DOI:10.11918/j.issn.0367-6234.201712124

利用 VMD 的双标度分形维数特征提取方法

杨望灿1,张培林1,张云强2,王怀光1

(1. 陆军工程大学石家庄校区,河北石家庄 050003; 2. 73151 部队,福建厦门 063100)

摘 要:为从机械振动信号中提取出有效特征进行故障诊断,提出一种利用变分模态分解(VMD)求取振动信号双标度分形 维数的特征提取方法.变分模态分解通过迭代求解变分模型的方式将多分量的振动信号分解为若干个不同时间尺度的本征 模态函数分量(IMF).在多维测度空间,某一时间段内多变量时间序列所占据的空间可以用多维超体体积进行度量.由于 VMD 得到的 IMF 本质上为多变量的时间序列,因此,利用 IMF 定义和计算多维超体体积,得到振动信号的时间尺度和多维超 体体积的双对数曲线.根据分形理论和双对数曲线的突变点,对双对数曲线进行分段最小二乘线性拟合,定义并提取了振动 信号的双标度分形维数特征.仿真结果表明,利用 VMD 方法估计分形维数的平均相对误差为 4.71%,提高了分形维数估计的 精确度.实测行星齿轮箱振动信号对比实验结果表明,利用 VMD 双标度分形维数特征能够更好地表征机械振动信号的分形 特征,行星齿轮箱故障诊断准确率达到了 100%.

关键词: 振动信号;特征提取;变分模态分解;本征模态函数;双标度分形维数

中图分类号: TH113.1; TN911.7 文献标志码: A 文章编号: 0367-6234(2019)01-0127-07

Feature extraction method of double-scale fractal dimension based on VMD and its application

YANG Wangcan¹, ZHANG Peilin¹, ZHANG Yunqiang², WANG huaiguang¹

(1. Shijiazhuang Campus, PLA Army Engineering University, Shijiazhuang 050003, China; 2. Troop 73151, Xiamen 063100, Fujian, China)

Abstract: To extract efficient feature from mechanical vibration signal for fault diagnosis, a feature extraction method of double-scale fractal dimension based on variational mode decomposition (VMD) for vibration signal was proposed. Variational mode decomposition decomposed multi-component vibration signal into several intrinsic mode functions (IMFs) in different time scale by solving variational model iteratively. In a multidimensional measure space, the space occupied by a multivariate time series within a certain period can be measured by a multidimensional super body volume. Due to IMFs produced by VMD were regarded as multivariate time series, the multidimensional super-body volume was defined and calculated utilizing IMFs in multidimensional measure space. Then the log-log curve with time scale and super-body volume for vibration signal was acquired. According to fractal theory and the abrupt point in log-log curve, the log-log curve was segmentally fitted by least-squares linear fitting. Then, the double-scale fractal dimension feature for vibration signal was defined and acquired. The simulated signal results showed that the average relative error of fractal dimension estimation using VMD method was 4.71%, which improved the accuracy of fractal dimension estimation. The experimental results of planetary gearbox vibration signal indicated that the double-scale fractal dimension feature based on VMD could describe the fractal feature of mechanical vibration signal efficiently, and the accuracy of planetary gearbox fault diagnosis had reached 100%. Keywords: vibration signal; feature extraction; variational mode decomposition; intrinsic mode functions; doublescale fractal dimension

大部分行星齿轮箱在低速重载等恶劣的工作环 境中运行,其太阳轮、行星轮和齿圈等关键结构易出 现磨损和裂纹等损伤故障^[1].行星齿轮箱特殊的传 动结构特点,导致其振动信号耦合严重,多模式混叠, 故障特征微弱,给行星齿轮箱故障特征提取和故障诊 断带来了较大的难度^[2-3].行星齿轮箱的振动信号往

- 基金项目:国家自然科学基金(51305454)
- 作者简介:杨望灿(1988—),男,博士研究生; 张培林(1955—),男,教授,博士生导师
- 通信作者: 张培林,ZPL1955@163.com

往包含多个分量,采用传统的频率解调方法直接分析 信号,具有一定的局限性.因此,近年来很多学者采用 多分量分解的方法对原始振动信号进行信号分解.经 验模态分解(EMD)方法是应用比较广泛的信号分解 处理方法,它将非平稳信号分解为不同时间尺度的信 号分量^[4-5].但是,EMD 方法存在模态混叠和端点效 应,且当信号受到噪声污染时,分解误差较大.针对 EMD 方法存在的缺陷,Dragomiretskiy等^[6]提出了一 种新的信号分解方法——变分模态分解(VMD),该 方法通过完全非递归的方式寻求变分模型的最优解,

收稿日期:2017-12-20

根据每个分解分量的中心频率和带宽,实现信号的频 域分解与各分量的有效分离.和 EMD 方法相比, VMD 具有分解效果好,鲁棒性强等优点^[7-9].

对行星齿轮箱振动信号分解后,如何对各个分量 提取故障特征是面临的另外一个问题.近年来,基于非 线性动力学参数的特征提取方法引起了广泛关 注^[10-11].其中,分形维数特征由于能够有效地描述非线 性时间序列的自相似性和复杂度,因此在混沌序列和 机械信号等信号分析中得到了广泛的应用^[12-14].目前, 常用的分形维数估计方法主要为盒计数法(BC)、去趋 势波动分析(DFA)和形态学覆盖法(MC)等.但这些方 法都存在一些不足,如 BC 方法在大尺度上存在过计 数,在小尺度上存在欠计数的问题;DFA 方法估计分形 维数时,受残差序列趋势去除方法影响较大.

本文提出了一种利用 VMD 的双标度分形维数特 征提取方法.首先,利用 VMD 方法将振动信号分解为 多个本征模态函数(IMF)分量信号,利用互信息理论确 定 VMD 方法中 IMF 分量的数目;然后,对得到的每个 IMF 分量信号进行正交化,根据分形维数理论,计算和 绘制振动信号的时间尺度和多维超体体积的双对数曲 线;对双对数曲线分段进行最小二乘线性拟合,得到振 动信号的双标度分形维数特征.实验结果表明,提取的 特征参数能够有效地区分行星齿轮箱不同的故障状态.

1 变分模态分解理论

1.1 变分模型的构造

本质上,本征模态函数(IMF)应该是一个调幅-调频信号.因此,变分模态分解理论将 IMF 重新定 义为如式(1)所示的信号.

$$u_k(t) = A_k(t) \cos(\varphi_k(t)). \tag{1}$$

式中: $A_k(t)$ 、 $\varphi_k(t)$ 分别为 $u_k(t)$ 的瞬时幅值和瞬时 相位, 且 $\varphi_k(t)$ 是非减函数, $\omega_k(t) = d\varphi_k(t)/dt \ge 0$ 为瞬时角频率.

假设原信号 x(t) 为多分量信号,其由有限个具有 不同中心频率、有限带宽的 IMF 分量 $u_k(t)$ 组成. VMD 理论将信号分解问题转化为变分问题,在各 IMF 分量 之和等于输入信号 x(t) 的约束下,寻求每个 IMF 分量 的估计带宽之和最小,模型构建具体步骤如下:

1) 对每个 IMF 分量 $u_k(t)$ 作希尔伯特变换,构造解析信号. 然后,对每个 IMF 分量的解析信号混合一预估中心频率 $e^{-j\omega_k}$,将每个 IMF 分量的频谱调制到相应的基频带上,即

 $[(\delta(t) + j/(\pi t)) * u_k(t)]e^{-j\omega_k t}.$ (2) 式中: $\delta(t)$ 为冲击函数, "*"为卷积符号, $\{\omega_k\} = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_K\}$ 为各 IMF 分量的中心频率, *K* 为 IMF 分量的数目. 2)计算式(2)所表示的解调信号梯度的 L₂ 范数,估计出各个 IMF 分量的带宽,引入约束条件,构造如下形式的变分模型:

$$\min_{\|u_k\|, \|\omega_k\|} \left\{ \sum_{k=1}^{K} \| \partial_t [(\delta(t) + \frac{j}{\pi t}) * u_k(t)] e^{-j\omega_k t} \|_2^2 \right\},$$

s.t.
$$\sum_{k=1}^{K} u_k(t) = x(t).$$

1.2 变分模型的求解

1)引入二次惩罚因子 α 和拉格朗日乘法算子 $\lambda(t)$,构造扩展拉格朗日函数:

$$L(\lbrace u_k \rbrace, \lbrace \omega_k \rbrace, \lambda) = \alpha \sum_{k=1}^{K} \|\partial_i [(\delta(t) + \frac{j}{\pi t}) * u_k(t)] e^{-j\omega_k} \|_2^2 + u_k(t) \|\partial_i u_k(t)\|_2^2$$

$$\|x(t) - \sum_{k=1}^{\kappa} u_k(t)\|_2^2 + \langle \lambda(t), x(t) - \sum_{k=1}^{\kappa} u_k(t) \rangle,$$

将约束性的变分问题转换为非约束性的变分问题. 其中,二次惩罚因子 α 为较大的正数,保证在信号中 含有高斯噪声的情况下有较好的重构精度,拉格朗 日算子 λ(t) 使得约束条件保持严格性.

2)利用乘法算子交替方向法(ADMM)求解上 述变分模型,通过交替迭代更新 $u_k^{n+1}(t)$ 、 $\omega_k^{n+1}(t)$ 和 $\lambda^{n+1}(t)$,求取扩展的拉格朗日函数的鞍点,此鞍点即为 变分模型的最优解.VMD 算法的流程如图1所示.



图 1 VMD 算法流程

Fig.1 Flowchart of VMD algorithm 图 1 中 τ 为更新因子, ε 为判别精度. $u_k^{n+1}(t)$ 的更新

求解方法为

$$\hat{u}_{k}^{n+1}(\omega) = \frac{\hat{x}(\omega) - \sum_{i \neq k}^{K} \hat{u}_{i}(\omega) + \hat{\lambda}(\omega)/2}{1 + 2\alpha (\omega + \omega_{k})^{2}}.$$
 (3)

对式(3)进行逆傅里叶变换,则可以得到时域的 IMF 分量. 中心频率 $\omega_k^{n+1}(t)$ 更新求解方法为

$$\boldsymbol{\omega}_{k}^{n+1} = \left(\int_{0}^{\infty} \boldsymbol{\omega} \mid \hat{\boldsymbol{u}}_{k}(\boldsymbol{\omega}) \mid {}^{2} \mathrm{d}\boldsymbol{\omega}\right) / \left(\int_{0}^{\infty} \mid \hat{\boldsymbol{u}}_{k}(\boldsymbol{\omega}) \mid {}^{2} \mathrm{d}\boldsymbol{\omega}\right).$$

1.3 VMD 分量数目的确定方法

在使用 VMD 对信号进行分解时,需要预先设 定分解分量的数目 K,而不同的 K 值对分解结果会 产生较大的影响. 在信息论中,互信息定义为两个 随机变量间不确定度的差值,用于测度两个随机变 量的统计相关性. 互信息的优势在于其既能描述两 个变量间的线性相关性,又能描述两个变量间的非 线性相关性. 所以,本文采用互信息法确定 VMD 分 解分量的数目.

在信息论中,互信息的计算公式如下式所示:

$$I(X | Y) = H(Y) - H(Y | X).$$
 (4)
式中: $H(Y)$ 为 Y 的信息熵, $H(Y | X)$ 为 X 对 Y 的条
件信息熵. X 与 Y 的相关性越强, 互信息值则越大.
本文中设 Y 为原始信号, X 为分解得到的每个 IMF
分量, 根据式(4) 计算每个 IMF 分量和原信号的互

信息值. 对所有互信息值归一化,得 $\delta_i = I(u_i, x) / \max(I(u_i, x)).$

设定一个阈值, 当互信息值 δ_i 小于阈值时, 则 说明分解的该 IMF 分量和原信号的相关性较小, 可 认为原始信号已被合理地完全分解, 从而得到合适 的 K 值.

2 基于 VMD 的分形维数理论

2.1 分形维数基本原理

众所周知,如果把正方体的边长 L 增大为原来的 k 倍,那么它的二维测度表面积 S 和三维测度体积 V 会分别增大到原来的 k² 倍和 k³ 倍.上述关系推广 到一般情况,即如果 Y 是一个具有 D 维测度的变量,则 Y 也应该满足上述关系,即

$$L \propto S^{1/2} \propto V^{1/3} \propto Y^{1/D}.$$
 (5)

根据式(5)所示的测度关系,即可定义和估计 分形体的分形维数.

对于时间序列信号而言,分形的自相似性主要体 现在信号的时域波形中. VMD 分解产生的 IMF 分量 本质上是一种多变量时间序列,每个机械振动信号通 过 VMD 分解均可得到一个多变量时间序列. 在多维 测度空间中,某一时间段内多变量时间序列所占据的 空间可以利用所谓的多维超体体积进行度量. 根据 式(5),若以时间尺度作为测量尺度,则时间尺度 *ε* 和 多维超体的体积 *V* 应该存在如下幂律关系:

$$\varepsilon \propto V^{1/D}$$

2.2 VMD 分量正交化

根据多维超体的定义得知,若利用 VMD 分解 得到的 IMF 分量计算体积,需要各 IMF 分量正交, 而 VMD 分解的各 IMF 分量并非严格正交化,所以 首先要将 IMF 分量正交化.本文采用正交坐标变换 的方法对 IMF 分量正交化.

假设 VMD 将一维信号 x(t) 分解成 K 个 IMF 分量,即 $x(t) = \sum_{k=1}^{K} u_k(t)$,构建分量矩阵 $U = \begin{bmatrix} u_1(t), u_2(t), \cdots, u_K(t) \end{bmatrix}$.

式中: $U \in \mathbb{R}^{N \times K}$, N 为信号 x(t) 的数据长度. 根据 式(6) 计算分量矩阵 U 的协方差矩阵

$$\Sigma_{U} = \frac{1}{n} \boldsymbol{U}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{U}.$$
 (6)

对协方差矩阵 Σ_U 进行正交对角化,获得 *K* 个特征 值 $\lambda_1 \ge \lambda_2 \ge \cdots \ge \lambda_K$ 及其对应的单位正交特征向量 p_1, p_2, \cdots, p_K , 定义正交的 IMF 分量 { \tilde{u}_k } 为 [$\tilde{u}_1(t), \tilde{u}_2(t), \cdots, \tilde{u}_k(t)$] = [$\lambda_1 p_1, \lambda_2 p_2, \cdots, \lambda_K p_K$].

2.3 多维超体体积计算

设振动信号的长度为 N,利用时间尺度 ε 将振动 信号 正交化的 IMF 分量 $\tilde{u}_k = \{\tilde{u}_k(0), \tilde{u}_k(1), \cdots, \tilde{u}_k(N-1)\}$ 划分成 p 个区间,其中 $p = [(N-1)/\varepsilon]$, 符号[]表示取整.对于任意区间,将 \tilde{u}_k 的最大值与 最小值之差定义为多维超体在该区间的边长,即多维 超体在第 k 维空间中的边长可描述为

$$L_k(q) = \max_{(q-1)\varepsilon \leqslant \iota \leqslant q\varepsilon} \left\{ \tilde{u}_k(t) \right\} - \min_{(q-1)\varepsilon \leqslant \iota \leqslant q\varepsilon} \left\{ \tilde{u}_k(t) \right\}.$$

式中: $L_k(q)$ 为多维超体在第q个区间的第k维空间中的边长, $q = 1, 2, \dots, p$.

多维超体的体积计算方法为

$$V(\varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon^{\kappa}} \sum_{q=1}^{p} \prod_{k=1}^{K} \left(\max_{(q-1)\varepsilon \leqslant t \leqslant q\varepsilon} \{u_{k}(t)\} - \min_{(q-1)\varepsilon \leqslant t \leqslant q\varepsilon} \{u_{k}(t)\} \right).$$

$$(7)$$

式中 $V(\varepsilon)$ 表示时间尺度 ε 下多维超体的体积.通过 改变时间尺度 ε 的大小,最终可得到一个多维超体 体积序列.

2.4 分形维数估计

根据式(7),振动信号的分形维数 D 可定义为

$$D = \lim_{\varepsilon \to 0} (\ln V(\varepsilon) / \ln \varepsilon).$$
 (8)

对于式(8)所示的极限问题,工程实际中很难 求解.为此,引入最小二乘法(LSM)将上述极限问 题转化为线性拟合问题进行处理,从而求取分形维 数 D的近似值.首先对 ε 和 $V(\varepsilon)$ 进行对数变换,并 绘制双对数曲线 (ln ε , ln $V(\varepsilon)$),然后采用 LSM 对 双对数曲线进行一阶线性拟合. 拟合直线的斜率即 为分形维数 *D* 的近似估计:

$$D = \frac{n \sum_{i=1}^{n} \ln \varepsilon_{i} \ln V(\varepsilon_{i}) - \sum_{i=1}^{n} \ln \varepsilon_{i} \sum_{i=1}^{n} \ln V(\varepsilon_{i})}{n \sum_{i=1}^{n} (\ln \varepsilon_{i})^{2} - \sum_{i=1}^{n} [\ln V(\varepsilon_{i})]^{2}},$$

式中 $[\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_n]$ 为时间尺度序列.

2.5 仿真信号分析

为了评估所提分形维数估计方法的性能,选取 分数布朗运动(FBM)信号作为标准分形信号进行 研究.同时引入盒计数法、去趋势波动分析和 EMD 方法作为对比.

FBM 信号本质上是一个具有平稳增量的自相 似性和零均值高斯随机过程.如果两个 FBM 信号相 互独立,则具有如下特性:

 $E(b_{H}(t)b_{H}(s)) = \sigma^{2}(|t|^{2H} + |s|^{2H} - |t - s|^{2H}).$ 式中: *E* 为数学期望, σ^{2} 为 $b_{H}(t)$ 和 $b_{H}(s)$ 的方差, *H* 为 Hurst 指数, 0 < H < 1. $b_{H}(t)$ 的分形维数完全 由 Hurst 指数决定,其理论分形维数 D = 2 - H.

实验中利用 Matlab 分形工具箱生成 FBM 信号, 信号的采样频率和采样时间分别为 4 096 Hz 和 0.5 s. 图 2 为 5 个具有不同分形维数的 FBM 信号.

随着分形维数的增加,FBM 信号的波形变得越 来越复杂. 在 VMD 算法中,由于二次惩罚因子 α 取 值在[100,4 000]范围内变化对结果基本没有影响, 所以 VMD 分解过程中 α 取值设为 2 000. 利用互信 息法确定分量数目 *K* 的阈值设定为 0.01.

Tab 1



图 2 具有不同分形维数的 FBM 信号

Fig.2 FBM signals with different fractal dimensions 表1给出了采用4种方法对FBM 信号分形维 数进行估计的结果,包括估计值和相对误差.其中, 利用 EMD 估计分形维数的方法类似于使用 VMD 估计分形维数的方法,采用互信息法确定有用的 IMF 分量的数目,阈值设定为 0.05.由于 FBM 信号 的随机性,实验中每个给定的 Hurst 指数均生成了 5 个 FBM 信号,表1 中相应的数据为 5 个 FBM 信号 的平均结果.

表1 FBM 信号分形维数估计结果 Estimation results of fractal dimension for FBM signals

Tub.T Estimation results of mature anticipient of Fish of Shares												
理论值 D	BC		DFA		EMD		VMD					
	估计值	相对误差/%	估计值	相对误差/%	估计值	相对误差/%	估计值	相对误差/%				
1.1	1.079 9	1.82	1.236 7	12.43	1.138 1	2.90	1.115 2	1.38				
1.2	1.102 7	8.11	1.181 1	1.58	1.117 0	6.92	1.195 4	0.38				
1.3	1.198 1	7.84	1.341 4	3.18	1.311 9	0.92	1.318 9	1.45				
1.4	1.260 8	9.94	1.477 4	5.53	1.506 4	7.60	1.320 2	5.70				
1.5	1.338 5	10.77	1.722 0	14.80	1.637 8	9.19	1.379 3	8.05				
1.6	1.412 9	11.69	1.733 9	8.37	1.727 9	7.99	1.474 6	7.83				
1.7	1.411 2	16.99	1.589 5	6.50	1.561 1	8.17	1.597 5	6.03				
1.8	1.407 5	21.80	1.665 4	7.48	1.680 8	6.62	1.698 0	5.66				
1.9	1.412 1	25.68	1.535 3	19.19	1.657 8	12.74	1.787 8	5.91				

由表 1 可得,就平均相对误差而言,利用 VMD 方法估计的平均相对误差为 4.71%,小于 BC 法的 12.74%、DFA 的 8.78%和 EMD 的 7.01%,同时利用 VMD 方法估计的最大相对误差仅为 8.05%.由于 BC 法在大尺度上存在过计数和在小尺度上存在欠 计数的问题,对于所有 FBM 信号,BC 法估计的分形 维数总是偏小,并且随着 FBM 信号波形复杂度的增加,分形维数的相对误差也增加,最大误差达到了 25.68%. DFA 估计的结果比 BC 法估计的结果稍 好,但是由于 DFA 估计分形维数时受残差序列趋势 去除方法影响较大,而目前没有成熟的理论合理选 取残差序列趋势去除方法,其相对误差在 1.58%~ 19.19%,平均相对误差 8.78%,仍然很大.利用 EMD 估计分形维数的方法估计的结果相对于传统方法, 估计结果得到了一定的改善,但是由于 EMD 方法本 身固有的缺陷,导致估计结果比 VMD 方法较差.仿 真实验结果表明,利用 VMD 的分形维数估计方法 整体上优于 BC 法、DFA 方法和 EMD 方法.

3 利用 VMD 的振动信号双标度分形 维数特征

3.1 实验数据采集

本文采集的振动信号来自一个行星齿轮箱实验 系统,通过机械加工的手段在太阳轮、行星轮和齿圈 的单个轮齿上设置了齿面磨损的局部故障,磨损形 式如图 3 所示.在太阳轮、行星轮和齿圈单个轮齿 上分别设置了宽 1.5 mm、深 1 mm 的磨损量.



(c)齿圈故障 图 3 齿轮预置故障

Fig.3 Introduced faults of gears

采集的行星齿轮箱4种状态的原始振动信号如 图4所示。



Fig.4 Original vibration signals of four states from planetary gearbox

实验中,电动机转速控制在1200 r/min,采样 频率为20 kHz,分别采集正常状态、太阳轮故障、行

星轮故障和齿圈故障4种运行状态数据各40组,共 计160组.

3.2 振动信号的双标度分形特性

利用 VMD 估计振动信号的分形维数时,每个 振动信号都会得到一条时间尺度和多维超体体积的 双对数曲线.在实验过程中,VMD 的参数二次惩罚 因子 α 取值设为 2 000,利用互信息法设定分量数目 *K* 的阈值为 0.01.

图 5 为行星齿轮箱 4 种不同运行状态振动信号 的双对数曲线及其拟合结果.



图 5 $(\varepsilon, V(\varepsilon))$ 双对数曲线及其线性拟合结果

Fig.5 Log-log curves and linear fitting results of $V(\varepsilon)$ versus ε 由图 5 可知,坐标点 (ε , V(ε)) 在二维空间并 不呈现线性分布,在整个时间尺度上进行直线拟合 的误差非常大,所估分形维数不能准确描述振动信 号的分形特征.观察双对数曲线图发现,随着时间 尺度逐渐增大,双对数曲线斜率会出现一个突变点, 而突变点两边均表现出近似的线性关系.因此,为 了更好地提取振动信号分形特征,在采用 VMD 计 算振动信号的分形维数时,定义了双标度分形维数 的概念. 在图 5 中,根据双对数曲线中的突变点将 时间尺度划分为两部分,突变点左侧的时间尺度称 为第Ⅰ尺度,突变点右侧的称为第Ⅱ尺度.第Ⅰ尺度 表示的是时间尺度划分较为精细的部分,描述的是 信号的细节信息,第Ⅱ尺度表示的是时间尺度划分 较宽的部分,描述的是信号的趋势信息.从图中可 以看出,与整体拟合直线相比,在第Ⅰ尺度和第Ⅱ尺 度上的拟合结果要更好地贴合振动信号的双对数曲 线,说明双标度分形维数能够更好地表征振动信号 的分形特征.

3.3 双标度分界点的选取方法

如何选择合适的分界点是提取振动信号双标度 分形维数特征的关键,本文提出了如下的分界点自 适应选取方法: 1) 对于时间尺度序列 [$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$], 利用 ε_i 初步将时间尺度划分为第 I 尺度和第 II 尺度两部 分, $i = 2, 3, \dots, n - 1$;

2)采用最小二乘法分别对第 I 尺度和第 II 尺度 对应的双对数曲线进行线性拟合, 拟合直线分别记 为 l₁ 和 l₂;

3) 计算整体拟合误差 *e*(*i*) = *e*₁(*i*) + *e*₂(*i*),其中 *e*₁(*i*) 和 *e*₂(*i*) 分别为第 I 尺度和第 II 尺度的拟合 误差;

4) 搜索 e(i) 的最小值 e_{\min} , 选择该最小值对应 的时间尺度为最终分界点.

最终分界点对应的拟合直线 *l*₁ 和 *l*₂ 的斜率即为振动信号的双标度分形维数.

3.4 实验结果及分析

将利用 VMD 的双标度分形维数特征提取方法 应用于实测行星齿轮箱振动信号.作为对比实验, 也使用 BC 法、DFA 方法和 EMD 方法计算估计行星 齿轮箱振动信号的分形维数.在 VMD 方法提取振 动信号的分形维数特征时,同样也计算了利用整体 拟合直线估计的分形维数,可称为 VMD 的单标度 分形维数,实验结果如图 6 所示.



图 6 不同方法估计的分形维数结果

Fig.6 Fractal dimension estimation results of different methods 从图 6 可以看出, BC 法估计的分形维数能够将 行星齿轮箱的太阳轮故障和齿圈故障区分出来,但 无法区分正常状态和行星轮故障. DFA 方法估计的 分形维数只能够有效地识别出正常状态,但对于行 星齿轮箱其他 3 种故障状态基本无法区分. EMD 方 法能够区分太阳轮故障和行星轮故障,但对于正常 信号和齿圈故障区分度不高.图 6(d)为利用 VMD 采用整体拟合直线估计的单标度分形维数,该分形 维数能够有效地识别出太阳轮故障和行星轮故障, 对于正常状态和齿圈故障虽然能够有一定的区分 度,但两种状态的差异并不明显.图 6(e)为利用 VMD 的振动信号双标度分形维数特征,该特征准确 地区分出了行星齿轮箱 4 种运行状态.可见,利用 VMD 方法估计的振动信号分形维数特征要明显好 于 BC 法、DFA 法和 EMD 方法.

为了进一步验证所提方法的有效性,将利用 BC 法、DFA 方法、EMD 方法估计的分形维数特征以及 VMD 的单标度和双标度分形维数特征输入分类器, 比较分类准确率.分类器选择 K-近邻分类器(K-NNC)、支持向量机(SVM)和极限学习机(ELM)3种 分类器.实验中,将行星齿轮箱4种运行状态的160 个样本随机分成两等份,其中一份为训练样本,另一 份为测试样本.实验过程重复20次,每次实验样本 重新随机划分,分类结果如表2所示.

表 2 行星齿轮箱故障诊断准确率对比结果

Tab.2 Comparison of accuracy for fault diagnosis of planetary gearbox

古法	测试准确率/%								
ЛБ	BC	DFA	EMD	VMD 单标度	VMD 双标度				
K-NNC	76.25	73.13	78.68	88.44	100.00				
SVM	83.44	75.00	86.25	91.88	100.00				
ELM	81.25	76.88	85.92	90.31	100.00				
平均值	80.31	75.00	83.62	90.21	100.00				

从表2可看出,利用 VMD 估计的分形维数分类 准确率均优于 BC 法、DFA 方法和 EMD 方法.对于 双标度分形维数特征,不论哪种分类器,分类准确率 都达到了 100%,表明利用 VMD 的双标度分形维数 特征能够准确地判别行星齿轮箱不同的运行状态.

4 结 论

本文提出了一种利用变分模态分解的双标度分 形维数特征提取方法,通过仿真信号和实测行星齿 轮箱振动信号得到以下结论:

1)利用 VMD 方法将多分量振动信号分解为有 限个 IMF 分量,在分解得到的 IMF 分量基础上定义 了多维超体体积.根据分形理论,得到了信号时间 尺度和多维超体体积的双对数曲线,并计算估计出 信号的分形维数,仿真信号实验表明,基于 VMD 的 分形维数优于 BC 法和 DFA 方法等传统的分形维数 估计方法.

2) VMD 方法通过完全非递归的方式寻求变分 模型的最优解,根据每个分解分量的中心频率和带 宽,实现信号的频域分解与各分量的有效分离.相 比于 EMD 方法,利用 VMD 方法估计的分形维数误 差小于 EMD 方法估计的分形维数.

3)针对行星齿轮箱振动信号双对数曲线的特点,通过选择合理的分界点,在第 I 尺度和第 II 尺度 两个尺度上对双对数曲线进行分段最小二乘拟合, 得到振动信号的双标度分形维数特征. 行星齿轮箱 实验验证了利用 VMD 的双标度分形维数能够准确 地描述行星齿轮箱振动信号的分形特性,有效地识 别行星齿轮箱不同的运行状态,提高故障诊断的准 确率.

参考文献

[1] 雷亚国,汤伟,孔德同,等.基于传动机理分析的行星齿轮箱振动信号仿真及其故障诊断[J].机械工程学报,2014,50(17):
 61

LEI Yaguo, TANG Wei, KONG Detong, et al. Vibration signal simulation and fault diagnosis of planetary gearboxes based on transmission mechanism analysis[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50 (17): 61. DOI:10.3901/JME.2014.17.061

[2] 熊一奇,徐玉秀.基于信号传播模型的行星齿轮缺齿故障识别[J].仪器仪表学报,2016,37(2):249

XIONG Yiqi, XU Yuxiu. Identification of planetary geartooth missing fault based on signal propagation model[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2016, 37 (2): 249. DOI: 10.19650/j.cnki. cjsi.2016.02.002

- [3] 雷亚国,罗希,刘宗尧,等.行星轮系动力学新模型及其故障响应特性研究[J].机械工程学报,2016,52(13):111.
 LEI Yaguo, LUO Xi, LIU Zongyao, et al. A new dynamic model of planetary gear sets and research on fault response characteristics[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52 (13): 111.DOI: 10. 3901/JME. 2016.13.111
- [4] 冯志鹏,褚福磊. 行星齿轮箱故障诊断的频率解调分析方法
 [J]. 中国电机工程学报, 2013, 33 (11): 112
 FENG Zhipeng, CHU Fulei. Frequency demodulation analysis method for fault diagnosis of planetary gearboxes[J]. Proceedings of the CSEE, 2013, 33 (11): 112. DOI: 10.13334/j.0258-8013.pcsee. 2013.11.005
- [5] TENG Wei, WANG Feng, ZHANG Kaili, et al. Pitting fault detection of a wind turbine gearbox using empirical mode decomposition
 [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 60 (1): 12. DOI: 10.5545/sv-jme.2013.1295

- [6] DRAGOMIRETSKIY K, ZOSSO D. Variational mode decomposition
 [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62 (3): 531.
 DOI: 10.1109/TSP.2013.2288675
- [7] LAHMIRI S. Comparative study of ECG signal denoising by wavelet threshold in empirical and variational mode decomposition domains
 [J]. Healthcare Technology Letters, 2014, 1 (3): 104. DOI: 10. 1049/htl.2014.0073
- [8] WANG Yanxue, MARKERT R, XIANG Jiawei, et al. Research on variational mode decomposition and its application in detecting rubimpact fault of the rotor system [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2015, 60: 243. DOI: 10.1016/j.ymssp.2015.02.020
- [9] 马增强,柳晓云,张俊甲,等. VMD 和 ICA 联合降噪方法在轴承故障诊断中的应用[J].振动与冲击,2017,36(13):201
 MA Zengqiang, LIU Xiaoyun, ZHANG Junjia, et al. Application of VMD-ICA combined method in fault diagnosis of rolling bearings
 [J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36 (13):201
- [10]李怀俊,谢小鹏. 基于核特征模糊聚类及模糊关联熵的齿轮故障模式识别[J]. 仪器仪表学报, 2015, 36 (4): 848
 LI Huaijun, XIE Xiaopeng. Gearfault pattern recognition based on kernel feature fuzzy clustering and fuzzy association entropy[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2015, 36 (4): 848. DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.2015.04.016
- [11]李宝庆,程军圣,吴占涛,等.基于 ASTFA 和 PMMFE 的齿轮 故障诊断方法[J].振动工程学报,2016,29(5):928
 LI Baoqing, CHENG Junsheng, WU Zhantao, et al. Gearfault diagnosis method based on the adaptive and sparsest time-frequency analysis method and partial mean multi-scale fuzzy entropy[J]. Journal of Vibration Engineering, 2016, 29(5):928. DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2016.05. 022
- [12] FERNÁNDEZ-MARTÍNEZ M, NOWAK M, SÁNCHEZ-GRAN-ERO M A. Counterexamples in theory of fractal dimension for fractal structures [J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2016, 89 (1): 210. DOI: 10.1016/j.chaos.2015.10.032
- [13]刘昱,张俊红,毕凤荣,等. 基于 Wigner 分布和分形维数的柴油机故障诊断[J].振动、测试与诊断,2016,36(2):240
 LIU Yu, ZHANG Junhong, BI Fengrong, et al. Study on fault diagnosis of diesel valve trains based on wigner distribution and fractal dimension [J]. Journal of Vibration Measurement & Diagnosis, 2016, 36(2):240. DOI: 10.16450/j.cnki.issn.1004-6801.2016. 02.005
- [14]张剑,刘昌文,毕凤荣,等.柴油机气门故障信号的双谱图形 分形维数分析[J].内燃机学报,2016,34(2):274
 ZHANG Jian, LIU Changwen, BI Fengrong, et al. Analysis of bispectrum image fractal dimension for valve train fault signals in diesel engine[J]. Transactions of CSICE, 2016, 34 (2):274

(编辑 杨 波)