DOI:10.11918/j.issn.0367-6234.201703159

# 基于矩阵加权多模型融合的认知跟踪波形设计

#### 翔.赵占锋.赵宜楠.周志权 冯

(哈尔滨工业大学 电子与信息工程学院,哈尔滨 150001)

摘 要:针对机动目标状态跟踪问题,认知雷达能够调整发射端波形来获取持续、稳健目标跟踪信息,本文基于矩阵加权多模 型融合思想引入一种新的面向机动目标跟踪的认知雷达自适应波形设计方法(Adaptive waveform design method based on Matrix -weighted Interacting Multiple Model, AMIMM). 首先,利用多模型思路对机动目标状态进行建模,并考虑各模型目标状态估计 及其误差协方差矩阵中元素间相关性,以矩阵加权融合方式代替传统概率加权方式,进而构造基于矩阵加权多模型信息融合 的跟踪算法框架: 然后, 以多模型状态融合后的状态估计误差协方差矩阵为基准, 利用特征值分解(EigenValue Decomposition, EVD)技术求取融合后状态估计误差协方差矩阵对应椭圆参数:最后,通过分数阶傅里叶变换(fractional Fourier transform, Fr-FT) 来旋转雷达量测误差椭圆,使得量测误差椭圆与融合后目标状态估计误差椭圆正交,从而获得下一时刻认知波形参数,实 现波形自适应捷变. 仿真实验表明. 与当前流行多种算法相比. 本文所提算法能够进一步提高机动目标跟踪精度和稳健性. 关键词:认知雷达;交互多模型;信息融合;矩阵加权;波形捷变

中图分类号: TN958 文献标志码:A 文章编号: 0367-6234(2018)05-0030-08

# Cognitive tracking waveform design based on matrix-weighted multiple model fusion

FENG Xiang, ZHAO Zhanfeng, ZHAO Yinan, ZHOU Zhiquan

(School of Electrics and Information Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: To track maneuvering target, cognitive radar could adjust its transmitted waveforms to obtain some sustainable or robust information of target. We propose a novel adaptive waveform design method based on matrixweighted Interacting Multiple Model fusion (AMIMM) for tracking maneuvering target. The target state is modeled via the multi-model idea, and the tracking framework is formulated by using the matrix-weighted multi-model fusion in lieu of probability-weighted way. The fused covariance matrix of state estimation is selected as the ellipse metric, and its ellipse parameters could be obtained by using EigenValue Decomposition (EVD). Finally, according to the fused covariance matrix-related ellipse parameters, the fractional Fourier transform (FrFT) is utilized to rotate the measurement error ellipse to make them orthogonal to each other, and obtain the adaptive waveforms. Simulation results show that compared with several current algorithms, our algorithm could further improve the tracking accuracy and robustness.

Keywords: cognitive radar; interacting multiple model; information fusion; matrix weighted; waveform agile

战场中机动目标状态往往呈现随机性、多样性 等特点,使得传统雷达难以对其有效追踪,这成为当 前研究热点和难点. 多数研究从接收端数据处理出 发,侧重目标状态建模及滤波算法改进<sup>[1-3]</sup>;忽视目 标跟踪精度不仅与数据处理方式有关,且受发射波形 影响,导致跟踪误差大、鲁棒性差等问题.对此,新体 制认知雷达可视为解决此类问题的有效途径,其能够 感知目标状态机动并自适应地调整波形及接收端信 号处理方式,以获取更为准确的目标信息<sup>[4-6]</sup>.

文献[7]针对目标跟踪问题构造多站场景,集

收稿日期: 2017-03-31

- 基金项目:国家自然科学基金(61371181)
- 作者简介: 冯 翔(1988—), 男, 博士研究生;
- 赵宜楠(1977-),男,教授,博士生导师
- 通信作者:赵宜楠,hrbzyn@163.com

中处理多站接收数据来洗择波形及发射-接收位置 配对,提升目标跟踪性能;文献[8]考虑多传感器数 据融合思路,分析两部雷达接收数据并结合粒子滤 波算法来设计波形以提高跟踪性能. 上述研究均侧 重于接收数据处理而忽视目标机动随机性、多样性 问题,若模型失配或先验知识缺失则多站跟踪性能 也难以保证.为了解决目标模型失配问题,文献[9] 构造多项式预测模型并以目标状态预测误差椭圆为 基准,通过 FrFT 旋转量测误差椭圆使其与状态预测 误差椭圆正交来选择最优波形;但其对于机动检测 窗口设置缺乏先验指导,而难以应用于具体场景. 文献 [10] 引入交互多模型 (Interacting Multiple Model, IMM) 跟踪算法框架, 并利用 FrFT 旋转波形 模糊函数得到新的量测误差椭圆,实现波形捷变;文 献[11]针对多站跟踪场景,引入 IMM-扩展卡尔曼 滤波算法来对各站接收数据进行集中处理,并用跟 踪误差协方差矩阵构建目标函数进行波形参数调 整;文献[12]在 IMM 框架下考虑波形模糊函数与 Fisher 信息矩阵中波形参数的对应关系,以目标距 离、速度估计性能克拉美罗下界作为评价标准来得到 最优波形;上述 IMM 算法中往往采用概率加权来联 接不同子模型状态输出,忽视目标状态向量及其误差 协方差矩阵中不同维度元素间相关性,影响目标状态 匹配性能,使得跟踪误差随时间积累而逐步增大<sup>[13]</sup>. 另外,文献[14-15]指出常规 IMM 中固定马尔科夫转 移矩阵亦使模型转换速度变慢、精度降低.

针对上述机动目标跟踪问题,本文基于多模型 融合思想,引入矩阵加权多模型融合的自适应波形 设计算法.首先,利用多模型思路对机动目标状态 进行建模,并考虑各模型目标状态估计及其误差协 方差矩阵中元素间相关性,以矩阵加权融合方式代 替传统概率加权方式,构造多模型跟踪算法框架;然 后,以状态融合估计误差协方差矩阵为基准,利用特 征值分解求取矩阵椭圆参数;最后,通过 FrFT 来旋转 量测误差椭圆使其与融合状态误差椭圆正交,实现波 形自适应调整.仿真实验表明,所提算法相比当前流 行算法能够获得更低跟踪误差和更强稳健性.

## 1 基于交互多模型的目标跟踪方法简介

IMM 算法对于机动目标跟踪表现出良好性能优势;其核心在于考虑目标可能多个机动模型,并分配线性或非线性滤波器,各滤波器并行工作得到模型概率,进而综合输出目标估计状态及误差协方差矩阵. 由文献[16-17]知,多模型思路建模往往假定模型间转移服从已知转移概率的一阶马尔科夫链,从而可利用模型先验概率及转移概率来计算各滤波器交互估计.

## 1.1 目标运动模型

目标状态方程和量测方程如下:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{F}_i(\mathbf{x}(k)) + \mathbf{w}_i(k), \qquad (1)$$

$$\boldsymbol{z}(k) = \boldsymbol{H}_{i}(\boldsymbol{x}(k)) + \boldsymbol{v}(k).$$
(2)

式中: x(k) 表示目标状态向量,包含 x, y 方向位置 和速度状态, z(k) 为量测向量;  $j \in \{1, \dots, s\}$  为模 型库中第 j 个模型, s 为模型数目; 当上式表示线性 运动模型时,  $F_j(\cdot)$  或 $H_j(\cdot)$  为转移矩阵,非线性运 动模型时  $F_j(\cdot)$  或 $H_j(\cdot)$  为非线性函数;  $w_j(k)$  和 v(k) 表示均值为零、协方差矩阵分别为  $Q_j$  和 R 的 高斯过程噪声和量测噪声. 令  $M_j^k$  表示 k 时刻目标机 动模型 j, 则模型从 k - 1 时刻跳变到 k 时刻转移过 程可用具有转移概率矩阵  $\hat{\pi}$  的一阶马尔科夫过程表 示,其中

$$\hat{\boldsymbol{\pi}}_{ij} = Prob(M_j^k \mid M_i^{k-1}), \qquad (3)$$

$$0 \leq \hat{\pi}_{ij} \leq 1, \sum_{j=1}^{i} \hat{\pi}_{ij} = 1; i, j \in \{1, \dots, s\}. (4)$$

式中 Prob(·) 为转移概率密度函数.

## 1.2 交互多模型跟踪算法

IMM 算法步骤可概括为以下 4 步:

1)各模型对应滤波器初始化;

2)模型修正:模型 M<sub>i</sub> 混合权重更新、混合状态 估计及混合误差协方差矩阵计算;

3) 各子模型滤波过程计算、模型概率更新;

4)模型输出:融合状态估计及融合误差协方差 矩阵更新.

其中,步骤 4)的融合状态 $\hat{x}_{1}(k)$ 及其误差协方 差矩阵  $P_{1}(k)$ 计算如下

$$\hat{\mathbf{x}}_{1}(k) = \sum_{j=1}^{s} u_{j}^{k} \hat{\mathbf{x}}_{j}(k) ,$$
 (5)

$$\boldsymbol{P}_{\mathrm{I}}(k) = \sum_{j=1}^{s} u_{j}^{k} \{ \boldsymbol{P}_{j}(k) + [\hat{\boldsymbol{x}}_{j}(k) - \hat{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{I}}(k)] \times [\hat{\boldsymbol{x}}_{j}(k) - \hat{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{I}}(k)]^{\mathrm{T}} \}.$$
(6)

式中:  $\hat{x}_{j}(k)$  和  $P_{j}(k)$  分别为第j 个模型滤波获得的 状态估计及误差协方差矩阵;  $\hat{x}_{I}(k)$  和  $P_{I}(k)$  为融 合状态估计及其误差协方差矩阵;  $u_{j}^{k}$  为模型  $M_{j}^{k}$  连 接权值(即模型概率),即

$$u_{j}^{k} = P\{M_{j}^{k} \mid \mathbf{Z}^{k}\} = \frac{P(z(k) \mid M_{j}^{k}, \mathbf{Z}^{k-1}) \cdot P(M_{j}^{k} \mid \mathbf{Z}^{k-1})}{c}.$$
(7)

式中: c 为正则化常数,  $P(\cdot)$  为高斯概率密度函数;  $\mathbf{Z}^{k-1} = [z(1), \dots, z(k-1)]$  为历史观测值向量.

对于机动跟踪而言,位置、速度误差往往存在耦 合关系,体现在各子模型获得目标状态估计及误差 协方差矩阵中;传统 IMM 采用近似概率密度函数作 为融合权值,难以应对大机动时可能出现概率函数 失效问题;且忽视了目标状态向量及误差协方差矩 阵中元素间关系,跟踪稳健性较差.文献[13]引人 对角阵加权融合方式在一定程度上增强了跟踪稳健 性,但同样忽视各模型位置误差与速度误差间关系, 易造成大机动时跟踪误差过大.

2 基于矩阵加权多模型融合的自适应 波形设计算法

从接收端数据处理与发射端波形联合优化角度 出发,引入基于矩阵加权多模型融合的波形捷变算 法,以实现认知跟踪雷达的闭环反馈调整.

### 2.1 矩阵加权多模型融合跟踪算法

对于 n×1 维状态向量 x 而言,设 s 个子模型相

应局部无偏滤波器估值为 $\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_s$ ,由无偏性得:  $E(\hat{x}_i) = E(x); \Leftrightarrow \tilde{x}_i = x - \hat{x}_i$ 表示局部估值误差,  $P_{ii} = E[\tilde{x}_i \tilde{x}_i^T]$ 表示模型 *i* 的目标状态估计误差协方 差矩阵,  $P_{ij} = E[\tilde{x}_i \tilde{x}_j^T]$ 表示模型 *i* 和*j* 的估计误差互 协方差矩阵,且 *i* ≠ *j* 时有  $P_{ij} = P_{ji}^T$ .局部滤波器估值  $\hat{x}_i$  可视为第 *i* 个模型滤波器对 *x* 的"量测",其协方 差矩阵  $P_{ii}$  可视为对 *x* 的"量测误差协方差矩阵",即 有"局部观测方程":

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{i} = \boldsymbol{x} + (-\tilde{\boldsymbol{x}}_{i}), i = 1, \cdots, s.$$

$$= 1, \cdots, s.$$

$$y = ex + v, \tag{9}$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_i & \cdots & \hat{\mathbf{x}}_s \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \qquad (10)$$

$$\boldsymbol{e} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_n & \cdots & \boldsymbol{I}_n \end{bmatrix} , \qquad (11)$$

$$\boldsymbol{v} = \begin{bmatrix} -\tilde{\boldsymbol{x}}_i & \cdots & -\tilde{\boldsymbol{x}}_s \end{bmatrix}^{-1}.$$
(12)

由无偏性知  $E(-\tilde{x}_i) = 0$ , 即  $E(v) = 0; I_n$  表示  $n \times n$  维单位矩阵,  $e = [I_n \cdots I_n]^T$  为列满秩矩 阵; v 的协方差矩阵  $P = E(vv^T)$  可构造为:

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{P}_{11} & \cdots & \boldsymbol{P}_{1s} \\ \cdots & \cdots \\ \boldsymbol{P}_{s1} & \cdots & \boldsymbol{P}_{ss} \end{bmatrix}_{ns \times ns}$$
(13)

式中 $P_{ij}$ 为 $n \times n$ 维分块矩阵;若P正定,由线性无偏最小方差估计(Linear Unbiased Minimum Variance estimation, LUMV)定理知,关于x的集中式融合LUMV估值 $\hat{x}_{UMV}$ 为

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{LUMV} = (\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{e})^{-1}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{y}.$$
 (14)  
且有最小误差方差阵  $\boldsymbol{P}_{LUMV}$ 

$$\boldsymbol{P}_{\text{LUMV}} = (\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P}^{-1} \boldsymbol{e})^{-1}.$$
(15)

同理,线性无偏融合估值 $\hat{x}_{LU}$ 为 $\hat{x}_{LU} = \Omega y, n \times ns$ 维矩阵  $\Omega$  表示带无偏性约束的加权矩阵,即  $\Omega e = I_n$ ,用分块矩阵表示:

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}_1 & \cdots & \boldsymbol{\Omega}_s \end{bmatrix}. \tag{16}$$

因此,线性无偏融合估计误差为: $\tilde{x}_{LU} = \Omega(y - ex)$ ;带矩阵加权的线性无偏融合估计误差协方差 矩阵为: $P_{LU} = \Omega P \Omega^{T}$ .将式(10)~(12)代入 $\hat{x}_{LU} = \Omega y$ 得:

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{LU} = \sum_{i=1}^{s} \boldsymbol{\Omega}_{i} \hat{\boldsymbol{x}}_{i}, \qquad (17)$$

$$\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{\Omega}_{i} = \boldsymbol{I}_{n}.$$
 (18)

假定各子模型滤波误差互不相关,即 $P_{ij} = 0$ ( $i \neq j$ ),则在线性无偏最小方差意义下按矩阵加权 最优融合状态估值 x<sub>M</sub> 为

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{M}} = \sum_{i=1}^{s} \boldsymbol{\Omega}_{i} \hat{\boldsymbol{x}}_{i}, \qquad (19)$$

其中最优加权矩阵为

$$\boldsymbol{\Omega}_{i} = \left(\sum_{j=1}^{s} \boldsymbol{P}_{j}^{-1}\right)^{-1} \boldsymbol{P}_{i}^{-1}, \qquad (20)$$

且融合误差协方差阵为

$$\boldsymbol{P}_{\rm M} = \left(\sum_{i=1}^{s} \boldsymbol{P}_{i}^{-1}\right)^{-1}.$$
 (21)

另由文献[1,18]知,带矩阵加权最优状态融合估 计 $\hat{x}_{M}$ 的精度高于每个子模型滤波估计精度,即存在:  $tr(P_{M}) < tr(P_{i}).$  (22)

式中 tr(·) 为求取矩阵迹.

为解决传统 IMM 中马尔科夫转移概率矩阵固 化问题,考虑相邻时刻模型概率之差反映模型与实 际运动模式间匹配程度,构造指数形式模型概率变 化率为

 $\kappa_{j}(k) = \exp(\rho \cdot (u_{j}^{k} - u_{j}^{k-1})).$ (23) 式中 $\rho \in [1,2]$  为转换因子,常取 $\rho = 1.5$ ;利用式 (23)实时修正模型转移概率,即:

$$\hat{\pi}_{ij} = \kappa_j(k) \hat{\pi}_{ij}, \quad i, j = 1, 2, \cdots, s.$$
(24)

当模型 j 概率随时间增大时,有  $\kappa_i(k) > 1$ , 矩

阵 π 第 *j* 列元素也随之增大,滤波前模型交互中概 率大的子模型状态估计输出在交互过程中所占比重 更大;反之亦然.由文献[14-15]知,利用量测数据 及模型概率变化率自适应地修正模型转移矩阵,放 大匹配模型作用,抑制非匹配模型作用,从而提高误 差收敛速度.

## 2.2 基于多模型融合的自适应波形设计算法

由文献[11,19]知,量测噪声协方差矩阵视为 波形参数的函数,而目标状态估计误差与量测噪声 协方差矩阵相关,因此跟踪性能提升可通过调整波 形来实现. 文献 [11] 分别讨论:1) 子模型似然概率 最大者所对应的估计误差协方差矩阵,2)子模型所 对应估计误差协方差矩阵迹最大者,3) IMM 输出融 合估计误差协方差矩阵,来构造目标函数;其设计方 法在于选取波形参数使得误差协方差矩阵迹最小. 上述方法可视为寻优过程,需各时刻对波形库中参 数进行遍历;也就是说,每次参数遍历都需利用滤波 算法进行评估,计算量较大. 文献 [20] 从信息论角 度讨论线性调频参数在其优选准则下只需保留最大 或最小调频率,这亦增加波形参数选择难度.因此, 以矩阵迹最小或互信息最大作为目标函数,该方式 需考虑具体场景,计算量取决于波形类型及参数范 围. 文献 [21] 证明最优跟踪波形为使得量测误差椭 圆与先验估计误差椭圆正交的波形;这为波形设计 提供新思路.

假设下一时刻估计误差协方差矩阵为

$$\hat{\boldsymbol{P}} = \begin{bmatrix} \hat{p}_{11} & \hat{p}_{12} \\ \hat{p}_{21} & \hat{p}_{22} \end{bmatrix}.$$
 (25)

式中 $\hat{p}_{12} = \hat{p}_{21}$ . 文献[11]对估计误差协方差矩阵进 行特征值分解,令 $\lambda_i$ , $v_i$ 分别代表 $\hat{P}$ 的特征值及其特 征向量,利用最大特征值对应特征向量 $v_{max}$ 中元素 间的关系进行误差椭圆角度计算:

 $\beta = \arctan(v_{max}(2)/v_{max}(1)).$  (26) 式中 $\beta \in [-\pi/4, \pi/4]. 令 R_0$ 表示特定波形估计位 置与速度 CRLB,由文献[11]知其可被视为量测噪 声协方差矩阵;同理可得  $R_0$ 的误差椭圆角度参数 ψ. 假定 θ<sub>k+1</sub> 为发射波形旋转参数,则量测误差椭圆 旋转关系为

$$\boldsymbol{R}(\theta_{k+1}) = \begin{bmatrix} \cos \theta_{k+1} & -\sin \theta_{k+1} \\ \sin \theta_{k+1} & \cos \theta_{k+1} \end{bmatrix}^{-1} \boldsymbol{R}_{0} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta_{k+1} & -\sin \theta_{k+1} \\ \sin \theta_{k+1} & \cos \theta_{k+1} \end{bmatrix}^{-T}.$$
 (27)

通过旋转特定波形模糊函数以使其量测误差椭圆  $R(\theta_{k+1})$ 与估计误差椭圆 $\hat{P}$ 正交,可得旋转参数为

$$\theta_{k+1} = \mp \pi/2 - \psi + \beta.$$
 (28)  
进而利用 FrFT 获得相应波形.

将矩阵加权融合估计误差协方差矩阵作为误差 椭圆基准,旋转特定波形模糊函数以使其量测误差椭 圆与融合估计误差椭圆正交,来获得最优波形.

基于矩阵加权多模型融合的自适应波形设计算法(Adaptive waveform design based on Matrix - weighted Interacting Multiple Model fusion, AMIMM)步骤如下所示:

**步骤1** 计算与模型 *M*<sup>*k*</sup><sub>*j*</sub> 相对应滤波器混合矩 阵权值:

$$\boldsymbol{\Omega}_{i|j}(k \mid k) = P(M_i^{k-1} \mid M_j^k, \mathbf{Z}^k) = \frac{\hat{\boldsymbol{\pi}}_{ij} \boldsymbol{\Omega}_i(k-1)}{\sum_{i=1}^s \hat{\boldsymbol{\pi}}_{ij} \boldsymbol{\Omega}_i(k-1)} = \frac{1}{\sum_{i=1}^s \hat{\boldsymbol{\pi}}_{ij} \boldsymbol{\Omega}_i(k-1)}$$

式中:  $\boldsymbol{\Omega}_{i}(k-1) = P(M_{i}^{k-1} \mid \mathbf{Z}^{k-1}), 可由式(20)求$ 得;

**步骤2** 计算模型 *M*<sup>*k*</sup><sub>*j*</sub> 混合输入状态及对应估计误差协方差矩阵:

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{0i}(k \mid k) = \sum_{i=1}^{s} \boldsymbol{\Omega}_{i|i}(k \mid k) \hat{\boldsymbol{x}}_{i}(k-1), \quad (30)$$

$$\boldsymbol{P}_{0j}(k \mid k) = \sum_{i=1}^{s} \boldsymbol{\Omega}_{i|j}(k \mid k) \{ \boldsymbol{P}_{i}(k-1) + [\hat{\boldsymbol{x}}_{i}(k-1) - \hat{\boldsymbol{x}}_{0j}(k \mid k)] \times [\hat{\boldsymbol{x}}_{i}(k-1) - \hat{\boldsymbol{x}}_{0j}(k \mid k)]^{\mathrm{T}} \}.$$
(31)

步骤 3 利用线性或非线性滤波算法获得各子 模型的 $\hat{x}_{i}(k)$ 和  $P_{i}(k)$ ;

步骤4 按式(19)~(21)进行矩阵权值更新以 获得融合状态估计  $\hat{x}_{M}(k)$  及误差协方差矩阵  $P_{M}(k)$ ;

**步骤5** 基于  $P_{M}(k)$  按式(26)~(28)获得旋转 参数  $\theta_{k+1}$ ,利用 FrFT 旋转特定波形得到新的量测误 差椭圆及发射波形;

**步骤6** 按式(23)、(24)进行马尔科夫转移概 率矩阵更新.

## 3 仿真结果和分析

仿真设置参照文献[1],将所提 AMIMM 与文 献[1]中采用固定波形 MIMM、IMM,文献[10]中采用 自适应波形 AIMM 做比较.目标初始状态为:  $x(0) = [2 100 \ 0 \ 10 \ 000 \ -15]; 先匀速运动$  $200 s,然后在 x 方向进行机动转弯,加速度为 <math>a_x = a_y = 0.1 \text{ m/s}^2$ ,并在 t = 270 s时完成转弯,加速度为 0;第二个状态机动在 t = 410 s处以  $a_x = 0.05 \text{ m/s}^2$ ,  $a_y = 0.03 \text{ m/s}^2 \cong t = 610 \text{ s}; 再以 <math>a_x = -0.3 \text{ m/s}^2$ ,  $a_y = 0.2 \text{ m/s}^2$ 持续至 t = 640 s.其x - y平面位置、速 度轨迹如图 1(a)、(b)所示.本文采用两个具有不同过 程噪声强度的恒速度模型来构造多模型框架,如下

$$\boldsymbol{F}_{i} = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{H}_{i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad (32)$$
$$\boldsymbol{O}_{i} = \begin{bmatrix} q_{i} & 0 \\ q_{i} & 0 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{R}_{i} = \begin{bmatrix} r & r/20 \\ q_{i} & 0 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{R}_{i} = \begin{bmatrix} r & r/20 \\ q_{i} & q_{i} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{R}_{i} = \begin{bmatrix} r & r/20 \\ q_{i} & q_{i} \end{bmatrix}; \quad (33)$$

$$\boldsymbol{Q}_{i} = \begin{bmatrix} q_{i} & 0 \\ 0 & q_{i} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} r & r/20 \\ r/20 & r \end{bmatrix}. \tag{33}$$

式中:  $F_i$  为第 i 个模型状态转移矩阵,  $H_i$  为量测矩 阵;  $Q_i$  为过程噪声协方差矩阵, 取  $q_1 = 0.5, q_2 = 50$ ; R 为量测误差协方差矩阵, r 为量测误差强度;采样间 隔 T = 10 s; 另定义目标初始状态误差协方差矩阵为

$$\boldsymbol{P}_{ii}(0) = \begin{bmatrix} r & r/T & 0 & 0\\ r/T & 2r/T^2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & r & r/T\\ 0 & 0 & r/T & 2r/T^2 \end{bmatrix}.$$
 (34)

模型转移概率矩阵为

$$\hat{\boldsymbol{\pi}} = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1\\ 0.1 & 0.9 \end{bmatrix}.$$
(35)

模型初始概率为 $\varphi_1 = \varphi_2 = 0.5$ ;本文以1000次

实验次数.

表 1.

洛实验的真实目标状态及其估计值:N为蒙特卡罗

位置、速度跟踪误差比较 (r = 50) 如图 2、3 所示:各算法平均跟踪误差及耗时比较 (r = 50) 见

独立蒙特卡洛实验来评估各算法统计性能,并以目标状态估计均方根误差 RMSE 作为评价指标.

RMSE<sub>k</sub> = 
$$\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} (\hat{\boldsymbol{x}}^{n}(k) - \boldsymbol{x}^{n}(k))^{2}}$$
. (36)

式中: $x^{n}(k)$ 和 $\hat{x}^{n}(k)$ 分别为第k时刻第n次蒙特卡

20 10 X方向速度 Y方向速度 15 9 10 8 Y方向位置/km 速度/(m·s<sup>-1</sup>) 5 7 0 6 -5 5 -104 -1510 20 2 3 4 7 8 9 10 0 30 40 50 60 70 80 90 100 5 6 X方向位置/km 采样时间/s (b)速度轨迹 (a)位置轨迹 图 1 目标真实轨迹示意 Fig.1 True trajectory target 0.7 0.7 AMIMM AMIMM 0.6 0.6 AIMM AIMM MIMM MIMM IMM IMM Y方向位置 RMSE/m X方向位置 RMSE/m 0.5 0.5 0.4 0.4 0.3 0.3 0.2 0.2 0.1 0.1 0 0 70 90 100 30 40 50 60 70 80 90 100 10 20 30 40 50 60 80 10 20 采样时间/s 采样时间/s (a) X 方向位置误差比较 (b) Y 方向位置误差比较 图 2 位置跟踪误差比较(r=50) Fig.2 Comparison of position tracking RMSE (r = 50) 0.7 0.7 AMIMM AMIMM 0.6 0.6 AIMM AIMM MIMM X方向位置.RMSE/(m·s<sup>-1</sup>) MIMM Y方向位置 RMSE/(m・s<sup>-1</sup>) ·IMM IMM 0.5 0.5 0.4 0.4 0.3 0.3 0.2 0.2 0.1 0.1 0 0 20 30 40 50 60 70 80 90 100 10 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 采样时间/s 采样时间/s (a) X 方向速度误差比较 (b) Y方向速度误差比较

#### 图 3 速度跟踪误差比较(r=50)



#### · 35 ·

表1 各算法平均跟踪误差及耗时比较(r=50)

consumption comparison of different algorith

(7 - 50)								
算法比较	X方向位置/m	Y方向位置/m	X 方向速度/(m・s <sup>-1</sup> )	Y方向速度/(m・s <sup>-1</sup> )	平均耗时/s			
AMIMM	0.160 1	0.161 0	0.075 7	0.069 0	0.063 2			
MIMM	0.190 4	0.189 1	0.084 1	0.076 0	0.041 7			
AIMM	0.202 7	0.201 3	0.086 1	0.076 1	0.030 7			
IMM	0.297 1	0.293 8	0.107 4	0.097 9	0.026 7			

由表1中1000次蒙特卡洛实验分析可知, AMIMM 在位置跟踪、速度跟踪方面都取得最好跟踪 效果:AIMM 采用自适应波形调整策略获得的跟踪 误差小于固定波形 IMM:同时, MIMM 利用矩阵加权 方式来弥补传统概率加权的弊端,使得其跟踪误差 亦优于 IMM. 表1 中各算法差异与图 2、3 中各算法 RMSE 变化一致. 从图 2、3 可知,发生机动时位置、 速度跟踪误差均出现较大波动,但 AMIMM、AIMM 相比固定波形 MIMM、IMM 反应迅速,速度、位置跟 踪误差均小于固定波形 MIMM 及 IMM. 另外,固定 波形 MIMM 性能好于 IMM,这是因为位置、速度估 计误差往往存在一定耦合关系,而这种关系体现在 各子模型获得的目标状态估计及其误差协方差矩阵 中,矩阵加权多模型融合方式能够充分考虑位置跟 踪与速度跟踪间联系,并以各模型估计误差协方差 矩阵来构造各加权矩阵,使得跟踪精度提高.

T-l 1

**BMSE** and ti

由平均耗时比较可知,AMIMM 耗时最多,IMM 耗时最少;对比 MIMM 与 IMM 耗时差异可知,矩阵 加权操作计算量明显大于概率加权方式;由 AMIMM 与 MIMM 耗时比较知,自适应波形调整步骤也在一 定程度上增加了计算量.由表 1 知,AMIMM 相比 IMM 平均耗时较长(相差 0.036 5s),这是由于 AMIMM 矩阵加权操作、自适应波形调整步骤造成 的;另由 MIMM 与 IMM、AMIMM 与 MIMM 平均耗时 差异知,AMIMM 与 IMM 耗时差异正好等于 MIMM 与 IMM、AMIMM 与 MIMM 耗时差异之和,从而验证



造成 AMIMM 计算量较大的原因. 位置、速度跟踪误差比较 (r = 500) 如图 4、5 所示;各算法平均跟踪误差及耗时比较 (r = 500) 见表 2.

由表 2 知, AMIMM 同样在位置、速度跟踪方面均 取得最佳跟踪效果; 而固定波形 IMM 获得较差跟踪效 果, 这与表 1 结论一致; 固定波形 IMM 中传统概率加权 方式忽视各模型状态向量及估计误差协方差矩阵中元 素间关系, 难以应对大机动时可能出现的概率函数失 效问题, 跟踪稳健性降低, 跟踪效果差于 MIMM、 AMIMM. 同样, 表 2 中各算法差异与图 4、5 中各算法 RMSE 变化一致. 另由图 4、5 知, 发生机动时 AMIMM、 AIMM 相比固定波形 MIMM 和 IMM 反应迅速, 速度、位 置跟踪误差迅速降低. 表 2 与表 1 耗时差异相似, AMIMM 耗时最多, IMM 耗时最少; 由 MIMM 与 IMM、 AMIMM 与 MIMM(或 AIMM 与 IMM)耗时差异可知, 矩 阵加权操作、自适应波形调整步骤均增加了计算量.

对比表 1、2 可知,随着量测噪声强度增大,位 置、速度跟踪误差也相应增大,但 AMIMM 依然表现 出较明显性能优势,这与 AMIMM 内部机制相关;本 文所提 AMIMM 利用矩阵加权来联接目标状态估计 向量及误差协方差矩阵,而该矩阵权值由各模型估 计误差协方差矩阵计算得到,使得位置跟踪误差与 速度跟踪误差间的关系能够充分考虑,另外自适应 马尔科夫转移概率矩阵利用量测数据自适应地修正 模型转移概率,放大匹配模型作用,抑制非匹配模型 作用,提高了误差收敛速度.







### 图 5 速度跟踪误差比较(r=500)

Fig.5 Comparison of velocity tracking RMSE (r = 500)

#### 表 2 各算法平均跟踪误差及耗时比较(r=500)

Tab.2 RMSE and time-consumption comparison of different algorithms (r = 500)

算法比较	X方向位置/m	Y方向位置/m	X方向速度/(m・s <sup>-1</sup> )	Y方向速度/(m・s <sup>-1</sup> )	平均耗时/s
AMIMM	0.502 4	0.488 1	0.151 1	0.128 1	0.063 3
MIMM	0.593 9	0.575 7	0.163 7	0.140 7	0.041 8
AIMM	0.669 7	0.636 4	0.172 0	0.144 0	0.030 6
IMM	0.939 1	0.904 8	0.203 3	0.176 3	0.026 6

## 4 结 论

针对机动目标状态跟踪问题,本文从认知跟踪 雷达发射-接收联合处理角度出发,利用多模型思 路构造矩阵加权多模型融合跟踪算法框架,以融合 状态估计误差协方差矩阵为基准,通过 FrFT 来旋转 量测误差椭圆使其与融合状态估计误差椭圆正交, 实现波形自适应调整. 仿真实验表明,不同量测噪 声强度下,所提 AMIMM 相比自适应波形 AIMM、固 定波形 MIMM、IMM 均取得较好性能优势,提高了机 动目标跟踪精度和稳健性.

# 参考文献

- FU Xiaoyan, JIA Yingmin, DU Junping, et al. New interacting multiple model algorithms for the tracking of the maneuvering target
   [J]. IET Control Theory & Applications, 2010, 4(10): 2184-2194. DOI:10.1049/iet-cta.2009.0583.
- WANG Jiantao, QIN Yuliang, WANG Hongqiang, et al. Dynamic waveform selection for maneuvering target tracking in clutter [J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2013, 7(7): 815-825. DOI:10. 1049/iet-rsn.2012.0310.
- [3] DU Y K, MOONGU J. Data fusion of radar and image measurements for multi-object tracking via Kalman filtering [J]. Information Sciences, 2014, 278: 641–652. DOI:10.1016/j.ins.2014.03.080
- [4] HAYKIN S, ZIA A, XUE Yanbo, et al. Control theoretic approach to tracking radar: first step towards cognition [J]. Digital Signal Processing, 2011, 21(5): 576-585. DOI: 10.1016/j.dsp.2011.01.

004

- [5] BELL K L, BAKER C J, SMITH G E, et al. Cognitive radar framework for target detection and tracking[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2015, 9(8): 1427-1439. DOI: 10. 1109/JSTSP.2015.2465304.
- [6] 黎湘,范梅梅.认知雷达及其关键技术研究进展[J].电子学报, 2012,(09):1863-1870. DOI:10.3969/j.issn.0372-2112.2012. 09.025

LI Xiang, FAN Meimei. Research advance on cognitive radar and its key technology[J]. ACTA Electronica Sinica, 2012, (09):1863–1870. DOI:10.3969/j.issn.0372-2112.2012.09.025.

- [7] KILANI M B, NIJSURE Y, GAGNON G, et al. Cognitive waveform and receiver selection mechanism for multistatic radar [J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2016, 10(2): 417-425. DOI: 10.1049/ iet-rsn.2015.0319.
- [8] 盛丹,王国宏,张翔字.基于波形捷变的多传感器机动目标跟踪
  [J].系统工程与电子技术,2015,(03):485-491. DOI:10.3969/ j.issn.1001-506X.2015.03.02
  SHENG Dan, WANG Guohong, ZHANG Xiangyu. Maneuvering target tracking based on waveform agility with multi-sensor[J]. Systems Engineering and Electronics, 2015, (03): 485-491. DOI: 10. 3969/j.issn.1001-506X.2015.03.02.
- [9] 檀甲甲,张建秋.跟踪机动目标的雷达波形选择新方法[J].系统 工程与电子技术,2011,(03):515-522+54. DOI:10.3969/j. issn.1001-506X.2011.03.10
  TAN Jiajia, ZHANG Jianqiu. New waveform selection approach to tracking maneuver targets[J]. Systems Engineering and Electronics, 2011,(03):515-522+54. DOI:10.3969/j.issn.1001-506X.
- [10] SAVAGE C O, MORAN B. Waveform selection for maneuvering targets within an IMM framework [J]. IEEE Transactions on Aerospace

and Electronic Systems, 2007, 43(3). DOI: 10.1109/TAES.2007. 4383612.

- [11] NGUYEN N H, DOGANCAY K, DAVIS L M. Adaptive waveform selection for multistatic target tracking [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2015, 51(1): 688-701. DOI: 10.1109/TAES.2014.130723.
- [12]靳标,纠博,苏涛,等.针对机动目标跟踪的雷达发射波形选择 [J].电子与信息学报,2014,(08):1912-1918. DOI: 10.3724/ SP.J.1146.2013.01744

JIN Biao, JIU Bo, SU Tao, et al.Radar transmitted waveform selection for maneuvering target tracking[J]. Journal of Electronics& Information Technology, 2014, (08): 1912-1918. DOI: 10.3724/ SP.J.1146.2013.01744.

- [13] FU Xiaoyan, SHANG Yuanyuan, YUAN Huimei. Improved diagonal interacting multiple model algorithm for maneuvering target tracking based on H∞ filter[J]. IET Control Theory & Applications, 2015, 9(12): 1887-1892. DOI: 10.1049/iet-cta.2014.0685.
- [14] 封普文,黄长强,曹林平,等.马尔可夫矩阵修正 IMM 跟踪算法 [J].系统工程与电子技术,2013,11:2269-2274. DOI:10.3969/j. issn.1001-506X.2013.11.07

FENG Puwen, HUANG Changqiang, CAO Linping, et al.Research on adaptive markov matrix IMM tracking algorithm[J]. Systems Engineering and Electronics, 2013, 11: 2269–2274. DOI:10.3969/j. issn.1001–506X.2013.11.07.

[15] 郭志,董春云,蔡远利,等.时变转移概率 IMM-SRCKF 机动目标 跟踪算法[J].系统工程与电子技术,2015,01:24-30. DOI:10. 3969/j.issn.1001-506X.2015.01.05.

GUO Zhi, DONG Chunyun, CAI Yuanli, et al.Time-varying transition probability based IMM-SRCKF algorithm for maneuvering target tracking[J]. Systems Engineering and Electronics, 2015, 01: 24-30. DOI:10.3969/j.issn.1001-506X.2015.01.05. [16] 杨永建, 樊晓光, 王晟达, 等. 基于自适应 CS 模型的 IMM 算法 [J].系统工程与电子技术, 2016, (05): 977-983. DOI: 10.3969/ j.issn.1001-506X.2016.05.01

YANG Yongjian, FAN Xiaoguang, WANG Shengda, et al. Interacting multiple model algorithm based on adaptive current statistical model[J]. Systems Engineering and Electronics, 2016, (05): 977-983. DOI:10.3969/j.issn.1001-506X.2016.05.01.

 [17]杨峰,张婉莹.一种多模型贝努利粒子滤波机动目标跟踪算法
 [J].电子与信息学报,2017,39(3):634-639.DOI:10.11999/ JEIT160467
 YANG Feng, ZHANG Wanying.Multiple model bernoulli particle fil-

ter for maneuvering target tracking [J]. Journal of Electronics& Information Technology, 2017, 39 (3): 634-639. DOI: 10.11999/ JEIT160467.

- [18]YAAKOV B S, LI X R, THIAGALINGAM K. Estimation with applications to tracking and navigation [M]. New York: John Wiley and Sons, 2001.
- [19] KERSHAW D J, EVANS R J. Optimal waveform selection for tracking systems [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1994, 40(5): 1536-1550. DOI: 10.1109/18.333866.
- [20] SUVOROVA S, HOWARD S D, MORAN W, et al. Waveform libraries for radar tracking applications: maneuvering targets [C]// Proceedings of 2006 40th Annual Conference on Information Sciences and Systems. Princeton, NJ: IEEE, 2006: 1424–1428. DOI: 10.1109/CISS.2006.286688.
- [21] NIU R, WILLETT P. Tracking considerations in selection of radar waveform for range and range-rate measurements [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2002, 38(2):467– 487. DOI: 10.1109/TAES.2002.1008980.

(编辑 苗秀芝)