DOI:10.11918/j.issn.0367-6234.201707171

电动车辆 ABS 的改进线性二次型最优控制

王骏骋,何 仁

(江苏大学 汽车与交通工程学院,江苏 镇江 212013)

摘 要:为充分利用轮毂电机控制精确和响应迅速的优势,提高电动车辆制动防抱死控制的稳定性,提出一种用于轮毂电机 电动车辆制动防抱死系统(ABS)协调控制的改进线性二次型最优控制方法.建立电动车辆纵向动力学模型;结合复合制动系 统的协调控制策略,分析现有线性二次型最优控制算法无法用于防抱死控制器设计的原因,提出一种通过构造虚拟阻尼量以 及无穷小量来建立黎卡提方程的改进型线性二次型最优控制算法,并据此设计了防抱死控制器.在高附着路面、中附着路面 和低附着路面3种不同行驶工况,对分别安装有改进线性二次型最优防抱死控制器和滑模防抱死控制器的电动车辆的紧急制 动性能进行了仿真分析.结果表明:在不同附着系数路面行驶工况下,改进线性二次型最优控制算法能够有效提高电动汽车 防抱死控制系统的控制精度和响应速度.

Improved linear quadratic optimal control of ABS for an electric vehicle

WANG Juncheng, HE Ren

(School of Automobile and Traffic Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, Jiangsu, China)

Abstract: To make the most of control accuracy and fast response of in-wheel motors and improve the stability of anti-lock brake system (ABS) of in-wheel motor driven electric vehicle, a design method of anti-lock controller based on the improved linear quadratic optimal control algorithm was proposed. A vehicle longitudinal dynamics model was established. The coordinated control strategy of composite braking system was applied in examining the reason for the failure of the general linear quadratic optimal control algorithm in the design of anti-lock controller. An improved linear quadratic optimal control algorithm was proposed to design the anti-lock controller through adding some virtual damping and infinitely small terms in the design process of Riccati function, based on which a anti-lock brake was subsequently designed. The control result of the proposed controller was compared with the control result of general sliding mode controller under three different road conditions with low, middle and high adhesive coefficients. Results showed that the proposed improved linear quadratic optimal control algorithm can achieve not only outstanding control accuracy but also fast response.

Keywords: in-wheel motor; composite braking; anti-lock brake system (ABS); slip ratio; linear quadratic optimal control

制动防抱死系统(antilock brake system, ABS) 在减少电动车辆交通安全事故发生率方面起到了至 关重要的作用^[1-2].随着乘客对车辆主动安全性能 要求的日渐提升, ABS 控制策略的研究一直都是前 言热点^[3].目前,应用于车辆滑移率控制方法主要 有逻辑门限制控制^[4-5]、模糊控制^[6-7]、PID 控制^[8] 和滑模变结构控制^[9-11]等.

文献[3]为车辆制动系统设计了一种用于调节 制动力矩大小的逻辑门限控制方法;文献[6]采用

 基金项目:国家自然科学基金(51275212); 江苏省研究生科研与实践创新计划项目(KYCX17_1813)
 作者简介:王骏骋(1990—),男,博士研究生; 何 仁(1962—),男,教授,博士生导师
 通信作者:何 仁,heren1962@163.com 模糊直接自适应控制算法设计了一种防抱死控制器,将滑移率的跟踪误差和等效滑移率变化率作为控制系统的输入量;文献[7]将模糊逻辑策略结合了低速再生防抱死策略,提高了电机制动精度;文献 [8]基于滑移率对制动力矩变化的灵敏度优化调整 PID参数,实现了针对复合制动系统的自适应 ABS 控制;文献[9]开发了一种滑模-PWM 算法,并应用 于传统摩擦制动系统取得了良好的防抱死性能.

但是,上述的控制方法用于轮毂电机电动车辆 进行防抱死控制时都有其局限性,比如:车辆逻辑门 限制-ABS 控制中的门限值的选取主要依赖于繁琐 的变工况路面试验,但是很难适应实际行驶过程中 复杂多变的路面状态;实施模糊逻辑控制和 PID 控 制的成本相对较低,但其控制精度不佳;将滑模控制

收稿日期: 2017-07-28

算法应用于车轮滑移率控制虽然具有较强的鲁棒性,其滑移率控制效果却无法时刻保证最佳.

线性二次型最优控制通过建立性能评价指标, 可使被控系统获得优越的使用性能^[12-13].但是,研 究发现无法根据现有的线性二次型最优控制算法来 设计轮毂电机电动车辆复合制动系统的防抱死控制 器.因此,在基本不改变制动系统状态方程以及防 抱死性能评控制目标的情况下,为车辆制动系统设 计基于改进线性二次型最优控制方法的防抱死控制 器,使得车辆在不同路面行驶工况下获得良好的滑 移率控制效果具有重要意义.

1 数学模型

1.1 车辆纵向动力学模型

本文将半车制动模型作为研究对象,车辆制动 模型见图 1.



图1 车辆制动模型

Fig.1 Braking model of vehicle

对图1进行纵向动力学分析,可得汽车制动方 程式为

$$\delta M \ddot{x} = -F_{x1} - F_{x2} - F_{f1} - F_{f2} - F_{w} = -F_{z1}\mu(\lambda_{1}) - F_{z2}\mu(\lambda_{2}) - W_{1}f - W_{2}f - \frac{C_{D}A\rho}{2}\dot{x}^{2}.$$
 (1)

式中: M 为汽车质量, δ 为汽车旋转质量换算系数, \ddot{x} 为车辆行驶加速度, F_{x1} 、 F_{x2} 分别为前、后车轮的 地面切向反作用力, F_{n} 、 F_{n2} 分别为前、后车轮的滚 动阻力, F_{z1} 、 F_{z2} 分别为前、后车轮的地面法向反作 用力, F_{x} 为空气阻力, $\mu(\lambda_{1})$, $\mu(\lambda_{2})$ 分别为前、后 车轮与地面的附着系数, f 为滚动阻力系数, $C_{\rm D}$ 为 空气阻力系数, A 为迎风面积, ρ 为空气密度.

F_{z1} 和 F_{z2} 的表达式分别为

$$F_{z1} = M(g \frac{b}{L} - x \frac{h_g}{L}),$$
 (2)

$$F_{z2} = M(g \frac{a}{L} + x \frac{h_g}{L}).$$
 (3)

式中a、b分别为质心到前、后轴的距离, L为轴距, h_s 为质心高度.

此外,前、后车轮运动状态的动力学方程[14]为

$$\begin{cases} I\ddot{\theta}_{1} = rF_{x1} - T_{b1} - T_{f1} = rF_{x1} - T_{b1} - F_{f1}r ,\\ I\ddot{\theta}_{2} = rF_{x2} - T_{b2} - T_{f2} = rF_{x2} - T_{b2} - F_{f2}r . \end{cases}$$
(4)

式中:I为车轮转动惯量,r为车轮有效半径, $\ddot{\theta}_1$ 、 $\ddot{\theta}_2$ 分别为前、后车轮角加速度, T_{f1} 、 T_{f2} 分别为前后车轮 滚动阻力偶矩, T_{b1} 、 T_{b2} 分别为前后车轮总制动力矩.

T_{b1}和T_{b2}的表达式分别满足

$$T_{\rm b1} = T_{\rm m1} + T_{\rm h1} \,, \tag{5}$$

$$T_{\rm b2} = T_{\rm m2} + T_{\rm h2}.$$
 (6)

式中 T_{m1} 、 T_{m2} 分别为前、后轮的电机制动力矩, T_{h1} 、 T_{h2} 分别为前、后轮的液压制动力矩.

1.2 轮毂电机模型

本文研究的电动车辆中前、后车轮分别安装可 以相互独立驱动/制动的轮毂电机.轮毂电机类型 为永磁同步电机 PMSM,在 dq 坐标系下 PMSM 电机 的数学模型为

$$\begin{cases} \dot{i}_{d} = \frac{u_{d}}{L_{d}} - \frac{Ri_{d}}{L_{d}} + \frac{pwi_{q}L_{q}}{L_{d}}, \\ \dot{i}_{q} = \frac{u_{q}}{L_{q}} - \frac{Ri_{q}}{L_{q}} - \frac{pwi_{d}L_{d}}{L_{q}} - \frac{\psi_{i}pw}{L_{q}}, \\ T_{m} = 1.5p \left[\psi_{f}i_{q} + (L_{d} - L_{q})i_{d}i_{q}\right]. \end{cases}$$
(7)

式中: $u_d \approx u_q \beta h b d \langle q$ 轴电压, $i_a \approx i_q \beta h b d \langle q$ 轴电流, $L_a \approx L_q \beta h b d \langle q$ 轴电感, R 为相电阻, p 为极对数, ψ_f 为电机磁链,w 为转子角速度, T_m 为 电机制动力矩.

采用 round 转子结构, $L_d = L_q$, 电机制动力矩简 化为 $T_m = 1.5p\psi_i i_q$. 因此, 电机制动力矩可以通过控 制 q 轴电流 i_q 来获得. PMSM 电机的力矩跟踪控制 原理见图 2. 其中 θ 为转子转角, i_{qi} 、 i_{di} 分别为 q 和 d轴的期望电流, i_{ai} 、 i_{bi} 、 i_{ci} 分别为 a、b、c 相的期望电流.



图 2 PMSM 电机的力矩跟踪控制原理

Fig.2 Scheme of PMSM's torque tracking control 如图 2 所示,基于式(7)中的电磁-转矩方程, 以期望电机制动力矩 T_{mi}来求取期望 i_{qi},结合极对 数、转角约束及理想 i_{di} = 0 的条件,三相期望电流 i_{ai}、i_{bi}和 i_{ci} 的坐标变换公式为

$$\begin{bmatrix} i_{ai} \\ i_{bi} \\ i_{ci} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \cos(\theta - \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta - \frac{2}{3}\pi) \\ \cos(\theta + \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta + \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{di} \\ i_{qi} \end{bmatrix}.$$
(8)

将 i_{ai} 、 i_{bi} 、 i_{ei} 与 i_{a} 、 i_{b} 、 i_{e} 求差值输入滞环电流控制单元,得到三相逆变器的 6 个开关器件的控制开关信号,进而控制上述开关的接通与断开,最终实现对 PMSM 电机的力矩跟踪控制.

1.3 液压系统模型

液压制动系统是轮毂电机电动车辆制动系统中 的主制动器,建立液压制动系统的动态模型^[15]为

$$\frac{\mathrm{d}P_{w}}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{C_{\mathrm{e}}R_{\mathrm{e}}}\sqrt{P_{\mathrm{m}} - P_{w}}u_{1}(t - \tau_{\mathrm{vp}}) - \frac{1}{C_{\mathrm{e}}R_{\mathrm{e}}^{'}}\sqrt{P_{w} - P_{\mathrm{r}}}u_{2}(t - \tau_{\mathrm{vp}}^{'}) = 37.534\sqrt{P_{\mathrm{m}} - P_{w}}u_{1}(t - \tau_{\mathrm{vp}}) - \frac{1}{2}$$

 $38.313 \sqrt{P_w} - P_r u_2(t - \tau'_{vp}),$ (9) 式中: p_m 为主缸压力, p_w 为轮缸压力, p_r 为低压储能 器压力, C_e 为等效液容特性系数, $R_e \ R'_e$ 分别为增、 减压过程中等效液阻等效系数, τ_{vp}, τ'_{vp} 分别为增压 和减压过程中进、出液阀及管路传输的滞后时间, u_1, u_2 分别为进、出液阀的控制指令信号.

当 $u_1 = 1, u_2 = 0$ 时,系统为增压状态;当 $u_1 = 0, u_2 = 1$ 时,系统为减压状态;当 $u_1 = 0, u_2 = 0$ 时,系统 为保压状态.并常用一阶惯性环节来表征调压过程 中的油压变化产生的时间延迟,即

$$T_{\rm h}(s) = P_{\rm w}(s) \frac{K_{\rm b}}{\tau s + 1}.$$
 (10)

式中: $T_{h}(s)$ 和 $P_{w}(s)$ 分别为实际制动力矩和目标 制动力矩, τ 为反映制动器动态特性的常数, K_{h} 为 制动力矩常数.

2 现有线性二次型最优算法的防抱死控制分析

现有线性二次型最优控制算法在控制过程中应 该满足两个前提条件:1)控制系统是线性的,如果控 制系统本身是非线性的则需要采用适当的线性化方 法对系统中的若干非线性项进行线性化处理,且该线 性系统(或者线性化后系统)的数学模型可以写成状 态方程表达式;2)能够提出可以量化计算的综合性能 评价指标 J,该性能指标可以写成关于状态向量 X 和 (或)控制向量 U 的二次型函数的积分形式.

采用现有线性二次型最优算法进行防抱死控制 过程中,定义前、后轮滑移率 λ_1 和 λ_2 分别为

$$\lambda_1 = \frac{\dot{x} - \dot{\theta}_1 r}{\dot{x}},\tag{11}$$

$$\lambda_2 = \frac{\dot{x} - \dot{\theta}_2 r}{\dot{x}}.$$
 (12)

设定前、后轮的理想滑移率值都为 0.2, 根据理 想滑移率来设置制动防抱死综合性能评价指标 J, 并将 J 改写成标准二次型形式,满足:

$$J = \frac{1}{T} \int_{0}^{t} \left[(0.8\dot{x} - r\dot{\theta}_{1})^{2} + (0.8\dot{x} - r\dot{\theta}_{1})^{2} \right] dt = \frac{1}{T} \int_{0}^{t} \left[X^{T} Q X + 2 X^{T} N U + U^{T} R U \right] dt, \quad (13)$$
$$N = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{5\times 2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2\times 2} \end{bmatrix}, \quad (13)$$
$$Q = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2\times 2} & \mathbf{0}_{2\times 3} \\ \mathbf{0}_{3\times 2} & \begin{bmatrix} 1.28 & -0.8r & -0.8r \\ -0.8r & r^{2} & 0 \\ -0.8r & 0 & r^{2} \end{bmatrix} \end{bmatrix}.$$

式中 *t* 为车辆制动时间. 由式(1)~(4) 所示的车辆 制动模型,建立制动系统的状态向量并建立状态方 程为

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \dot{x} & \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \qquad (14)$$

$$\dot{X} = AX + BU + GW, \qquad (15)$$

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0}_{2\times3} & \boldsymbol{I}_{2\times2} \\ \boldsymbol{0}_{3\times3} & \boldsymbol{0}_{3\times2} \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0}_{3\times2} \\ -\boldsymbol{I}_{2\times2} \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{U} = \begin{bmatrix} T_{b1} \\ T_{b2} \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{\delta M} & -\frac{1}{\delta M} & -\frac{1}{\delta M} & -\frac{1}{\delta M} \\ -\frac{1}{\delta M} & -\frac{1}{\delta M} & -\frac{1}{\delta M} & -\frac{1}{\delta M} \\ \frac{r}{I} & 0 & -\frac{r}{I} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{r}{I} & 0 & -\frac{r}{I} & 0 \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{W} = \begin{bmatrix} F_{x1} & F_{x2} & F_{f1} & F_{f2} & F_{y} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}.$$

最优算法实施的核心步骤是构建符合控制目标的黎卡提方程,并求取最优控制向量 U. 基于轮毂电机电动车辆理想的状态方程以及标准的二次型防抱死综合性能评价指标,理想控制向量满足;

$$\boldsymbol{U} = -\boldsymbol{K}\boldsymbol{X}, \tag{16}$$

$$\boldsymbol{K} = -\boldsymbol{R}^{-1} \left(\boldsymbol{S}\boldsymbol{B} + \boldsymbol{N}\right)^{\mathrm{T}}, \qquad (17)$$

式中 S 为黎卡提方程的唯一解. 黎卡提方程为 $AS + SA^{T} - (SB + N)R^{-1}(SB + N)^{T} + Q = 0.$ (18)

基于图 1 所建立的车辆制动数学模型表达式可 以写成式(15)中 $\dot{X} = AX + BU + GW$ 的表达形式, 且式(13)所示的综合性能评价指标 J 能够用关于 状态向量 X 和(或)控制向量 U 的二次型函数的积 分形式表达.因此,使用现有的线性二次型最优控 制算法来实施电动车辆防抱死控制的过程中,上述两个前提条件都能被满足.

但是,线性二次型最优控制算法在使用过程中, 除了需要满足上述两个前提条件外,还需要再考虑 使用的约束性,即需要另外满足3个使用条件: 1)表征受控系统结构特性的状态矩阵 A 应该由控 制矩阵 B 可控,即状态矩阵 A 的任意一行所对应的 状态变量中都需要具备正刚度或者正阻尼特性,保 证其是最小相位系统. 2)状态变量加权矩阵 Q 应该 具有对称非负定的性质. 3) 控制变量加权矩阵 R 的 行列式值应该大于 0. 若基于该控制算法在设计防 抱死控制器的过程中,上述使用条件中有任意一条 或者多条不满足,则无法根据黎卡提方程求出唯一 解S. 进而导致控制向量U无法求解. 由式(10)和 (12)可得:根据上述控制方法来设计轮毂电机电动 车辆的防抱死控制器时,理想的状态矩阵A中三至 五行所对应的状态变量中不具有正刚度或者正阻尼 特性,因此状态矩阵 A 不受控制矩阵 B 控制:理想 的状态变量加权矩阵Q不具有对称非负定的性质: 此外,控制变量加权矩阵 R 的行列式值等于 0.

上述三条使用条件全部无法满足,所以无法基于理想的制动系统状态方程以及标准的防抱死综合性能评价指标设计出车辆防抱死控制器.

3 基于改进线性二次型最优算法的防 抱死控制分析

为了解决上述问题,本文提出了一种改进线性 二次型最优控制算法,并将其应用在电动车辆防抱 死控制系统的设计中,基于改进线性二次型最优算 法的防抱死控制框图如图 3 所示.



图 3 基于改进线性二次型最优算法的防抱死控制框图

Fig.3 Control scheme of ABS based on improved linear quadratic optimal method

图 3 控制系统主要由改进线性二次型最优控制 单元和制动力分配单元两部分组成.其中,改进线 性二次型最优控制单元的主要贡献在于:在建立黎 卡提方程的过程中通过增加虚拟阻尼量以及无穷小 量的方法,使得控制算法满足第 2 节所述的 3 个设 计条件,计算出防抱死控制过程中作用在前、后轮上 的理想制动力矩值,并对理想制动力矩的输出范围 进行限定;而制动力分配单元的作用是按照事先设 定好的制动力分配控制策略对理想制动力矩值进行 分配,以获得实际的作用在前、后轮上的液压制动力 矩和电机制动力矩.改进线性二次型最优控制算法 和制动力分配控制策略分别阐述如下.

3.1 改进线性二次型最优控制算法

提出改进线性二次型最优控制算法的目的在于 解决第2节中提到的现有线性二次型最优控制算法 因为不满足3个使用条件而无法应用于防抱死控制 系统设计的缺陷.需要特别说明的是:采用改进线 性二次型最优控制算法仍然要求满足第2节中关于 提及的两个前提条件.在电动车辆防抱死控制过程 中,改进线性二次型最优控制具体实施步骤如下.

首先,根据图 1 所示的电动汽车制动模式的受力示意情况,建立增加了关于车辆速度的正阻尼项 c_x ,前、后车轮角速度的正阻尼项 $c_{\theta_1}\dot{\theta}_1$ 和 $c_{\theta_2}\dot{\theta}_2$ 的车辆制动状态受力方程式,即

$$\begin{cases} \ddot{x} \approx -\frac{1}{\delta M} (F_{x1} + F_{x2} + F_{f1} + F_{f2} + F_{w}) + c_{x}x, \\ \ddot{\theta}_{1} \approx \frac{r}{I} F_{x1} - \frac{1}{I} T_{b1} - \frac{1}{I} T_{f1} + c_{\dot{\theta}_{1}} \dot{\theta}_{1}, \\ \ddot{\theta}_{2} \approx \frac{r}{I} F_{x2} - \frac{1}{I} T_{b2} - \frac{1}{I} T_{f2} + c_{\dot{\theta}_{2}} \dot{\theta}_{2}. \end{cases}$$

$$(19)$$

状态向量 X 中的变量 \ddot{x} 、 $\ddot{\theta}_1$ 和 $\ddot{\theta}_2$ 都具备正阻尼 特性,由式(19)重新改写后的车辆制动系统状态方 程为

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{A}_1 \boldsymbol{X} + \boldsymbol{B} \boldsymbol{U} + \boldsymbol{G} \boldsymbol{W}, \qquad (20)$$

式中 A_1 为改写后的状态矩阵,满足

$$\boldsymbol{A}_{1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & c_{\hat{x}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{\theta 1}^{\cdot} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{\theta 2}^{\cdot} \end{bmatrix}$$

若 $c_x x_x c_{\theta_1} \theta_1$ 和 $c_{\theta_2} \theta_2$ 的取值相比与式(19)中其 他项来说无穷小时,可以近似地认为改写后的车辆 制动状态受力方程式仍然可以较为精确的表征车辆 制动系统的纵向动力学特性. 其次,对标准的防抱死综合性能评价指标 J 进行改写,增加关于前、后车轮转角以及控制力矩的无穷小量 $\delta_{\theta_1}\theta_1^2$ 、 $\delta_{\theta_2}\theta_2^2$ 和 $\delta_{T_{b1}}T_{b1}^2$ 、 $\delta_{T_{b2}}T_{b2}^2$,得到改写后的 J_1 的二次型形式为

$$\begin{split} J_{1} &= J + \frac{1}{T} \int_{0}^{t} \left[\delta_{\theta_{1}} \theta_{1}^{2} + \delta_{\theta_{2}} \theta_{2}^{2} + \delta_{T_{b1}} T_{b1}^{2} + \delta_{T_{b2}} T_{b2}^{2} \right] \, \mathrm{d}t = \\ &= \frac{1}{T} \int_{0}^{t} \left[\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}} \, \boldsymbol{Q}_{1} \boldsymbol{X} + 2 \, \boldsymbol{X}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{N} \boldsymbol{U} + \boldsymbol{U}^{\mathrm{T}} \, \boldsymbol{R}_{1} \boldsymbol{U} \right] \, \mathrm{d}t \,, \quad (21) \\ \boldsymbol{Q}_{1} &= \begin{bmatrix} \delta_{\theta_{1}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_{\theta_{2}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.28 & -0.8r & -0.8r \\ 0 & 0 & -0.8r & r^{2} & 0 \\ 0 & 0 & -0.8r & 0 & r^{2} \end{bmatrix} \,, \\ \boldsymbol{R}_{1} &= \begin{bmatrix} \delta_{T_{b1}} & 0 \\ 0 & \delta_{T_{b2}} \end{bmatrix} \,. \end{split}$$

由式(19)可得: Q_1 具有对称非负定性质,且矩 阵 R_1 的行列式值大于 0 恒成立. 当 $\delta_{\theta_1}\theta_1^2$ 、 $\delta_{\theta_2}\theta_2^2$ 和 $\delta_{T_{b1}}T_{b1}^2$ 、 $\delta_{T_{b2}}T_{b2}^2$ 的取值相比于理想的制动性能指标值 无穷小时,改写后的 J_1 可以近似等价与 J_2 .

然后,基于改写后的车辆制动系统理想的状态 方程以及二次型防抱死综合性能评价指标 J₁,构建 黎卡提方程.理想控制力矩的求取表达式为

$$\boldsymbol{U} = -\boldsymbol{K}_1 \boldsymbol{X}, \qquad (22)$$

$$\boldsymbol{K}_{1} = -\boldsymbol{R}_{1}^{-1} (\boldsymbol{S}_{1}\boldsymbol{B} + \boldsymbol{N})^{\mathrm{T}}, \qquad (23)$$

 $A_{1} S_{1} + S A_{1}^{T} - (S_{1} B + N) R_{1}^{-1} (S_{1} B + N_{1})^{T} + Q_{1} = 0.$ (24)

为了进一步削弱液压制动系统的时滞影响,增加改进线性二次型最优算法的可靠性,可以通过预估的路面附着系数 $\hat{u}(\lambda)$ 以及车轮角加速度来求取前、后轮制动力矩的预估值 \overline{T}_{b1} 和 \overline{T}_{b2} , \overline{T}_{b1} 和 \overline{T}_{b2} 的表达式分别为

$$\overline{T}_{b1} = rM(g\frac{b}{L} - \ddot{x}\frac{h_g}{L})\hat{u}(\lambda) - I\theta_1, \quad (25)$$

$$\overline{T}_{b2} = rM(g\frac{a}{L} + \ddot{x}\frac{h_g}{L})\hat{u}(\lambda) - I\overline{\theta}_2.$$
(26)

最后,对前、后轮理想制动力矩的输出范围进行 约束,约束关系为

$$\begin{cases} 0.8\bar{T}_{\rm b1} \leqslant T_{\rm b1} \leqslant 1.2\bar{T}_{\rm b1}, \\ 0.8\bar{T}_{\rm b2} \leqslant T_{\rm b2} \leqslant 1.2\bar{T}_{\rm b2}. \end{cases}$$
(27)

改进线性二次型最优控制算法在实施防抱死控制过程中并没有改变如式(15)中状态方程以及式(13)中制动防抱死综合性能评价指标 J 的本质特性,所以改进线性二次型最优控制算法同样满足两

个前提条件.其创新之处在于通过在构建黎卡提方 程的过程中增加正阻尼项以及无穷小量的方法,使 得改进线性二次型最优控制算法满足了第2节所述 的3个基本使用条件.因此,该算法可以用于轮毂 电机电动车辆的防抱死控制器设计.

3.2 复合制动系统的制动力分配控制策略

为了在保证制动稳定性的前提下,充分发挥轮 毂电机响应迅速和控制精确的特性优势,文本采用 文献[16]所提供的制动力分配控制策略:1)低附 着路面上,由主制动器提供基础制动力矩,轮毂电机 实现防抱死协调.2)中附着路面上,由轮毂电机提 供基础制动力矩,通过调节液压制动力矩大小实现 防抱死协调.3)高附着路面上,轮毂电机不参 与防抱死控制,由液压制动系统单独完成防抱死 控制.

4 仿真分析

本节中模拟了3种不同路面附着系数的制动工况,对采用有改进线性二次型最优控制器和滑模控制器的防抱死系统的 ABS 控制性能进行了对比分析.设定电动车辆的初速度为120 km/h,在紧急制动末尾采用通用算法,即车速低于15 km/h 时退出ABS 控制.

虚拟阻尼量以及无穷小量的取值应该平衡控制 精确性和计算复杂性的关系,在保证防抱死控制器 对理想滑移率的追踪精确的前提下兼顾考虑计算的 复杂程度,进而降低控制成本.复合制动系统和车 辆参数为 *M* = 650 kg; δ = 1.05; *a* = 1.53 m; *b* = 1.55 m; *L* = 3.08 m; *h*_g = 0.77 m; *ρ* = 1.225 8 kg/m³; *C*_D = 0.38; *A* = 2.57 m²; *I* = 2.6 kg·m²; *r* = 0.327 m; *p* = 23; $\psi_{\rm f}$ = 0.08 Wb; *R* = 0.031 Ω; *L*_q = 700 µH; $\dot{c}_{\rm x}$ = 10⁻⁶; c_{θ_1} = 10⁻⁶; c_{θ_2} = 10⁻⁶; $\delta_{T_{\rm bl}}$ = 10⁻¹⁰; $\delta_{T_{\rm b2}}$ = 10⁻¹⁰; δ_{θ_1} = 10⁻²⁰; δ_{θ_2} = 10⁻²⁰. 采 用 MATLAB/Simulink 软件来搭建系统仿真模型.

为了进一步量化评价电动车辆车轮滑移率控制 效果的好坏程度,前、后轮滑移率控制精度采用如式 (28)所示的滑移率均方根误差 *e*_λ 来表征, *e*_λ 的表达 式为

$$e_{\lambda} = \int_{0}^{t} \left[\left(\lambda_{1} - 0.2 \right)^{2} + \left(\lambda_{2} - 0.2 \right)^{2} \right] dt. \quad (28)$$

控制器 1 和控制器 2 分别表示基于改进线性二 次型最优控制算法的防抱死控制器和基于滑模控制 算法的防抱死控制器.限于篇幅,仿真结果中仅给 出后轮滑移率和制动力矩与时间变化曲线用以评价 采用了改进线性二次型最优控制器的电动汽车的防 抱死控制效果. 选取μ(λ)=0.2的冰雪路面作为低附路面行驶 工况,图4为电动车辆在低附着路面行驶工况下实 施防抱死控制时的制动性能.



Fig.4 Braking performances under low adhesion ground condition

图 4(a)可见,车辆在低附路面上实施防抱死控 制的过程中,控制器 1 和控制器 2 都能精准地追踪 理想滑移率;制动过程快要结束时前、后车轮出现抱 死,但是电动车辆的实时车速已经很低,车轮的抱死 并不会影响到电动车辆的制动安全;图 4(b)~4(c) 显示,电动车辆在低附路面上紧急制动时,液压制动 系统提供基础制动力矩,通过改变电机制动力矩大 小实现理想滑移率的追踪,装有控制器 1 的车辆的 电机制动力矩波动幅度要小于装有控制器 2 的车 辆;从图 4(d)~4(e)看出,整个制动过程中装有控 制器 1 和控制器 2 的电动车辆的防抱死过程都大约 持续了 13.5 s,两者的前、后轮轮速都能较好地跟随 车速下降而下降,充分发挥了轮毂电机响应迅速,控 制精确高的优势,取得了良好的控制效果.

4.2 中附路面行驶时的防抱死性能

选取μ(λ)=0.5 的湿滑沥青路面作为中附路面 行驶工况,图 5 为电动车辆在中附路面行驶工况下 实施防抱死控制时的制动性能.

图 5(a) 可见, 车辆在中附路面上实施防抱死控 制的过程中,采用控制器1和控制器2的电动车辆 的后轮滑移率均保持在 0.2 左右, 滑移率均方根误 差值分别为1.04×10⁻²和9.50×10⁻².目前者较后者 下降了 89.1%,说明基于改进线性二次型最优控制 算法关于追踪理想滑移率方面能够取得较为优越的 控制效果.图5(b)~5(c)显示,电动车辆在中附路 面上紧急制动时,轮毂电机提供基础制动力矩,通过 改变液压制动力矩实现理想滑移率的追踪.由 图 5(d)~5(e)可见,在中附路面行驶工况下,虽然 采用控制器1和控制器2的车辆前、后轮轮速都可 以和车速保持接近,但是前者的前、后轮轮速波动程 度要明显小于后者;此外,控制器1的防抱死持续时 间为 5.9 s,相比与控制器 2 缩短了 0.1 s,说明了在 中附路面工况下,采用控制器1的电动车辆相比于 采用控制器2的电动车辆来说能够更为有效地缩短 电动车辆的制动距离.

4.3 高附路面行驶时的防抱死性能

选取μ(λ)=0.8的干燥沥青路面作为高附路面 行驶工况,图6为电动车辆在高附路面行驶工况下 实施防抱死控制时的制动性能.

图 6(a)可见,车辆在高附路面上实施防抱死控 制的过程中,安装有控制器 1 和控制器 2 的电动车 辆的滑移率均方根误差值分别为 1.48×10⁻²和 7.01× 10⁻²,前者的较后者下降了 78.9%,说明基于改进线 性二次型最优控制算法的控制器 1 在高附着系数路 面行驶工况下可以获得更为优越的滑移率控制效 果;另外在制动末尾阶段,当电动车辆的实际车速低



condition





于15 km/h时退出防抱死控制,前、后电动轮滑移率迅速上升到100%.图6(b)~6(c)显示,电动车辆在高附路面下紧急制动时,轮毂电机不参与ABS工

作,液压制动系统单独完成防抱死控制;且装有控制器1的车辆的电机制动力矩波动幅度要小于装有控制器2的车辆;图6(d)~6(e)可见,在高附着系数路面行驶工况下,虽然采用控制器1和控制器2的电动车辆并没有发生前、后轮抱死的情况,但是采用控制器2的电动车辆防抱死控制过程中前、后轮轮速的波动程度较大,而采用控制器1的电动车辆防抱死控制过程中前、后轮轮速的变化趋势仍然能较好地跟随车速变化;且控制器1的防抱死过程持续了3.75 s,相比与控制器2的防抱死全程的3.88 s,缩短了0.13 s,说明了随着路面附着系数的提高,基于改进线性二次型最优控制算法的控制器在电动汽车防抱死控制过程中的有效性就越明显.

5 结 论

1)通过构造虚拟阻尼量以及无穷小量来建立 黎卡提方程的方法,提出一种改进线性二次型最优 控制控制算法,该方法能够克服现有线性二次型最 优控制算法无法应用于车辆防抱死控制的缺陷,并 据此成功地设计出了电动车辆 ABS 控制器.

2)在低附着路面行驶工况下,安装有改进线性 二次型最优防抱死控制器的电动汽车能够充分发挥 轮毂电机响应迅速以及防抱死精确度高的优势.

3) 在中、高附着路面行驶工况下,装有改进线 性二次型最优防抱死控制器的车辆的车轮实际滑移 率虽然会出现轻微的波动,但是能够迅速地回到稳 态值;且安装有该控制器的电动汽车的滑移率均方 根误差值相比于安装有滑模防抱死控制器的电动汽 车分别下降了 89.1%和 78.9%,说明相比较滑模控 制算法,本文所提出的改进线性二次型最优控制算 法能够实现更为精确的车轮滑移率控制效果.

参考文献

- [1] PEEIE M, OGINO H, OSHINOYA Y. Skid control of a small electric vehicle with two in-wheel motors: simulation model of ABS and regenerative brake control [J]. International Journal of Crashworthiness, 2016, 21(5): 396
- [2] 陈涛, 刘荣昌, 杨震. 交通事故再现中轮胎/路面附着系数估算 方法[J]. 江苏大学学报(自然科学版), 2015,36(4): 386 CHEN Tao, LIU Rongchang, YANG Zhen. Estimate method of tireroad friction coefficient in accident reconstruction[J]. Journal of Jiangsu University (Natural Science Edition), 2015, 36(4): 386
- [3] 刘志远, 井后华, 陈虹. 一种汽车防抱死制动系统的非线性控制方法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2012, 44(5):7 LIU Zhiyuan, JING Houhua, CHEN Hong. Nonlinear control method for automotive anti-lock braking system[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2012, 44(5):7
- [4] PENG D, ZHANG Y, YIN C L, et al. Combined control of a regenerative braking and anti-lock braking system for hybrid electric vehicles [J]. International Journal of Automotive Technology, 2008, 9

(6):749

- [5] CHIANG W, YIN D, SHIMIZU H. Slip-based regenerative ABS control for in-wheel-motor drive EV[J]. Journal of the Chinese Institute of Engineers, 2015, 38(2): 220
- [6] 王国业,刘昭度,胡仁喜,等.基于等效滑移率变化的汽车防抱 死制动系统模糊直接自适应控制[J].机械工程学报,2008,41 (11):242

WANG Guoye, LIU Zhaodu, HU Renxi, et al. Fuzzy logic direct adaptive control of ABS-equipped vehicles based on equivalent slip differential of tire[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 41(11): 242

- [7] 赵国柱,腾建辉,魏民祥,等.基于模糊控制的电动汽车低速再 生 ABS 研究[J].中国机械工程,2012,23(1):117
 ZHAO Guozhu, TENG Jianhui, WEI Minxiang, et al. Study on lowspeed regenerative braking of electric vehicle as ABS based on fuzzy control[J]. China Mechanical Engineering, 2012,23(1):117
- [8] 孙大许,兰凤崇,何幸福,等.双电机四驱电动汽车自适应复合防抱死控制[J].吉林大学学报(工学版),2016,46(5):1405 SUN Daxu, LAN Fengchong, HE Xingfu, et al. Self-adaptive composite ABS of dual-motor four-wheel drive electric vehicle[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2016,46(5):1405
- [9] WU M C, SHIH M C. Hydraulic anti-lock braking control using the hybrid sliding-mode pulse width modulation pressure control method
 [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. part I: Journal of Systems and Control Engineering, 2001, 215(2): 177
- [10] ZHANG X W, XU Y, PAN M, et al. A vehicle ABS adaptive sliding-mode control algorithm based on the vehicle velocity estimation and tire/road friction coefficient estimations[J]. Vehicle System Dynamics, 2014, 52(4): 475
- [11]刘学军,何仁. 电磁-液压复合防抱死制动系统滑模控制[J]. 农业机械学报, 2014, 45(5):1
 LIU Xuejun, HE Ren. Sliding mode control in electromagnetic-hydraulic hybrid anti-lock braking system[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2014, 45(5):1
- [12] BASIN M, RODRIGUEZ-RAMIREZ P, FERRARA A, et al. Sliding mode optimal control for linear systems[J]. Journal of the Franklin Institute, 2012, 349(4): 1350
- [13] IGNACIUK P, BARTOSZEWICZ A. LQ optimal sliding-mode supply policy for periodic-review perishable inventory systems [J]. Journal of the Franklin Institute, 2012, 349(4): 1561
- [14]张露,王国业,张延立,等.电动汽车再生摩擦集成制动系统 ABS 控制性能研究[J]. 农业机械学报,2015,46(10):350 ZHANG Lu, WANG Guoye, ZHANG Yanli, et al. ABS control performance of integrated brake system with regenerative friction brake in electric vehicle[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2015, 46(10):350
- [15] WU M C, SHIH M C. Simulated and experimental study of hydraulic anti-lock braking system using sliding-mode PWM control [J]. Mechatronics, 2003, 13(4): 331
- [16]张雷,于良耀,宋健,等. 电动汽车再生制动与液压制动防抱 死协调控制[J]. 清华大学学报(工学版), 2016, 56(2): 152 ZHANG Lei, YU Liangyao, SONG Jian, et al. Coordinated antilock braking control of regenerative and hydraulic braking systems in electric vehicles[J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 2016, 56(2): 152