据进行 PGM(1,1)模型的实验仿真.

本文所使用的实验数据是 2015 年 12 月 1 日至 12 月 2 日的 GPS 快速精密星历钟差数据,将 12 月 1 日的钟差数据作为历史进行 PGM(1,1)建模自适应 优化,形成最终的钟差预测公式后,再对 12 月 2 日 的钟差数据进行预报.数据采样间隔与 IGS 精密星 历保持一致,为 15 min.GPS 星载原子钟钟差与其自 身物理结构和运行环境密切相关,所表现出的钟差 变化各有其特点,因此,本文选取 5 颗钟差变化典型 的 GPS 卫星进行 PGM(1,1)模型的钟差预报实验, 见表 1;同时选取 GM(1,1)模型和二次多项式 SP 模型作为对照组进行预报结果比较.

表1 精密星历数据选取一览

Гab.1	Precise	$\operatorname{clock}$	error	experimental	data	list
-------	---------	------------------------	-------	--------------	------	------

卫星伪随机码编号 (Pseudo Random Noise Number, PRN)	卫星类型	原子钟 类型	平均精 度指数	钟差变 化趋势
01	BLOCK II F	铷钟	107.427 1	正值递增
11	BLOCK II R	铷钟	101.243 1	负值递减
27	BLOCK II A	铯钟	96.649 3	正值递增
30	BLOCK II A	铷钟	105.809 0	正值递增
31	BLOCK II R-M	铷钟	100.041 7	正值递减

由表 2 可知, PGM 模型对铷钟钟差的平均预报 残差都在 0.1 ns 以内, 对铯钟钟差的平均预报残差 约为 0.5 ns, 预报残差标准差均在 0.5 ns 左右, 由此 导致的伪距测量误差均为厘米级, 而 IGS 快速精密 星历的平均精度亦在 0.5 ns 左右, 证明了本文预测 方法的有效性.同时, 铯钟比铷钟时频稳定性差, 钟 差量测精度偏低, 导致其钟差数据序列不够平稳, 因 此相应的 PRN 27 卫星钟差预报精度也偏低, 进一 步说明预测序列的变化趋势对 PGM 模型的预报精 度影响较小, 而序列的平稳程度对模型预报精度有 较大的影响.

由表3可知,GM 模型的预报残差平均值在1~ 5 ns之间,预报残差标准差在0.5~2.5 ns之间,由此导 致的平均伪距测量误差在1~2 m之间,但在预报 PRN 01 卫星钟差时出现了误差发散的情况,预报残 差平均值达到72 ns.SP 模型预报精度在60~400 ns 之间,由此导致的平均伪距测量误差在18~125 m之 间,而且针对不同的卫星钟差序列预测精度有较大差 别.因此,GM 模型的总体预报精度优于 SP 模型.

#### 表 2 PGM 模型预报精度统计

Tab.2 PGM model forecasting accuracy statistics

PRN	自适应最佳参数组合[ $\omega_{ ext{best}}, \lambda_{ ext{best}},  heta_{ ext{best}}]$	残差平均值/ns	残差标准差/ns	平均相对误差值/%	平均伪距误差/m
01	[0.011 0,0.987 0,0.999 9]	0.029 60	0.381 5	0.004 500 0	0.008 9
11	$[0.592\ 0, 0.995\ 0, 0.999\ 7]$	0.063 80	0.381 5	0.000 051 7	0.019 1
27	[0.001 0,0.998 0,0.999 3]	-0.484 20	0.697 1	0.001 900 0	-0.145 2
30	[0.4520,0.9960,0.9995]	-0.009 90	0.483 7	0.000 551 0	-0.003 0
31	[0.568 0,1.001 0,1.012 5]	0.055 80	0.609 0	0.000 170 9	-0.016 7

#### 表 3 GM 模型和 SP 模型预报精度统计

Tab.3 GM model forecasting accuracy statistics

PRN —	残差平均值/ns		残差标准差值/ns		平均相对设	平均相对误差值/%		平均伪距误差/m	
	GM	SP	GM	SP	GM	SP	GM	SP	
01	-72.928 6	-62.289 4	0.440 3	8.477 5	1.292 400 0	1.103 4	-21.863 3	-18.673 7	
11	-2.123 2	-193.443 2	0.601 4	53.367 0	0.000 195 9	0.031 2	-0.723 1	-57.992 3	
27	-3.867 2	424.270 0	1.769 0	81.661 3	0.019 500 0	1.038 8	-1.159 4	127.193 6	
30	-4.794 1	98.970 9	0.490 7	29.252 5	0.007 300 0	0.151 7	-1.437 2	29.670 5	
31	0.962 1	-203.704 8	2.458 4	39.642 4	0.000 754 1	0.069 5	0.288 1	-61.068 7	

对比表 2、3 中各模型的预报结果, PGM 模型平 均预报残差达到了亚纳级, 比 GM 模型的平均相对误 差降低 73%~97%, 较 SP 模型平均相对误差降低两 个数量级. GM 模型在预报 PRN 01 卫星钟差时出现了 误差发散的情况, SP 模型预报的多颗卫星钟差精度 差异较大, 说明传统模型对不同的钟差序列敏感性有 较大差异. PGM 模型对各颗卫星钟差预报精度较高, 证明依据预测序列的特点, 引入 PSO 参数自适应寻 优方法可改善传统模型的适应性和收敛性.

图 3 为 PRN 31 卫星的钟差预报结果图,其余各颗卫星的钟差预报结果与之类似.如图 3 所示 PGM 模型 1 d 内各历元的预报残差稳定在 1 ns 以内,由此 造成的伪距测量误差在厘米级,预报精度相较 GM 模 型有较大提升,且预报数据序列较 GM 模型更加平 稳,进一步证明了 PGM 模型性能优于 GM 模型,能为 RT-PPP 提供实时高精度的钟差预报数据.





4 结 论

1)本文提出的 PGM(1,1)预测模型针对 GM (1,1)模型在建模方式上的不足,引入了带遗忘因 子的最小二乘法,由此旧信息对预测结果的影响权 值较小,而新信息对预测结果有较大的影响权值,有 效提升了模型的预测精度.同时,依据预测序列的特 点引入组合优化因子,对模型的背景值、发展系数以 及灰作用量进行粒子群自适应寻优,使得模型预测 精度进一步提升,并具备更好的适应性和收敛性.

2)由于卫星钟差序列各数据点量测精度不一 致,采用归一化平均相对误差作为模型自适应精度 检测的标准,由此避免以平均相对误差为标准时,相 对误差大的低量测精度钟差数据点湮没相对误差小 的高量测精度钟差数据点,显著降低了不稳定钟差 数据序列的预测误差.

3)GPS 卫星钟差预报实验表明,本文提出的 PGM(1,1) 预测模型,其预报精度相对于常规 GM(1,1)和 SP 模型有了较大提升且所需训练样本小,平均预报残差达到了亚纳秒级,能够满足 RT-PPP 对实时高精度钟差数据的需求.

## 参考文献

- SENIOR K, KOPPANG P, RAY J. Developing an IGS time scale
   J. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 2003, 50 (6): 585 - 593. DOI: 10.1109/ FREQ.2001.956188.
- [2] JONSSON P, EKLUNDH L. Seasonality extraction by function fitting to time-series of satellite sensor data [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2002, 40(8): 1824–1832. DOI: 10.1109/TGRS. 2002.802519.
- [3]赵思浩,陆明泉, 冯振明. 基于自适应卡尔曼滤波的 GNSS 矢量 锁定环路[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2012, 44(7):139-143. DOI: 10.11918/j.issn.0367-6234.2012.07.027.

ZHAO Sihao, LU Mingquan, FENG Zhenming. GNSS vector lock loop based on adaptive Kalman filter[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2012, 44 (7): 139 – 143. DOI: 10.11918/j.issn. 0367–6234.2012.07.027.

- [4] HOWE D A, BEARD R L, GREENHALL C A, et al. Enhancements to GPS operations and clock evaluations using a "total" Hadamard deviation [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 2005, 52(8): 1253-1261. DOI: 10.1109/ TUFFC.2005.1509784.
- [5] SONG Qing, HU Wenjie, XIE Wenfang. Robust support vector machine with bullet hole image classification [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 2002, 32 (4): 440-448. DOI: 10.1109/TSMCC.2002.807277.
- [6]颜根廷,马广富,肖余之.一种混合核函数支持向量机算法[J]. 哈尔滨工业大学学报,2007,39(11):1704-1706.DOI:10. 3321/j.issn:0367-6234.2007.11.006.
  YAN Genting, MA Guangfu, XIAO Yuzhi. Support vector machines

based on hybrid kernel function [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2007, 39(11): 1704-1706. DOI: 10.3321/j.issn: 0367-6234.2007.11.006.

[7] 雷雨,赵丹宁. 基于最小二乘支持向量机的钟差预报[J]. 大地 测量与地球动力学, 2013, 33(2):91-95. DOI:10.14075/j.jgg. 2013.02.014.

LEI Yu, ZHAO Danning. Clockerror prediction using least squares support vector machines [J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2013, 33(2):91-95.DOI:10.14075/j.jgg.2013.02.014.

[8]魏微,高谦.改进的 BP 神经网络模型预测充填体强度[J].哈尔 滨工业大学学报,2013,45(6):90-95.DOI:10.11918/j.issn.0367-6234.2013.06.016.

WEI Wei, GAO Qian. Strength prediction of backfilling bodybased on modified BP neural network [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2013, 45(6):90-95. DOI :10.11918/j.issn.0367-6234.2013.06.016.

[9] 郭承军, 滕云龙. 神经网络在卫星钟差短期预报中的应用研究 [J]. 测绘科学, 2011, 36(4): 198-200. DOI:10.16251/j.cnki. 1009-2307.2011.04.081.

GUO Chengjun, TENG Yunlong. Application of neural network in

satellite clock bias short-term prediction [J]. Science of Surveying and Mapping, 2011, 36(4): 198-200. DOI: 10.16251/j.cnki. 1009-2307.2011.04.081.

[10]郑作亚,陈永奇,卢秀山.灰色模型修正及其在实时GPS卫星 钟差预报中的应用研究[J].天文学报,2008,49(3):306-320.
DOI: 10.15940 /j.cnki.0001-5245.2008.03.012.
ZHENG Zuoya, CHEN Yongqi, LU Xiushan. An improved greymodel for the prediction of real-time GPS satellite clock bias[J].
ACTA Astronomica Sinica, 2008, 49 (3): 306-320. DOI: 10.
15940 /j.cnki.0001-5245.2008.03.012.

- [11]路晓峰,杨志强,贾小林,等.灰色系统理论的优化方法及其在卫星钟差预报中的应用[J].武汉大学学报:信息科学版,2008,33(5):492-495. DOI:10.13203 /j.whugis2008.05.008.
  LU Xiaofeng, YANG Zhiqiang, JIA Xiaolin, et al. Parameter optimization method of graysystem theory for the satellite clock error predicating [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2008, 33(5):492-495. DOI:10.13203 /j.whugis2008.05.008.
- [12] 吕林正,吴文江.灰色模型 GM(1,1) 优化探讨[J].系统工程理 论与实践, 2001, 21(8): 92-96. DOI: 10.3321/j.issn:1000-6788.2001.08.018.

LU Linzheng, WU Wenjiang. Research on the optimization of grey model GM(1,1)[J]. System Engineering Theory and Practice, 2001, 21(8):92-96. DOI: 10.3321/j.issn:1000-6788.2001.08. 018.

- [13]朱晓菲,王国华,张欣豫,等.基于遗传新陈代谢灰色模型的电子设备故障预测模型[J].现代电子技术,2014,37(1):86-89.DOI:10.16652/j.issn.1004-373x.2014.01.019.
  ZHU Xiaofei,WANG Guohua, ZHANG Xinyu, et al. Research on failure of electronic equipment based on genetic metabolism grey model[J]. Modern Electronics Technique, 2014, 37(1):86-89.DOI:10.16652/j.issn.1004-373x.2014.01.019.
- [14]张朝飞,罗建军,徐兵华,等.基于灰色理论的新陈代谢自适应 多参数预测方法[J].上海交通大学学报,2017,51(8):970-976. DOI:10.16183/j.cnki.jsjtu.2017.08.011.
  ZHANG Zhaofei, LUO Jianjun, XU Binghua, et al. Metabolism adaptive multi-parameter prediction method based on grey theory
  [J]. Journalof Shanghai Jiao Tong University, 2017, 51(8): 970-976. DOI:10.16183/j.cnki.jsjtu.2017.08.011
- [15]陈贵敏,贾建援,韩琪. 粒子群优化算法的惯性权值递减策略研究[J].西安交通大学学报,2006,40(1):53-56.DOI:10.3321/j.issn:0253-987X.2006.01.013.
  CHEN Guimin, JIA Jianyuan, HAN Qi. Study on the strategy of decreasing inertia weight in particle swarm optimization algorithm
  [J]. Journal of Xi'an Jiao Tong University, 2006, 40(1):53-56.DOI: 10.3321/j.issn:0253-987X.2006.01.013.
- [16] 汪平, 许家琨, 沈国康, 等. IGS 快速精密星历与事后精密星历 的定位精度分析[J]. 海洋测绘, 2015, 35(5): 32-34. DOI: 10. 3969/j.issn.1671-3044.2015.05.008.

WANG Ping, XU Jiakun, SHEN Guokang, et al. Positioning accuracy analysis between IGS rapid precise ephemeris and final precise ephemeris[J]. Hydrographic Surveying and Charting, 2015, 35(5): 32-34. DOI: 10.3969/j.issn.1671-3044.2015.05.008.

(编辑 张 红)