

DOI:10.11918/j.issn.0367-6234.201707100

事件驱动的卫星编队姿态分布式协同控制

王智鹏, 郭凤至, 孙兆伟, 张世杰

(哈尔滨工业大学 卫星技术研究所, 哈尔滨 150080)

摘要: 星间信息交互是卫星编队姿态协同控制的基础. 为降低姿态协同控制对星间交互的信息量, 满足资源和通信带宽受限等约束, 在卫星编队 Euler-Lagrange 姿态动力学模型的框架内, 提出了一种基于事件驱动的相对姿态分布式自适应控制算法. 通过设计含有星间状态偏差、关联矩阵等的事件驱动函数, 当该函数值满足条件时触发事件、更新数据, 在非触发时间内利用触发时刻的信息设计控制算法, 从而将卫星编队姿态一致性协同控制转化为事件驱动控制问题, 有效降低了控制输入更新频次及星间信息交互量. 基于 Lyapunov 理论证明了在事件驱动自适应控制器作用下, 领航者—跟随者卫星编队系统是全局渐近稳定的. 并证明了事件触发时间序列不会产生 Zeno 现象, 即事件触发间隔时间存在下界. 进行数值仿真验证事件驱动自适应控制算法的有效性, 并将其与传统自适应控制算法相比较, 仿真结果表明, 所设计的控制算法在保证闭环系统控制性能的前提下, 显著降低了控制输入更新频次和星间交互信息量, 满足星上能量和星间通信能力等约束.

关键词: 卫星编队; 姿态协同控制; Euler-Lagrange 系统; 事件驱动控制; 自适应控制

中图分类号: V448.22

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2018)10-0035-07

Event-triggered distributed attitude coordination control of satellite formation

WANG Zhipeng, GUO Fengzhi, SUN Zhaowei, ZHANG Shijie

(Research Center of Satellite Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150080, China)

Abstract: Inter-satellite information interaction is the basis of satellite formation attitude coordination control. To reduce the amount of inter-satellite interaction information and meet the constraints of resource and communication bandwidth limitation, an event-triggered relative attitude distributed adaptive control algorithm is proposed based on the Euler-Lagrange attitude dynamics model of satellite formation. Event-triggered function is designed by utilizing inter-satellite state deviation and associative matrix, etc. Event is triggered and data is updated when function value satisfies the condition, and control algorithm is designed by utilizing information of event time during non-event time, thus the satellite formation attitude consensus coordination control is transformed into an event-triggered control problem. Update frequency of control input and the amount of inter-satellite interaction information are reduced effectively. Leader-follower satellite formation system using proposed control algorithm is proved to be globally asymptotic stable based on the Lyapunov theory. Event-triggered time sequence will not produce Zeno behavior, i. e. a lower bound exists during inter-event time. Numerical simulations were performed to verify the effectiveness of event-triggered adaptive control algorithm, which was in turn compared with a conventional one. Simulation results show that the proposed control algorithm significantly reduces update frequency of control input and the amount of inter-satellite interaction information, meet the constraints of energy on board and inter-satellite communication ability, and ensures control performance of closed loop system at the same time.

Keywords: satellite formation; attitude coordination control; Euler-Lagrange system; event-triggered control; adaptive control

卫星编队协同控制是卫星编队系统完成空间任务的重要保证. 实际的卫星编队系统资源和通信带宽是有限的, 而传统的周期性时间驱动控制需要卫星根据邻居周期采样信息调节自身状态, 以实现卫星编队协同^[1-3]. 通信压力较大, 控制输入更新较

为频繁, 造成资源浪费; 并容易受到空间环境干扰, 影响卫星编队协同控制的效果.

为克服时间驱动控制的局限性, 事件驱动控制方法受到众多学者的关注. 事件驱动控制在保证系统控制性能的同时, 根据设计的事件驱动函数来调节控制更新周期, 从而有效减少信息传输量和控制输入更新次数, 节约星上资源. 近年来, 基于事件驱动的控制策略已在多智能体系统一致性问题中得到应用^[4-7]. Dimarogonas 等^[8]首次研究了基于事件驱动控制的多智能体系统协同控制一致性问题, 分

收稿日期: 2017-07-14

基金项目: 国家自然科学基金(61603115, 916638301)

作者简介: 王智鹏(1986—), 男, 博士研究生;

孙兆伟(1963—), 男, 教授, 博士生导师

通信作者: 王智鹏, wzp@hit.edu.cn

别针对集中式和分布式控制策略设计了状态依赖的事件驱动函数,并排除了 Zeno 现象的发生. Seyboth 等^[9]采用时间依赖的阈值函数限定智能体状态误差,使得事件驱动函数不再依赖邻居智能体状态信息,并研究了一阶和二阶多智能体系统的平均一致性问题. 文献[4-5]分别针对一阶、二阶领导跟随多智能体系统提出了基于事件驱动控制的一致性算法,文献[6-7]分别针对线性和非线性多智能体系统的一致性进行了研究.

但到目前为止,事件驱动控制主要用于积分器型多智能体系统中,对于具有非线性特性的多刚体系统模型研究较少. Weng 等^[10]研究了多刚体系统的姿态协同控制问题,针对系统中的每个刚体设计了分布式事件触发姿态协同控制器. Huang 等^[11]研究了固定无向通信拓扑下基于事件驱动的多智能体 Euler-Lagrange 系统分布式一致性问题, Liu 等^[12]针对具有参数不确定性的多智能体 Euler-Lagrange 系统设计了自适应事件驱动控制器,实现了固定通信拓扑下机械臂系统的领航者一跟随者一致.

本文针对卫星编队系统资源和通信带宽受限情况下的姿态协同控制问题,设计了基于事件驱动的分布式自适应控制器. 首先在 Euler-Lagrange 框架下,针对卫星转动惯量不确定的情况,设计了可保证闭环系统渐近稳定的事件驱动函数和自适应控制器,并证明此系统不会出现 Zeno 现象. 最后进行数值仿真验证所设计控制器的有效性,并将其与传统自适应控制器比较,表明所设计控制器在保证系统控制性能的同时能有效降低控制输入更新频次,节约星上资源.

1 问题描述

本文考虑由 1 个领航者(记为 0)与 N 个跟随者(1, 2, ..., N)组成的卫星编队领航者一跟随者姿态协同控制问题,采用修正罗德里格斯参数(MRPs)描述卫星姿态. 其姿态向量 $\sigma \in \mathbb{R}^3$ 用欧拉轴 e 和欧拉角 Φ 表示为 $\sigma = e \tan \frac{\Phi}{4}$, $-2\pi < \Phi < 2\pi$. 则跟随者 i 的姿态运动学和动力学方程分别为:

$$\dot{\sigma}_i = G(\sigma_i) \omega_i, \quad (1)$$

$$J_i \dot{\omega}_i = -\omega_i^\times J_i \omega_i + \tau_i, \quad (2)$$

其中

$$G(\sigma_i) = \frac{1}{4} \{ (1 - \sigma_i^\top \sigma_i) I_3 + 2 \sigma_i^\times + 2 \sigma_i \sigma_i^\top \}.$$

式中: $\sigma_i \in \mathbb{R}^3$ 、 $\omega_i \in \mathbb{R}^3$ 分别为第 i 颗卫星的本体坐标系相对于参考坐标系的姿态和姿态角速度; $J_i \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为正定对称的转动惯量矩阵; $\tau_i \in \mathbb{R}^3$ 为作用于

第 i 颗卫星的控制力矩; $(\cdot)^\times$ 为 3×3 斜对称矩阵; I_3 为 3×3 单位阵.

将式(1)改写为 $\omega_i = G(\sigma_i)^{-1} \dot{\sigma}_i$ 并代入式(2)中,可得到 Euler-Lagrange 形式的卫星编队姿态动力学方程为

$$M_i(\sigma_i) \ddot{\sigma}_i + C_i(\sigma_i, \dot{\sigma}_i) \dot{\sigma}_i = u_i. \quad (3)$$

式中: $M_i(\sigma_i) = G^{-T}(\sigma_i) J_i G^{-1}(\sigma_i)$ 为第 i 颗卫星的转动惯量矩阵; $C_i(\sigma_i, \dot{\sigma}_i) = -G^{-T}(\sigma_i) \{ J_i G^{-1}(\sigma_i) \dot{G}(\sigma_i) + [J_i G^{-1}(\sigma_i) \dot{\sigma}_i]^\times \} G^{-1}(\sigma_i)$ 为第 i 颗卫星的哥氏及离心力矩矩阵; $u_i = G^{-T}(\sigma_i) \tau_i$ 为控制力矩.

本文利用有向图 $\mathcal{G} = (v, \varepsilon)$ 描述编队卫星的信息交互. 节点集 $v(\mathcal{G}) = \{v_1, \dots, v_N\}$ 表示编队卫星, 由有序节点对 (v_i, v_j) 组成的边集 $\varepsilon(\mathcal{G})$ 表示星间信息传递关系. 图 $\mathcal{G}$ 的邻接矩阵为 $\mathcal{A} = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$. 当 $(v_j, v_i) \in \varepsilon(\mathcal{G})$ 时, $a_{ij} > 0$; 否则 $a_{ij} = 0$, 其中 $a_{ii} = 0$.

本文目标是在有向固定通信拓扑结构下针对每个跟随者设计协同控制算法,使得编队卫星在模型不确定的情况下,实现领航者固定的领航者一跟随者姿态一致. 即对于

$$\dot{\sigma}_0(t) = 0, t \rightarrow \infty \text{ 时 } \sigma_i(t) \rightarrow \sigma_0(t), \dot{\sigma}_i(t) \rightarrow 0.$$

其中 σ_0 、 $\dot{\sigma}_0$ 分别为领航者的姿态及其导数.

2 分布式自适应控制器设计

本文针对存在转动惯量不确定性的卫星编队系统设计事件驱动自适应控制器,使得编队系统实现领航者一跟随者姿态一致,并减少控制输入更新频次和信息交互.

令第 i 颗卫星的事件触发时间序列为 $t_0^i, t_1^i, \dots, t_k^i, \dots$, 其中 $k = 0, 1, \dots, n$, $t_0^i = 0$. 则作用于跟随者 i 的事件驱动控制器为

$$u_i(t) = Y_i(t_k^i) \hat{\Theta}_i(t_k^i) - K_i \eta_i(t_k^i), t \in [t_k^i, t_{k+1}^i). \quad (4)$$

自适应更新律为

$$\dot{\Theta}_i(t) = -\Gamma_i Y_i^\top(t) \eta_i(t). \quad (5)$$

式中: K_i 、 Γ_i 分别为对称正定矩阵; Y_i 为已知的回归矩阵函数,由式(4)可知控制力矩在 $[t_k^i, t_{k+1}^i)$ 内保持为常数,即 $u_i(t)$ 是分段常数; $\Theta_i(t)$ 为 Θ_i 在时间 t 的估计,在卫星编队姿态协同控制中, $\Theta_i = [J_{11}, J_{22}, J_{33}, J_{12}, J_{13}, J_{23}]^\top$ 为具有不确定性的转动惯量矩阵. η_i 为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\eta}_i &= \dot{\boldsymbol{\sigma}}_i(t) - \boldsymbol{\sigma}_r(t) = \dot{\boldsymbol{\sigma}}_i(t) + \\ &\alpha \sum_{j=0}^n a_{ij} (\boldsymbol{\sigma}_i(t) - \boldsymbol{\sigma}_j(t)). \end{aligned} \quad (6)$$

式中: α 为正常数; a_{ij} 为有向图 $\mathcal{G}$ 邻接矩阵 $\mathcal{A}$ 的权值; $\boldsymbol{\sigma}_r(t)$ 为辅助函数. 根据 Euler-Lagrange 方程参数线性化性质^[13], 有

$$\mathbf{M}_i(\boldsymbol{\sigma}_i) \dot{\boldsymbol{\sigma}}_r + \mathbf{C}_i(\boldsymbol{\sigma}_i, \dot{\boldsymbol{\sigma}}_i) \boldsymbol{\sigma}_r = \mathbf{Y}_i(\boldsymbol{\sigma}_i, \dot{\boldsymbol{\sigma}}_i, \boldsymbol{\sigma}_r, \dot{\boldsymbol{\sigma}}_r) \boldsymbol{\Theta}_i, \quad (7)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_i(\boldsymbol{\sigma}_i, \dot{\boldsymbol{\sigma}}_i, \boldsymbol{\sigma}_r, \dot{\boldsymbol{\sigma}}_r) &= \mathbf{G}^{-\text{T}}(\boldsymbol{\sigma}_i) \mathbf{L}(\mathbf{G}^{-1}(\boldsymbol{\sigma}_i) \dot{\boldsymbol{\sigma}}_r) - \\ &\mathbf{G}^{-\text{T}}(\boldsymbol{\sigma}_i) \mathbf{L}(\mathbf{G}^{-1}(\boldsymbol{\sigma}_i) \dot{\mathbf{G}}(\boldsymbol{\sigma}_i) \mathbf{G}^{-1}(\boldsymbol{\sigma}_i) \boldsymbol{\sigma}_r) + \\ &\mathbf{G}^{-\text{T}}(\boldsymbol{\sigma}_i) (\mathbf{G}^{-1}(\boldsymbol{\sigma}_i) \boldsymbol{\sigma}_r)^{\times} \mathbf{L}(\mathbf{G}^{-1}(\boldsymbol{\sigma}_i) \dot{\boldsymbol{\sigma}}_i), \end{aligned}$$

$\mathbf{L}(\mathbf{x})$ 为线性算子, 对于 $\forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$, 有 $\mathbf{J}_i \mathbf{x} = \mathbf{L}(\mathbf{x}) \boldsymbol{\Theta}_i$.

将式(4)、(6)和(7)代入到式(3)中, 可得

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_i(\boldsymbol{\sigma}_i) \dot{\boldsymbol{\eta}}_i(t) + \mathbf{C}_i(\boldsymbol{\sigma}_i, \dot{\boldsymbol{\sigma}}_i) \boldsymbol{\eta}_i(t) &= \\ -\mathbf{K}_i \boldsymbol{\eta}_i(t_k^i) + \mathbf{Y}_i(t_k^i) \hat{\boldsymbol{\Theta}}_i(t_k^i) - \mathbf{Y}_i(t) \boldsymbol{\Theta}_i, t \in [t_k^i, t_{k+1}^i). \end{aligned} \quad (8)$$

定义两类状态误差:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{\eta_i}(t) &= \boldsymbol{\eta}_i(t_k^i) - \boldsymbol{\eta}_i(t), \\ \mathbf{e}_i(t) &= \mathbf{Y}_i(t_k^i) \hat{\boldsymbol{\Theta}}_i(t_k^i) - \mathbf{Y}_i(t) \hat{\boldsymbol{\Theta}}_i(t), t \in [t_k^i, t_{k+1}^i). \end{aligned} \quad (9)$$

事件驱动函数为

$$\begin{aligned} f_i(\mathbf{e}_i(t), \mathbf{e}_{\eta_i}(t)) &= \|\mathbf{e}_i(t)\| + \lambda_{\max}(\mathbf{K}_i) \|\mathbf{e}_{\eta_i}(t)\| - \\ &\frac{\gamma_i}{2} \lambda_{\min}(\mathbf{K}_i) \|\boldsymbol{\eta}_i(t)\| - \boldsymbol{\mu}_i(t). \end{aligned} \quad (10)$$

式中: $\boldsymbol{\mu}_i(t) = \rho_i \sqrt{\lambda_{\min}(\mathbf{K}_i)} \exp(-v_i t)$, $\rho_i > 0$, $0 < v_i < 1$, $0 < \gamma_i < 1$; $\lambda_{\max}(\mathbf{K}_i)$ 、 $\lambda_{\min}(\mathbf{K}_i)$ 分别为 $\mathbf{K}_i$ 的最大、最小特征值. $\boldsymbol{\mu}_i(t)$ 函数的引入可完全避免 Zeno 现象. 卫星 i 连续检测辅助状态 $\boldsymbol{\eta}_i(t)$ 和不确定参数 $\hat{\boldsymbol{\Theta}}_i(t)$, 当 $f_i(\mathbf{e}_i(t), \mathbf{e}_{\eta_i}(t)) \geq 0$ 时, 立即触发事件, 此时 $t_k^i = t$. 事件触发后, 状态误差 $\mathbf{e}_{\eta_i}(t)$ 和 $\mathbf{e}_i(t)$ 被重置为 0, 卫星 i 控制输入更新. 对于 $t \in [t_k^i, t_{k+1}^i)$, 控制输入为 $\mathbf{u}_i(t) = \mathbf{u}_i(t_k^i)$.

定理 1 假设卫星编队通信拓扑 $\mathcal{G}$ 固定不变, 其邻接矩阵为常值, 且 $\mathcal{G}$ 包含领航者作为根节点的有向生成树. 则卫星编队系统(3)在事件驱动自适应控制器(4)、自适应更新律(5)、事件驱动函数(10)作用下可实现领航者—跟随者姿态一致. 即 $t \rightarrow \infty$ 时 $\boldsymbol{\sigma}_i \rightarrow \boldsymbol{\sigma}_0$, $\dot{\boldsymbol{\sigma}}_i \rightarrow 0$, $i = 1, 2, \dots, N$.

证明 对非自治系统(8)进行稳定性分析. 考虑如下所示类 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\eta}_i^{\text{T}} \mathbf{M}_i(\boldsymbol{\sigma}_i) \boldsymbol{\eta}_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \tilde{\boldsymbol{\Theta}}_i^{\text{T}} \boldsymbol{\Gamma}_i^{-1} \tilde{\boldsymbol{\Theta}}_i, \quad (11)$$

其中真值与估计值之间的误差为

$$\tilde{\boldsymbol{\Theta}}_i = \boldsymbol{\Theta}_i - \hat{\boldsymbol{\Theta}}_i. \quad (12)$$

对 V 求导并代入式(8), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\eta}_i^{\text{T}} \dot{\mathbf{M}}_i(\boldsymbol{\sigma}_i) \boldsymbol{\eta}_i + \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\eta}_i^{\text{T}} \mathbf{M}_i(\boldsymbol{\sigma}_i) \dot{\boldsymbol{\eta}}_i + \\ &\sum_{i=1}^N \tilde{\boldsymbol{\Theta}}_i^{\text{T}} \boldsymbol{\Gamma}_i^{-1} \dot{\tilde{\boldsymbol{\Theta}}}_i = \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\eta}_i^{\text{T}} \left(\frac{1}{2} \dot{\mathbf{M}}_i(\boldsymbol{\sigma}_i) - \right. \\ &\left. \mathbf{C}_i(\boldsymbol{\sigma}_i, \dot{\boldsymbol{\sigma}}_i) \right) \boldsymbol{\eta}_i - \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\eta}_i^{\text{T}} \mathbf{K}_i \boldsymbol{\eta}_i(t_k^i) + \\ &\sum_{i=1}^N \boldsymbol{\eta}_i^{\text{T}} \mathbf{Y}_i(t_k^i) \hat{\boldsymbol{\Theta}}_i(t_k^i) - \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\eta}_i^{\text{T}} \mathbf{Y}_i \boldsymbol{\Theta}_i + \\ &\sum_{i=1}^N \tilde{\boldsymbol{\Theta}}_i^{\text{T}} \mathbf{Y}_i^{\text{T}} \boldsymbol{\eta}_i. \end{aligned}$$

由于 $\frac{1}{2} \dot{\mathbf{M}}_i(\boldsymbol{\sigma}_i) - \mathbf{C}_i(\boldsymbol{\sigma}_i)$ 是反对称矩阵^[13], 再

代入式(12)和式(9), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= - \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\eta}_i^{\text{T}} \mathbf{K}_i \boldsymbol{\eta}_i(t_k^i) + \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\eta}_i^{\text{T}} \mathbf{Y}_i(t_k^i) \hat{\boldsymbol{\Theta}}_i(t_k^i) - \\ &\sum_{i=1}^N \boldsymbol{\eta}_i^{\text{T}} \mathbf{Y}_i(\tilde{\boldsymbol{\Theta}}_i + \hat{\boldsymbol{\Theta}}_i) + \sum_{i=1}^N \tilde{\boldsymbol{\Theta}}_i^{\text{T}} \mathbf{Y}_i^{\text{T}} \boldsymbol{\eta}_i = \\ &- \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\eta}_i^{\text{T}} \mathbf{K}_i \boldsymbol{\eta}_i - \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\eta}_i^{\text{T}} \mathbf{K}_i \mathbf{e}_{\eta_i} + \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\eta}_i^{\text{T}} \mathbf{e}_i. \end{aligned}$$

因为 $\mathbf{K}_i$ 是对称正定矩阵, $\dot{V}$ 的上界为

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq - \sum_{i=1}^N \lambda_{\min}(\mathbf{K}_i) \|\boldsymbol{\eta}_i\|^2 + \\ &\sum_{i=1}^N \lambda_{\max}(\mathbf{K}_i) \|\boldsymbol{\eta}_i\| \|\mathbf{e}_{\eta_i}\| + \\ &\sum_{i=1}^N \|\boldsymbol{\eta}_i\| \|\mathbf{e}_i\|. \end{aligned}$$

根据式(11), $f_i(\mathbf{e}_i(t), \mathbf{e}_{\eta_i}(t)) \leq 0$ 在系统(8)变化过程中始终成立. 有

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq - \sum_{i=1}^N \lambda_{\min}(\mathbf{K}_i) \|\boldsymbol{\eta}_i\|^2 + \\ &\sum_{i=1}^N \frac{\gamma_i}{2} \lambda_{\min}(\mathbf{K}_i) \|\boldsymbol{\eta}_i\|^2 + \\ &\sum_{i=1}^N \sqrt{\lambda_{\min}(\mathbf{K}_i)} \|\boldsymbol{\eta}_i\| \rho_i \exp(-v_i t), \end{aligned}$$

$\forall x, y \in \mathbb{R}$, 有 $|xy| \leq \frac{\gamma_i}{2} x^2 + \frac{1}{2\gamma_i} y^2$, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \sum_{i=1}^N (\gamma_i - 1) \lambda_{\min}(\mathbf{K}_i) \|\boldsymbol{\eta}_i\|^2 + \\ &\sum_{i=1}^N \frac{\rho_i^2}{2\gamma_i} \exp(-2v_i t), \end{aligned}$$

对上式进行积分, 有

$$V(t) + \sum_{i=1}^N (1 - \gamma_i) \lambda_{\min}(\mathbf{K}_i) \int_0^t \|\boldsymbol{\eta}_i(\tau)\|^2 d\tau \leq V(0) + \sum_{i=1}^N \frac{\rho_i^2}{4\gamma_i v_i}. \quad (13)$$

根据 $0 < \gamma_i < 1$, 可得 V 有界. Euler-Lagrange 方程中 $\mathbf{M}_i$, $\mathbf{C}_i$ 有界, 再根据式(11), 可知 $\boldsymbol{\eta}_i$ 和 $\dot{\boldsymbol{\theta}}_i$ 均有界. 由 $\boldsymbol{\eta}_i$ 有界, 根据文献[15]可知 $\boldsymbol{\sigma}_i, \dot{\boldsymbol{\sigma}}_i$ 有界. 再由 $\boldsymbol{\sigma}_i, \dot{\boldsymbol{\sigma}}_i$ 有界, 根据式(7)中 $\boldsymbol{\sigma}_r$ 的描述可得 $\boldsymbol{\sigma}_r, \dot{\boldsymbol{\sigma}}_r$ 有界. 由式(7)得到 $\|\mathbf{Y}_i \boldsymbol{\theta}_i\| \leq \|\mathbf{M}_i\| \|\dot{\boldsymbol{\sigma}}_r\| + \|\mathbf{C}_i\| \|\boldsymbol{\sigma}_r\|$, 因此 $\|\mathbf{Y}_i\|$ 有上界. $\mathbf{M}_i, \mathbf{C}_i, \boldsymbol{\eta}_i, \mathbf{Y}_i$ 有界, 由式(8)可得 $\dot{\boldsymbol{\eta}}_i$ 有界. 据此, $\boldsymbol{\eta}_i, \dot{\boldsymbol{\eta}}_i \in L_\infty$, 再根据式(13)可得

$$\sum_{i=1}^N (1 - \gamma_i) \lambda_{\min}(\mathbf{K}_i) \int_0^t \|\boldsymbol{\eta}_i(\tau)\|^2 d\tau \leq V(0) + \sum_{i=1}^N \frac{\rho_i^2}{4\gamma_i v_i}.$$

说明 $\int_0^t \|\boldsymbol{\eta}_i(\tau)\|^2 d\tau$ 有界, 且 $\boldsymbol{\eta}_i \in L_2$. 根据文献[14], 可知当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\boldsymbol{\eta}_i \rightarrow 0$. 再根据文献[15], 可知当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\boldsymbol{\sigma}_i \rightarrow \boldsymbol{\sigma}_0$ 且 $\dot{\boldsymbol{\sigma}}_i \rightarrow 0$. 由 $\boldsymbol{\omega}_i = \mathbf{G}(\boldsymbol{\sigma}_i)^{-1} \dot{\boldsymbol{\sigma}}_i$, 可知当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\boldsymbol{\omega}_i \rightarrow 0$. 跟随者姿态可渐近收敛到领航者姿态, 姿态角速度收敛到 0.

3 Zeno 现象的排除

Zeno 现象定义为: 如果在一个有限的时间区间内, 一个事件发生了无限次, 则系统中存在 Zeno 现象^[16]. Zeno 现象是事件驱动控制中最糟糕的情况, 出现了 Zeno 现象说明该控制由离散控制变为连续控制, 通信也是连续的, 这样无法体现事件驱动控制在节约资源和减少通信负荷方面的优势, 说明此次事件驱动控制失败. 因此, 在事件驱动控制中, 除了事件驱动函数及事件驱动控制器的设计, 还需要排除 Zeno 现象, 即确定事件触发间隔时间有一个正下界.

定义事件驱动函数(10)的触发间隔时间为 $t_{k+1}^i - t_k^i \geq T$, 其中 t_k^i, t_{k+1}^i 分别为卫星 i 的第 k 次和第 $k+1$ 次事件触发时刻. T 表示事件触发间隔时间的下界, 需证明 T 严格正定, 不会出现 Zeno 现象.

定理 2 如果定理 1 的条件成立, 则事件驱动函数(10)的事件触发间隔时间具有正下界, 即整个闭环系统不会产生 Zeno 现象.

对 $\|\mathbf{e}_{\eta_i}(t)\|$ 求导并带入式(11), 其中 $t \in [t_k^i, t_{k+1}^i)$

$$\frac{d}{dt} \|\mathbf{e}_{\eta_i}(t)\| \leq \|\dot{\boldsymbol{\eta}}_i(t)\|. \quad (14)$$

已在分布式自适应控制器设计中证明 $\dot{\boldsymbol{\eta}}_i(t)$

有界. 令正常数 U_η 表示 $\|\dot{\boldsymbol{\eta}}_i(t)\|$ 的上界, 得到 $\frac{d}{dt} \|\mathbf{e}_{\eta_i}(t)\| \leq U_\eta$.

类似于式(14), 对 $\|\mathbf{e}_i(t)\|$ 求导可得

$$\frac{d}{dt} \|\mathbf{e}_i(t)\| \leq \left\| \frac{d}{dt} (\mathbf{Y}_i(t) \hat{\boldsymbol{\theta}}_i(t)) \right\| =$$

$$\|\dot{\mathbf{Y}}_i(t) \hat{\boldsymbol{\theta}}_i(t) + \mathbf{Y}_i(t) \dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_i(t)\|.$$

在分布式自适应控制器设计中证明了 $\mathbf{Y}_i(t)$ 和 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_i(t)$ 有界, 根据文献[12]中的假设 1 可知, $\dot{\mathbf{Y}}$ 有界. 又由 $\mathbf{Y}_i(t)$ 、 $\boldsymbol{\eta}_i(t)$ 有界, 根据式(5)可知 $\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_i(t)$ 有界. 令正常数 U_e 表示 $\left\| \frac{d}{dt} (\mathbf{Y}_i(t) \hat{\boldsymbol{\theta}}_i(t)) \right\|$ 的上界, 可得 $\frac{d}{dt} \|\mathbf{e}_i(t)\| \leq U_e$.

令 $U = \max\{U_e, \lambda_{\max}(\mathbf{K}_i) U_\eta\}$, 可得

$$\|\mathbf{e}_i(t)\| + \lambda_{\max}(\mathbf{K}_i) \|\mathbf{e}_{\eta_i}(t)\| \leq$$

$$2 \int_{t_k^i}^t U dt = 2U(t - t_k^i), t \in [t_k^i, t_{k+1}^i). \quad (15)$$

根据事件驱动函数(10), $\|\mathbf{e}_i(t)\| + \lambda_{\max}(\mathbf{K}_i) \|\mathbf{e}_{\eta_i}(t)\| \geq \frac{\gamma_i}{2} \lambda_{\min}(\mathbf{K}_i) \|\boldsymbol{\eta}_i(t)\| + \boldsymbol{\mu}_i(t)$ 在下一触发时刻 t_{k+1}^i 成立. 分布式自适应控制器设计中证明了当 $t \rightarrow \infty$ 时 $\boldsymbol{\eta}_i \rightarrow 0$. 但在 t_{k+1}^i 时刻可能存在 $\boldsymbol{\eta}_i(t) = 0$, $\dot{\boldsymbol{\eta}}_i(t) \neq 0$ 的情况, 此时系统并未达到领航者—跟随者姿态一致. 因此, 在下列两种情况下 t_{k+1}^i 时刻事件触发.

情况 1 当 $\|\boldsymbol{\eta}_i(t_{k+1}^i)\| \neq 0$ 时, 事件触发条件为 $\|\mathbf{e}_i(t_{k+1}^i)\| + \lambda_{\max}(\mathbf{K}_i) \|\mathbf{e}_{\eta_i}(t_{k+1}^i)\| \geq \frac{\gamma_i}{2} \lambda_{\min}(\mathbf{K}_i) \|\boldsymbol{\eta}_i(t_{k+1}^i)\| + \boldsymbol{\mu}_i(t_{k+1}^i)$.

情况 2 当 $\|\boldsymbol{\eta}_i(t_{k+1}^i)\| = 0$ 时, 事件触发条件为 $\|\mathbf{e}_i(t_{k+1}^i)\| + \lambda_{\max}(\mathbf{K}_i) \|\mathbf{e}_{\eta_i}(t_{k+1}^i)\| \geq \boldsymbol{\mu}_i(t_{k+1}^i)$.

由于 $\|\boldsymbol{\eta}_i(t_{k+1}^i)\| \geq 0$, 分析可知情况 1 成立需要的时间更长, 说明 $T_2 < T_1$. 因此只需证明事件触发间隔时间 T_2 为严格正常数, 使得卫星编队系统不会出现 Zeno 现象. 根据式(15), 可推导事件触发间隔时间 T_2 的下界为

$$2UT_2 \geq \rho_i \sqrt{\lambda_{\min}(\mathbf{K}_i)} \exp(-v_i T_2),$$

式中: U 为正常数, 所以解严格正定, 卫星编队系统不会出现 Zeno 现象.

4 数值仿真

本文将进行数值仿真验证所提控制器(5)的有效性. 以 5 颗卫星编队飞行为例, 领航者和跟随者间

通信拓扑如图 1 所示. 其中: 0 表示领航卫星, 1~4 表示跟随卫星. 编队卫星的初始姿态和姿态角速度见表 1. 仿真过程中领航者姿态不变.

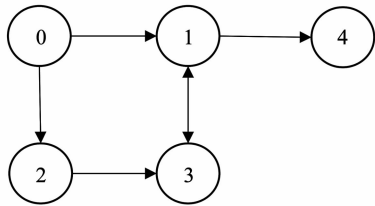


图 1 编队信息拓扑图

Fig. 1 Information topology of the formation

表 1 卫星姿态初始参数

Tab. 1 Initial parameters of satellite attitude

卫星 i	初始姿态	初始姿态角速度/($\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$)
0	$[0.1 \ 0.2 \ 0.3]^T$	$[0 \ 0 \ 0]^T$
1	$[0.15 \ -0.06 \ 0.24]^T$	$[0.06 \ 0.05 \ -0.07]^T$
2	$[0.1 \ 0 \ 0.2]^T$	$[-0.06 \ 0.08 \ -0.05]^T$
3	$[0.05 \ 0.05 \ 0.15]^T$	$[0.03 \ -0.04 \ 0.02]^T$
4	$[0 \ 0.11 \ 0.15]^T$	$[0.08 \ 0.05 \ 0.07]^T$

跟随者的转动惯量矩阵如下:

$$J_1 = \begin{bmatrix} 20.0 & 0 & 0.2 \\ 0 & 25.0 & 0 \\ 0.2 & 0.0 & 29.0 \end{bmatrix} \text{kg} \cdot \text{m}^2,$$

$$J_2 = \begin{bmatrix} 22.0 & 0.1 & 0.5 \\ 0.1 & 24.0 & 0 \\ 0.5 & 0.0 & 22.0 \end{bmatrix} \text{kg} \cdot \text{m}^2,$$

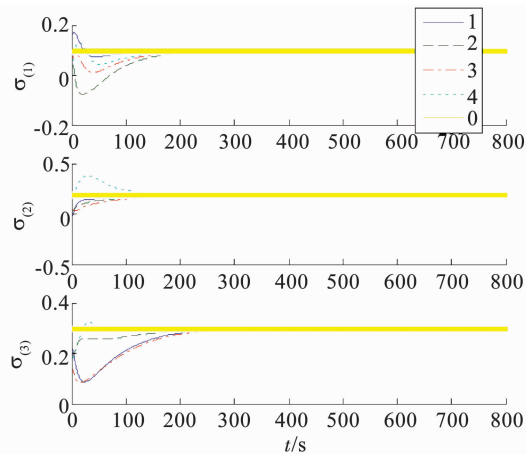
$$J_3 = \begin{bmatrix} 25.0 & 0.4 & 0.2 \\ 0.4 & 29.0 & 0.1 \\ 0.2 & 0.1 & 21.0 \end{bmatrix} \text{kg} \cdot \text{m}^2,$$

$$J_4 = \begin{bmatrix} 23.0 & 0.4 & 0 \\ 0.4 & 26.0 & 0.8 \\ 0 & 0.8 & 28.0 \end{bmatrix} \text{kg} \cdot \text{m}^2.$$

初始估计参数为 $\hat{\Theta}(0) = [23.0, 25.0, 25.0, 0, 0, 0]^T$

控制器和事件驱动函数参数分别为

$$K_i = [5 \ 5 \ 5]^T, \Gamma_i = \text{diag}([2 \ 2 \ 2]),$$



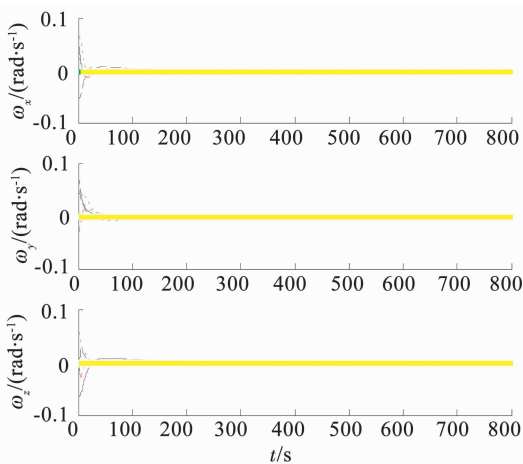
(a) 卫星*i*的姿态变化曲线

$$\alpha = 0.08, \gamma_i = 0.6, \rho_i = 5, v_i = 0.4.$$

仿真结果如图 2 所示. 在事件驱动自适应控制器作用下, 跟随卫星在 300 s 内收敛至领航卫星姿态, 姿态角速度在 180 s 左右收敛到 0. 控制力矩如图 2(c) 所示, 在 100 s 左右收敛到 0, 其中 u_{1z} 在 20~50 s 的仿真结果如局部放大图所示, 为分段函数, 说明设计的事件驱动自适应控制输入在非触发时刻使用上一触发时刻的数据, 只有在下一个触发时刻控制输入才更新. 各卫星的事件触发间隔时间如图 2(d) 所示, 在初始阶段, 卫星编队系统状态与期望控制状态相差很远, 事件触发次数多一些, 控制输入的更新较为频繁, 但当系统渐近收敛到期望状态时, 事件触发次数减少, 相邻事件触发间隔时间增大, 最后趋于稳定.

在相同控制参数及初始条件下, 采用传统的姿态自适应控制器^[17], 仿真结果如图 3 所示. 系统的姿态在 300 s 左右收敛到领航者状态, 姿态角速度在 150 s 左右收敛到 0. 控制器连续更新, 在 100 s 内收敛到 0. 可以看出, 通过合理设计事件触发函数及控制器, 事件驱动控制可以在保证系统控制性能的同时, 减少计算量和通信量, 降低控制输入更新频次, 节省星上资源.

表 2 为控制参数的选择对系统稳定性和事件触发频次的影响. 随着 K_i 增大, 卫星编队系统的收敛速度增大, 系统的稳定时间变短. 但事件触发频次随之增大, 控制输入更新次数增多, 计算量变大, 需要更多的计算及通信资源. 在 K_i 确定的情况下, 分析 α 变化对系统和事件触发频次的影响: 初始阶段, 随着 α 增大, 系统稳定时间减小, 事件触发频次也随之减小; 当 α 增大到一定范围后, 随着 α 的增大, 系统稳定时间减小, 但事件触发频次也随之增大. 需要根据具体任务需求和系统性能合理选择控制参数. Γ_i 对系统稳定性和事件触发频次影响较小.



(b) 卫星*i*的姿态角速度变化曲线

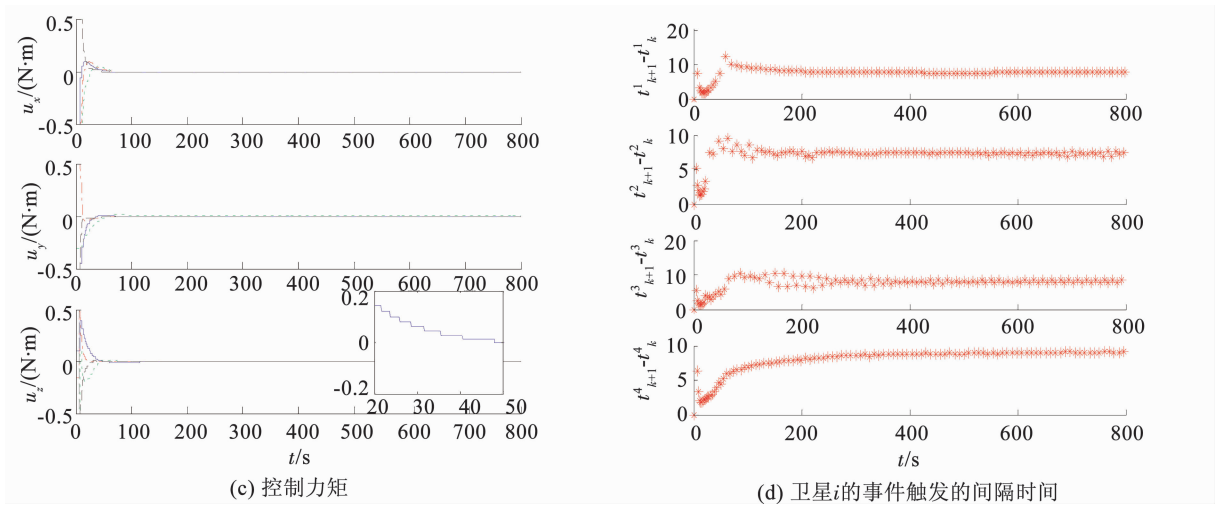


图 2 控制器(4)的的仿真结果
Fig.2 Simulation results of controller (4)

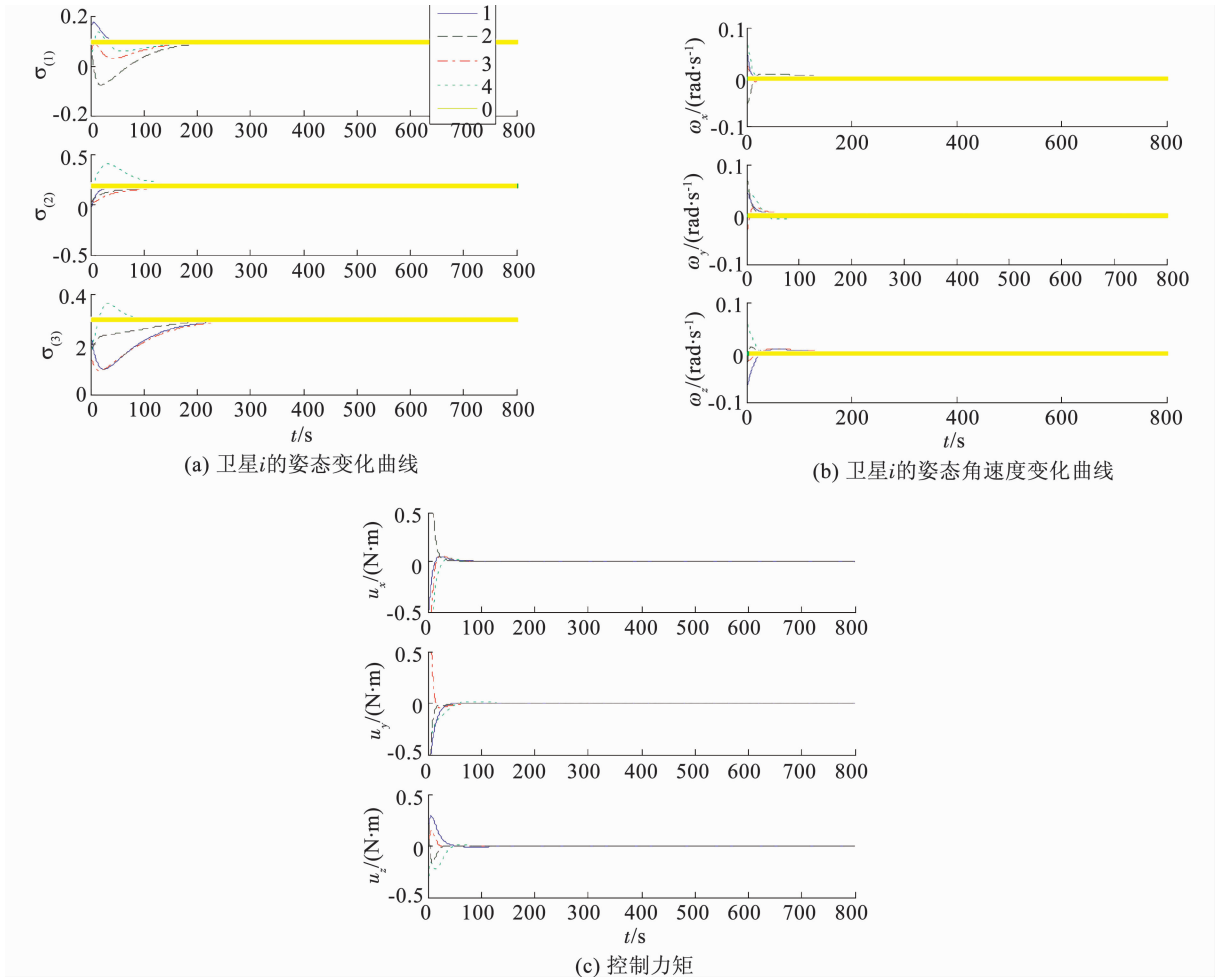


图 3 文献[17]中的自适应控制器仿真结果
Fig.3 Simulation results of adaptive controller in [17]

表 2 控制参数变化对仿真性能影响

Tab.2 Influence of control parameters on simulation performance

控制参数	$\alpha=0.08, K_i=2,$	$\alpha=0.08, K_i=5,$	$\alpha=0.08, K_i=10,$	$\alpha=0.04, K_i=5,$	$\alpha=0.16, K_i=5,$	$\alpha=0.08, K_i=5,$
	$\Gamma_i = \text{diag}([2,2,2])$	$\Gamma_i = \text{diag}([2,2,2])$	$\Gamma_i = \text{diag}([2,2,2])$	$\Gamma_i = \text{diag}([2,2,2])$	$\Gamma_i = \text{diag}([2,2,2])$	$\Gamma_i = \text{diag}([10,10,10])$
姿态稳定时间最大值/s	650	300	200	400	270	300
角速度稳定时间最大值/s	230	180	110	210	130	180
事件触发频次平均值/800 s	71	106	204	114	126	106

5 结 论

1) 针对卫星编队系统资源和通信带宽受限的问题, 在 Euler-Lagrange 框架内设计了基于事件驱动的卫星编队相对姿态分布式自适应控制算法. 利用 Lyapunov 理论证明了设计的事件驱动自适应控制器和事件驱动函数可以使得闭环系统渐近稳定, 并证明了卫星编队系统不会产生 Zeno 现象.

2) 在仿真条件和初始条件相同的情况下, 将其与传统的自适应控制算法比较. 证明了所设计的事件驱动控制器在保证系统性能的前提下, 可有效降低控制输入更新频次, 减少信息交互量, 有效节约星上资源.

3) 分析了控制参数对系统稳定性和控制输入更新频次的影响. 随着控制参数 K_i 的增加, 系统收敛速度增大, 稳定时间减小, 但事件触发频次随之增大, 不利于星上资源的利用. 在一定范围内, α 增大事件触发频次减小, 当 α 超过一定范围, 随着 α 增大事件触发频次增大. 需要在满足系统控制性能的前提下, 合理选择控制参数.

参考文献

- [1] CAI He, HUANG Jie. Leader-following attitude consensus of multiple uncertain spacecraft systems subject to external disturbance [J]. International Journal of Robust & Nonlinear Control, 2017, 27(5): 742. DOI:10.1002/rnc.3595
- [2] DU Haibo, CHEN M Z Q, WEN Guanghui. Leader-following attitude consensus for spacecraft formation with rigid and flexible spacecraft [J]. Journal of Guidance Control & Dynamics, 2016, 39(4): 944. DOI: 10.2514/1.G001273
- [3] 张安慧, 孔宪仁, 张世杰, 等. 一种具有多领航者的姿态协同控制算法 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2013, 45(3): 1
ZHANG Anhui, KONG Xianren, ZHANG Shijie, et al. Distributed attitude cooperative control with multiple leaders [J]. Journal of Harbin Institute of technology, 2013, 45(3): 1
- [4] HU Jianping, CHEN Guanrong, LI Hanxiong. Distributed event-triggered tracking control of leader-follower multi-agent systems with communication delays [J]. Kybernetika, 2011, 47(4): 630
- [5] LI Huaqing, LIAO Xiaofeng, HUANG Tingwen, et al. Event-triggering sampling based leader-following consensus in second-order multi-agent systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2015, 60(7): 1998. DOI:10.1109/TAC.2014.2365073
- [6] ZHU Wei, JIANG Zhongping, FENG Gang. Event-based consensus of multi-agent systems with general linear models [J]. Automatica, 2014, 50(2): 552. DOI: 10.1016/j.automatica.2013.11.023
- [7] FAN Mincan, CHEN Zhiyong, ZHANG Haitao. Semi-global consensus of nonlinear second-order multi-agent systems with measurement output feedback [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2014, 59(8): 2222. DOI: 10.1109/TAC.2014.2299351
- [8] DIMAROGONAS D V, FRAZZOLI E, JOHANSSON K H. Distributed event-triggered control for multi-agent systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(5): 1291. DOI: 10.1109/TAC.2011.2174666
- [9] SEYBOTH G S, Dimarogonas D V, Johansson K H. Event-based broadcasting for multi-agent average consensus [J]. Automatica, 2013, 49(1): 245. DOI: 10.1016/j.automatica.2012.08.042
- [10] WENG Shengxuan, YUE Dong. Distributed event-triggered cooperative attitude control of multiple rigid bodies with leader-follower architecture [J]. International Journal of Systems Science, 2016, 47(3): 631. DOI: 10.1080/00207721.2014.891777
- [11] HUANG Na, DUAN Zhisheng, ZHAO Yu. Distributed consensus for multiple Euler-Lagrange systems: an event-triggered approach [J]. Science China Technologies Sciences, 2016, 59(1): 33. DOI: 10.1007/s11431-015-5987-9
- [12] LIU Qingchen, YE Mengbin, QIN Jiahui, et al. Event-based leader-follower consensus for multiple Euler-Lagrange systems with parametric uncertainties [C]//IEEE 55th Conference on Decision and Control (CDC). Las Vegas, NV: IEEE, 2016: 2240. DOI: 10.1109/CDC.2016.7798596
- [13] SPONG M W, HUTCHINSON S, VIDYASAGAR M. Robot modeling and control [M]. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2006
- [14] IOANNOU P A, FIDAN B. Adaptive control tutorial [M]. Philadelphia: SIAM, 2006. DOI 10.1137/1.9780898718652
- [15] 梅杰. 多 Lagrange 系统的分布式协调控制 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2011
MEI Jie. Distributed coordination control of multiple lagrange systems [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2011
- [16] TABUADAP. Event-triggered real-time scheduling of stabilizing control tasks [J]. IEEE Transactions on Automatic Control 2007, 52(9): 1680. DOI: 10.1109/TAC.2007.904277
- [17] 郭海波. 基于代数图论的多航天器编队协同控制方法研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2014
GUO Haibo. Research on coordinated control of multi-spacecraft formation flying based on algebraic graph theory [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2014

(编辑 张 红)