

DOI:10.11918/j.issn.0367-6234.201801127

依据马蹄变换的混沌流微混合器

张 贺, 揣荣岩, 李 新, 张 冰

(沈阳工业大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110870)

摘 要: 为了实现微流控芯片对痕量试样的快速、均匀混合, 依据“马蹄变换”数学模型, 对流体进行“挤压拉伸”、“弯曲折叠”和“逆变换-交集”操作. 基于此借助符号动力学系统计算出了“马蹄变换”后的李雅普诺夫指数, 从理论上证明了, 当满足“挤压”幅度 $0 < \lambda < 1/2$ 且“拉伸”幅度 $\mu > 2$ 时, 上述操作能够在低雷诺数的层流条件下, 成功诱发混沌流. 在此基础上, 设计并制作了一款由 4 个“马蹄变换”混合单元组成, 有效混合距离为 13 mm 的微混合器. 利用 COMSOL 软件得到的数值仿真结果表明: 当 $Re \geq 1$ 时, 流体的佩克莱数 $Pe \geq 10$, 此时微混合器诱发的混沌流将随着流速的加快而增强, 并逐步成为促进混合的主要因素; 当 $Re = 10$ 时, 经 4 个混合单元后, 试样的浓度方差 $\sigma = 0.054$, 混合效果接近均匀. 对微混合器芯片进行的可视化测试结果表明, 荧光显微镜拍摄到的示踪剂颜色变化与仿真结果中的表面浓度云图一致; 而不同 pH 试样的混合测试结果则证明了, 基于“马蹄变换”数学模型设计的微混合器能够产生混沌流且实际效果理想.

关键词: 微流控芯片; 混沌混合器; 马蹄变换; 符号动力学系统; 传质扩散

中图分类号: TP273.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 0367-6234(2019)04-0060-06

Chaos flow micromixer based on Horseshoe Transformation

ZHANG He, CHUAI Rongyan, LI Xin, ZHANG Bing

(School of Information Engineering and Science, Shenyang University of Technology, Shenyang 110870, China)

Abstract: To achieve rapid and uniform mixing of trace samples, based on the mathematical model of “Horseshoe Transformation”, a series of operations on fluids, such as “extrusion stretching”, “curved folding”, and “inverse transformation-intersection” were carried out. Theoretical calculation show that when squeeze amplitude $0 < \lambda < 1/2$ and stretch amplitude $\mu > 2$, the transformation could induce chaos flow successfully under laminar flow with low Reynolds number. Based on theoretical calculations, a mixer which consists of 4 mixing units with the effective mixing length of 13 mm was designed and manufactured. The numerical simulation results by COMSOL show that when $Re \geq 1$ and the Peclet Number $Pe \geq 10$, the chaotic flow intensity increased with the flow rate and gradually became the main factor to promote mixing. When $Re = 10$, after passing through 4 “Horseshoe Transformation” mixing units, the concentration variance $\sigma = 0.054$, and the mixing effect was nearly uniform. The visualization test of mixer chip show that the color change of the tracer photographed by the fluorescence microscope was consistent with the surface concentration cloud in the simulation result. Moreover, the mixing test of different pH value samples proved that the micromixer based on the “Horseshoe Transformation” can generate chaos flow and achieve a satisfactory mixing effect.

Keywords: microfluidic chip; chaos mixer; Horseshoe Transformation; symbolic dynamics system; mass diffusion

除进样压力外, 被动式微混合器不需要其他的外部激励, 更适合集成在微全分析系统芯片上, 与其他功能模块一起实现痕量试样的快速检测^[1]. 不过在结构特征尺寸为 $0.1 \mu\text{m} \sim 1 \text{ mm}$ 的 μTAS 芯片上, 流体一般在低雷诺数 Re 的层流条件下运动, 因此需要借助特殊的微结构对流体进行操作, 达到提高混合效率的目的^[2]. T-型和 Y-型混合器是结构最简单的被动式混合器^[3-4], 主要利用分子间的扩散运动实现混合, 其混合效率与混合距离都难以满足

μTAS 芯片的需求. 在微结构内增加障碍物可以有效改善混合效率^[5], 但障碍物使得进样压力大幅下降, 将影响混合器后级的功能模块工作. 依据 Fick 定律设计的分流汇合式混合器, 将流体分割成多个薄层后再重新汇合^[6], 多次重复后虽能够获得理想的混合效率, 然而过长的混合距离导致其仍不适合集成在 μTAS 芯片上.

处于混沌运动下的微流体, 不仅保持了流速低、压降小等层流基本特征, 其扩散特性更接近湍流状态, 因此对混合效率的提升明显^[7]. Stroock 等^[8]设计的 Staggered herringbone mixer (SHM) 混合器, 利用微沟道底部的交错式结构在低雷诺数条件下可以诱发混沌流. Song 等^[9]对 SHM 进行了优化设计, 用

收稿日期: 2018-01-18

基金项目: 辽宁省教育厅基础研究基金 (LFGD2017015)

作者简介: 张 贺 (1981—), 男, 讲师

通信作者: 张 贺, zhanghe@sut.edu.cn

二维结构代替了的三维结构,在降低制备难度的同时进一步提高了混合效率. 然而优化后的 SHM 仍需经 15 次循环(混合距离为 27 mm),方可达到满意的混合效果. Wiggins 等^[10]指出依据“面包师变换”(baker map)数学模型,对流体进行“挤压拉伸”和“切割堆叠”操作,多次重复后也可成功诱发混沌流. Carrière^[11]使用有限元方法分析了“面包师变换”过程中混沌流产生的机理,验证了该模型用于微混合器设计的可行性. Yasui 等^[12]根据“面包师变换”成功制备了微混合器,经过 10 次“挤压拉伸”和“切割堆叠”操作后,在 10.4 mm 距离内即可达到满意的混合效果. Neerincx 等^[13]设计的半并行结构“面包师”微混合器,可同时对流体进行多次“切割堆叠”操作,使混合效率呈指数级增长. 但是对流体进行“切割堆叠”操作需要复杂的微结构^[14],因此在体积有限的 μ TAS 芯片上集成“面包师”微混合器非常困难.

Smale^[15]提出的“马蹄变换”(horseshoe transformation)也是一个可以在连续系统内部诱发混沌流的数学模型,变换过程中用“弯曲折叠”操作代替了“切割堆叠”操作,如果将其应用于微混合器的设计可以大幅降制备及集成难度. 本文借助符号动力学系统对“马蹄变换”过程中混沌流的产生机理进行了研究,随后建立数值仿真模型证明了仿照“马蹄变换”过程设计的微混合器中存在混沌流,最后在 PMMA 基底材料上制备得到了微混合器样片并对其性能进行验证.

1 马蹄变换原理

如图 1 所示的“马蹄变换”,把混沌流的产生过程归结为一个二维映射,首先将混合单元(图 1 中的虚线方框)内的“液体”挤压拉伸,随后通过“弯曲折叠”将“挤压拉伸”后溢出的“液体”再塞回混合单元,多次重复上述操作即可诱发混沌流.

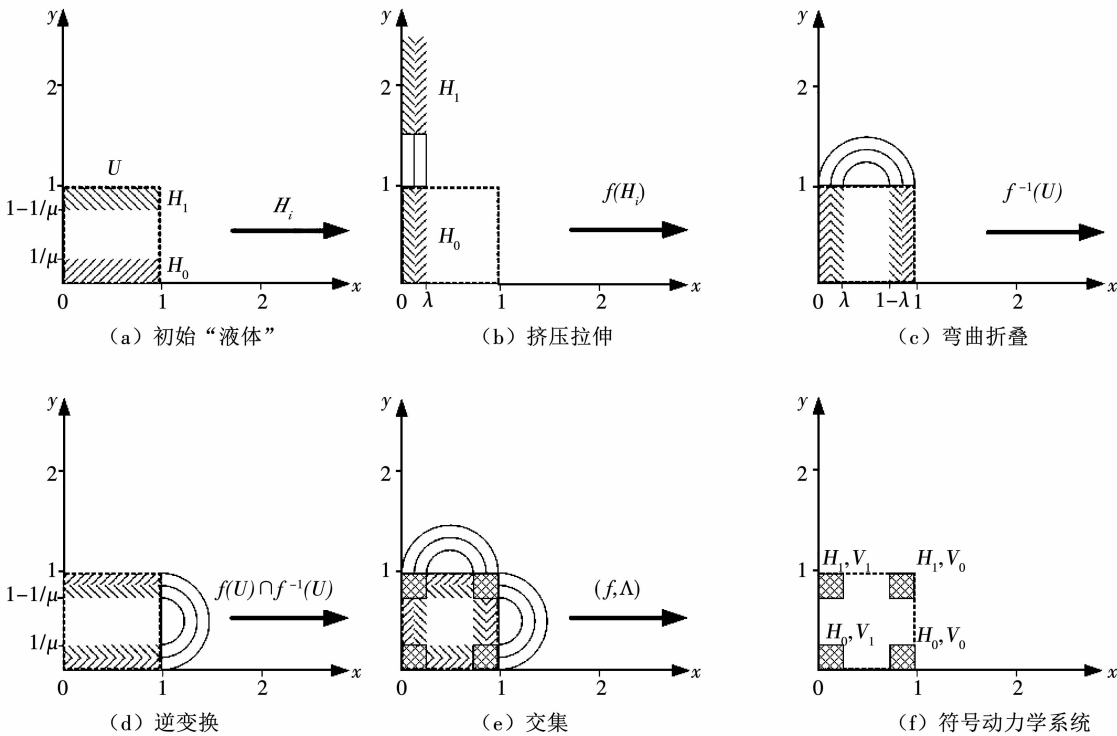


图 1 马蹄变换示意

Fig. 1 Schematic of Horseshoe Transformation

利用符号动力系统可以给出“马蹄变换”过程的数学描述,并证明变换后混沌流的存在. 如图 1(a)所示, H_0 、 H_1 分别为混合单元(U)内待混合的两种“液体”,初始状态下水平放置的 H_0 、 H_1 可用下式表示:

$$H_0 = \{ (x, y) \in U | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1/\mu \},$$
$$H_1 = \{ (x, y) \in U | 0 \leq x \leq 1, 1 - \frac{1}{\mu} \leq y \leq 1 \}.$$

随后如图 1(b)所示,对水平“液体” H_0 、 H_1 进行

“挤压拉伸”操作,使“液体” H_0 、 H_1 在 x 方向上收缩 λ ,在 y 方向上伸展 μ . 操作后得到的竖直“液体”可用下式中雅可比行列式表示:

$$H_0 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix},$$
$$H_1 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\lambda & 0 \\ 0 & -\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, (0 < \lambda < \frac{1}{2}, \mu > 2).$$

(1)

接下来如图 1(c)所示,对竖直“液体” H_0 、 H_1 进行“弯曲折叠”操作,将“挤压拉伸”后溢出的“液体”塞回混合单元 U 内部. 操作后得到的“液体” V_0 、 V_1 可表示为以下映射 $f(H_0)$ 和 $f(H_1)$:

$$V_0 = f(H_0) = \{(x, y) \in U | 0 \leq x \leq \lambda, 0 \leq y \leq 1\},$$

$$V_1 = f(H_1) = \{(x, y) \in U | 1 - \lambda \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}.$$

经“挤压拉伸”和“弯曲折叠”操作后混合单元内的“液体”可用集合 $V_i = f(H_i) \cap U (i=0, 1)$ 表示. 利用同样的方法可以构造出如图 1(d)所示的逆变换: $H_1 = f^{-1}(V_0)$ 和 $H_2 = f^{-1}(V_1)$. 逆变换集合可表示为: $H_i = f^{-1}(V_i) \cap U (i=0, 1)$. 如图 1(e)所示的变换 $f(U)$ 与其逆变换 $f^{-1}(U)$ 的交集可用下式表示:

$$\Lambda_1 = f^{-1}(U) \cap U \cap f^{-1}(U) = \\ [(H_0, V_0), (H_0, V_1), (H_1, V_0), (H_1, V_1)].$$

当 $i \rightarrow \infty$ 时,图 1(f)中的小方块将收缩为点,但仍将一直留在混合单元内部. 由此可以构造出一个如下式所示的 i 次迭代序列 Λ 为

$$\Lambda = \cdots f^{-i}(U) \cap \cdots f^{-1}(U) \cap U \cap f(U) \cap \cdots f^i(U) \cdots = \\ \bigcap_{i=-\infty}^{\infty} f^i(U).$$

可见,如图 1 所示的“马蹄变换”过程可以等价为一个建立在不变集 Λ 上的符号动力学系统 (f, Λ) . 经“马蹄变换”后,混合单元内的“液体”是否产生混沌流的问题就转化为证明系统 (f, Λ) 是否具有混沌性的问题. 李雅普诺夫指数 (Lyapunov exponent) 是判断系统内任意点 (x, y) 混沌性的重要依据,其正负表明了系统是否具有混沌性. 根据式 (1) 给出的“马蹄变换”过程中任意点 (x, y) 雅可比行列式,系统 (f, Λ) 的两个李雅普诺夫指数 (l_i) 可用下式计算得到:

$$l_1 = \ln |\lambda|, l_2 = \ln |\mu|.$$

由于 $|\mu| > 2$, 则 $\ln |\mu| > 0$, 因此经马蹄变换后系统具有混沌性.

2 微混合器设计与制备

基于“马蹄变换”的微混合器设计流程如图 2 所示. 当两种液体在 T-型微沟道内相遇时,沟道的宽度由 4 mm 变为 0.2 mm,满足“马蹄变换”的“挤压”操作中 $0 < \lambda < 1/2$ 条件;同时沟道的高度由 0.2 mm 变为 0.5 mm,满足“马蹄变换”的“拉伸”操作中 $\mu > 2$ 条件. 对“挤压拉伸”后的液体沿 x 轴正、负向分别进行“弯曲折叠”并令液体重新汇合,满足变换过程中的“弯曲折叠”与“逆变换-交集”操作. 重复上述混合单元结构 3 次以增强变换后诱发出的混沌流,即可得到有效混合距离为 13 mm 的微混合器.

依据图 2 中的设计,采用超精密雕刻机在聚甲基丙烯酸甲酯 (polymethyl methacrylate, PMMA) 基底材料上制作微结构,随后使用有机溶剂混溶浸泡法进行键合^[16],得到的微混合器芯片如图 3 所示.

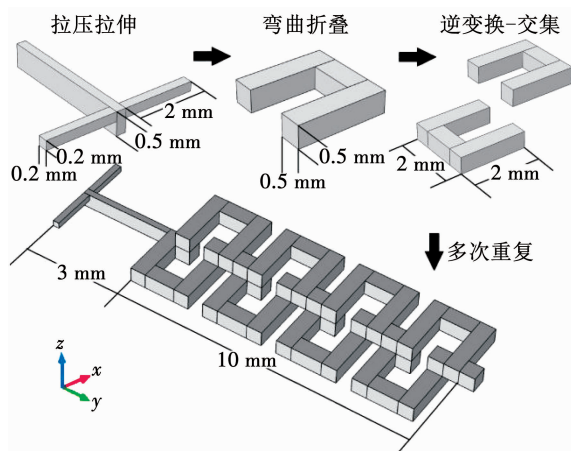


图 2 基于马蹄变换的微混合器设计流程

Fig. 2 Mixer design based on Horseshoe Transformation

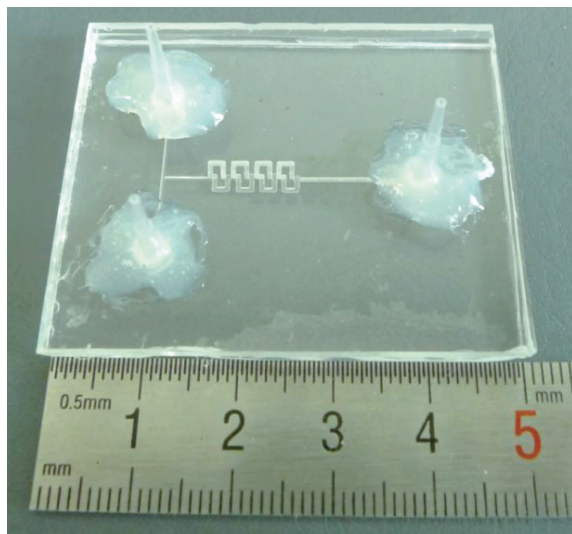


图 3 基于马蹄变换的微混合器芯片

Fig. 3 Mixer chip based on Horseshoe Transformation

3 微混合器性能研究

3.1 混合器数值仿真

以纳维-斯托克斯方程和传质扩散方程为基础,利用 COMSOL Multiphysics 软件建立数值仿真模型. 当液体密度 (ρ) 为 $1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$,混合单元结构特征尺度 (L) 为 $5 \times 10^{-4} \text{ m}$,流速 (u) 为 $2 \times 10^{-3} \text{ m/s}$,液体的动力黏滞系数 (η) 取 $1 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ 时,根据下式计算出雷诺数 $Re = 1 \ll 2\,300$,可见微混合器内的流体运动在典型的层流状态下,如

$$Re = \frac{\rho u L}{\eta}.$$

当 $Re = 1.0$ 时微混合器的表面、截面质量分数

云图及等质量分数线分布如图 4 所示. 图中的红色代表质量分数为 0 mol/L 的液体, 蓝色代表质量分数为 1 mol/L 的液体, 红色与蓝色之间的颜色梯度代表了液体均匀程度. A-E 截面分别选取在 T-型进液沟道出口以及 4 个混合单元出口处, 截面中等质量分数线的质量分数差为 0.01 mol/L. 从表面云图中可以看出, 经过微混合器后红、蓝两色间的颜色梯度迅速减小, 并在第 4 个混合单元处趋于一致, 表明两种液体间的质量分数差正在缩小. 从截面云图 A 及其等质量分数线中可以看出, 经 T-型进液沟道“挤压拉伸”后的两色液体间的界面仍然清晰且等质量分数线非常密集, 表明单独的“挤压拉伸”操作对混合促进作用并不明显. 从截面云图 B 及其等质量分数线中可以看出, 经第 1 次“弯曲折叠”和“逆变换-交集”操作后, 两色液体间的界面已经模糊不清且等质量分数线数量减少明显, 表明上述操作对混合的促进作用显著. 而从截面云图 D 及其等质量分数线中可以看出, 重复进行“弯曲折叠”和“逆变换-交集”操作 4 次后, 两色液体间的界面已经彻底消失且等质量分数线也仅剩 4 条, 表明在混合器出口处, 液体质量分数已经趋近一致.

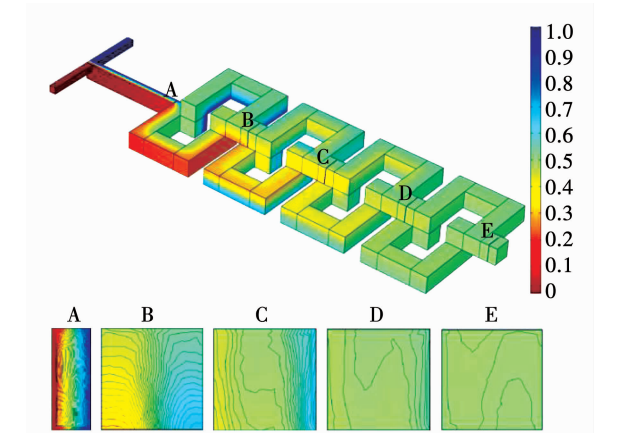


图 4 微混合器表面、截面质量分数云图及等质量分数线分布图

Fig. 4 Surface mass fraction, cross-sectional mass fraction, and contour line distribution

为精确研究基于“马蹄变换”的微混合器性能, 根据下式计算 4 个混合单元在“弯曲折叠”操作前和操作后的质量分数方差 σ . 式中, $N=9$ 为截面中采样点数量, 9 个采样点平均分布在截面的两个对角线上; C_i 为截面中采样点的实际质量分数; $\bar{C}$ 为采样截面平均质量分数, 当两种液体质量分数分别为 0、1 mol/L 时, $\bar{C}=0.5$ mol/L.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (C_i - \bar{C})^2}. \quad (2)$$

当 $Re=1.0$ 时混合单元内部的质量分数方差曲

线如图 5 所示. 从图 5 中可以看出, 每经过一个混合单元, 液体的混合效果都得到明显的改善. 在混合单元 A 中, 未进行“弯曲折叠”操作时, 截面 2 的质量分数方差 ($\sigma_{A2}=0.610$) 明显小于截面 1 的质量分数方差 ($\sigma_{A1}=0.679$). 这是由于在液体到达截面 2 之前不仅经过了更长的混合距离, 而且其方向随扭曲的沟道发生了连续变化 ($+y \rightarrow +z$; $+z \rightarrow +x$), 由此产生的 Dean 流可以促进混合效率提升^[17]. 当液体经“弯曲折叠”操作后, 质量分数方差迅速下降, 但截面 4 的质量分数方差 ($\sigma_{A4}=0.448$) 仍明显小于截面 3 的质量分数方差 ($\sigma_{A3}=0.491$). 因此当分层“弯曲折叠”的液体在截面 5 处汇合时, 其质量分数方差 ($\sigma_{A5}=0.464$) 与截面 4 相比有小幅升高. 混合单元 B、C、D 内部的质量分数方差曲线趋势与混合单元 A 类似, 不过变化范围进一步缩小. 在混合器出口处的质量分数方差 ($\sigma_{D5}=0.093$) 小于 0.1, 混合效果已经比较理想.

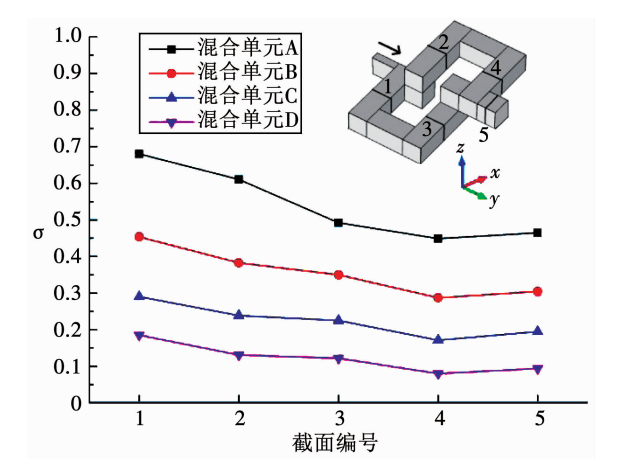


图 5 混合单元内部质量分数方差曲线
Fig. 5 Mass fraction variance curve in mixing unit

混合单元内部的质量分数方差曲线虽然说明依据“马蹄变换”设计的微混合器能够取得满意效果, 但并未证明微混合器内部是否有混沌流产生. 为此图 6 中给出了不同雷诺数下微混合器的浓度方差曲线, 图 6 中的取样截面为 4 个混合单元的出口处, 既图 5 中的截面 5.

从图 6 中可以看出, 当 $Re < 1.0$ 时混合器的质量分数方差曲线与液体流速成反比关系. 当 $Re=0.1$ 时, 液体的流速 (u) 为 2×10^{-4} m/s, 混合单元结构特征尺度 (L) 为 5×10^{-4} m, 液体的扩散系数 (D) 为 1×10^{-9} m²/s, 依据式 (2) 计算出流体的佩克莱数 (Peclet number, Pe), $Pe=1$. 可见, 此时混合器内的传质过程主要由分子扩散运动决定, 而分子扩散运动速度则与待混合液体间的接触面积及接触时间相关. 当混合单元结构一定时, 液体间的接触面积不会

发生变化,因此接触时间越长,分子扩散运动越充分.当流速增加时,两种液体在混合单元内的接触时间缩短,混合效果自然下降.

$$Pe = \frac{uL}{D}.$$

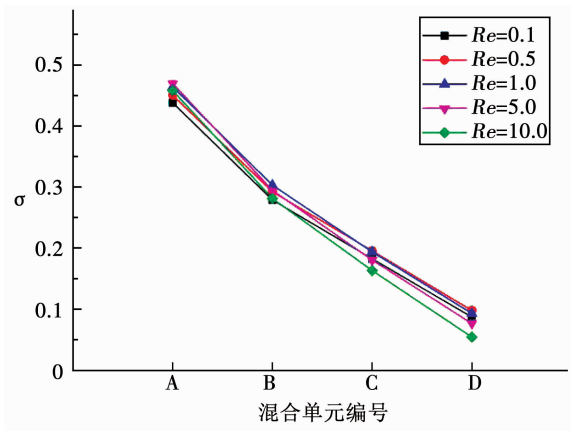


图 6 不同雷诺数时混合器的质量分数方差曲线

Fig. 6 Mass fraction variance curves for mixer at different *Re*

当 $Re = 1.0$ 时,经过混合单元 A 和混合单元 B 后,液体的质量分数方差为 $\sigma = 0.303$ 仍高于 $Re = 0.5$ 时的 0.292,但经过混合单元 C 后,液体的质量分数方差为 0.193 已经与 $Re = 0.5$ 时的 0.195 相当;而经过混合单元 D 后,液体的质量分数方差为 0.093 已经小于 $Re = 0.5$ 时的 0.098,质量分数方差曲线的变化趋势发生了翻转.此时,依据式(2)计算得到的 $Pe = 10.0$,可见混合器内的传质过程由扩散和混沌流共同决定,且随着 Pe 数的增大,扩散传质的比例减少,混沌流传质的比例增加.当 $Re > 1.0$ 时,质量分数方差曲线与液体流速成正比关系.在 $Re = 10.0$ 时,质量分数方差为 0.054 已经小于 $Re = 0.1$ 时的 0.087,不仅混合效果进一步改善,而且混合效率也得到提升.这时计算得到的 $Pe = 100$,混合器内的传质过程主要由混沌流决定,液体的质量分数方差在混沌流的作用下加速下降.

3.2 混合器实验测试

分别配置质量分数为 1 mol/L 的异硫氰酸荧光素 (fluorescein isothiocyanate, FITC) 和罗丹明 B (Rhodamine B) 作为示踪剂.以注射泵为动力(设置流速为 2×10^{-3} m/s,此时 $Re = 1$),利用荧光显微镜观察混合器内的液体混合情况,并使用 ImageJ 软件完成 CCD 截图处理,得到了如图 7 所示的可视化测试照片.从图 7 中可以看出,在混合器单元 A 中,两种示踪剂的界面分明而且颜色也比较鲜艳;在混合器单元 B 中,两种示踪剂的界面已经开始模糊,颜色也不再鲜艳;在混合器单元 C 中,两种示踪剂的界面已经不易分辨而且黄色占据了主导地位;在混

合器单元 D 中,示踪剂基本成黄色,界面几乎消失.混合器的可视化测试结果与数值仿真中的表面云图一致,说明经过 4 个混合单元后,液体的质量分数趋于一致.

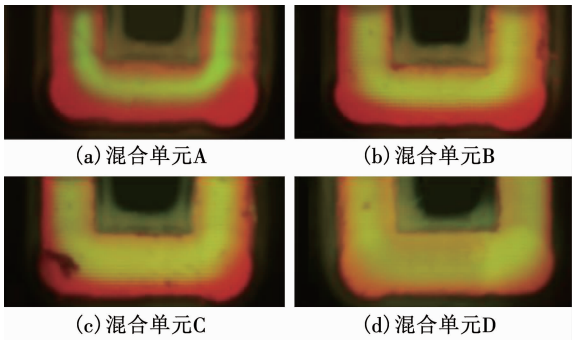


图 7 微混合器可视化测试照片

Fig. 7 Photos of micromixer visual test

在室温下配制不同 pH 的缓冲液:邻苯二甲酸氢钾 (0.05 mol/L, pH = 4.01)、混合磷酸盐 (0.025 mol/L, pH = 6.86)、硼砂 (0.01 mol/L, pH = 9.18) 用来精确测试混合器的性能.取等体积 (10 ml) 上述缓冲液,利用涡旋搅拌器使其两两均匀混合后,得到的对照溶液组成及 pH 见表 1.

表 1 对照溶液组成及 pH

Tab. 1 Composition of reference solutions and pH

编号	组成	pH
1	邻苯二甲酸氢钾和硼砂	4.97
2	邻苯二甲酸氢钾和混合磷酸盐	5.11
3	混合磷酸盐和硼砂	7.71

随后以双通道注射泵为动力,在微混合器两个进液口通入不同 pH 的缓冲液,利用酸度计测量出口的 pH 变化情况.为保证结果的一致性和准确性,在缓冲液通入 1 min 后开始测量且重复进行 3 次,得到的 Re 与混合溶液 pH 关系曲线如图 8 所示.从图 8 中可以看出,3 种缓冲溶液组合的 pH 均随 Re 变化而在标定的对照值以上波动,当 $Re < 0.5$ 时,随着 Re 的增加,混合器出口处的 pH 逐步远离对照值,表明混合效果正在下降;当 $Re \geq 1.0$ 时,随着 Re 的增加,混合器出口处的 pH 逐步接近对照值,表明混合效果正在改善.可见,混合器出口处 pH 的变化趋势与图 6 中 Re 与 σ 关系曲线一致,再次说明当混合器中液体的流速较低时,扩散传质起主导作用,此时两种液体的接触时间因流速的升高而减少,进而导致混合效果下降;随着流速的增加,混沌流传质将在混合过程中起主导作用,此时混沌流因流速的升高而增强,进而将改善混合效果.

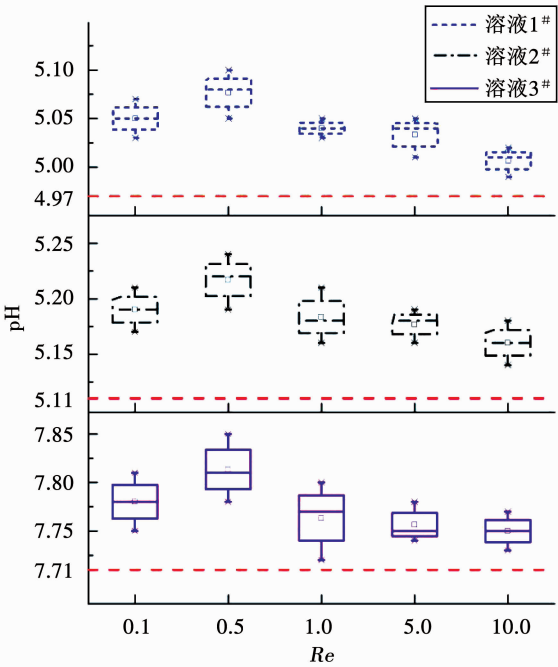


图 8 Re 与 pH 关系曲线

Fig. 8 Solution pH versus Re

4 结 论

1) 依据“马蹄变换”的几何图形,利用符号动力学理论证明了当满足“挤压”幅度 $0 < \lambda < 1/2$ 且“拉伸”幅度 $\mu > 2$ 时,变换能够成功诱发混沌流。随后按照“马蹄变换”步骤及条件,设计了由 4 个混合单元组成,总长度为 13 mm 的微混合器结构。

2) 数值仿真及佩克莱数计算结果表明:当 $Re < 1.0$ 时扩散传质为促进混合的主要因素,质量分数方差与液体流速成反比关系;当 $Re = 1.0$ 时,传质过程由扩散和混沌流共同决定,且随着流速的增加混沌流逐步成为促进混合的主要因素,质量分数方差与流速的关系发生翻转;当 $Re > 1.0$ 时混沌流成为促进混合的主要因素,质量分数方差与液体流速成正比关系;当 $Re = 10.0$ 时,质量分数方差 $\sigma = 0.054$,接近均匀混合。

3) 可视化测试结果以及不同 pH 试样混合测试结果表明基于马蹄变换设计并制备的微混合器能够产生混沌流且实际效果理想。

参考文献

[1] HESSEL V, LÖWE H, SCHÖNFELD F. Micromixers – a review on passive and active mixing principles [J]. Chemical Engineering Science, 2005, 60 (8/9): 2479. DOI:10.1016/j.ces.2004.11.033

[2] MEIJER H E H, SINGH M K, KANG T G, et al. Passive and active mixing in microfluidic devices[J]. Macromolecular Symposia, 2010, 279(1): 201. DOI:10.1002/masy.200950530

[3] 赵玉潮, 应盈, 陈光文, 等. T 形微混合器内的混合特性[J]. 化

工学报, 2006, 57(8): 1884

ZHAO Yuchao, YING Ying, CHEN Guangwen, et al. Characterization of micro-mixing in T-shaped micro-mixer [J]. Journal of Chemical Industry and Engineering, 2006, 57(8): 1884. DOI:10.3321/j.issn:0438-1157.2006.08.023

[4] CHEN Zhuo, ZHANG Ruiqi, WANG Xiaona. CFD study of flow-diffusion process in Y-shape micromixer[J]. Journal of Central South University, 2016, 23 (4): 969. DOI: 10.1007/s11771-016-3144-7

[5] LI Tiechuan, CHEN Xueye. Numerical investigation of 3D novel chaotic micromixers with obstacles[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2017, 115: 278. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.07.067

[6] HUSAIN A, KHAN F A, HUDA N, et al. Mixing performance of split-and-recombine micromixer with offset inlets [J]. Microsystem Technologies, 2018, 24(3): 1511. DOI:10.1007/s00542-017-3516-4

[7] XIE Tingliang, XU Cong. Numerical and experimental investigations of chaotic mixing behavior in an oscillating feedback micromixer[J]. Chemical Engineering Science, 2017, 171: 303. DOI:10.1016/j.ces.2017.05.040

[8] STROOCK A D, DERTINGER S K W, AJDARI A, et al. Chaotic mixer for microchannels [J]. Science, 2002, 295 (5555): 647. DOI:10.1126/science.1066238

[9] SONG Hongjun, YIN Xiezheng, BENNETT D J. Optimization analysis of the staggered herringbone micromixer based on the slip-driven method [J]. Chemical Engineering Research and Design, 2008, 86(8): 883. DOI:10.1016/j.cherd.2008.03.015

[10] WIGGINS S, OTTINO J M. Foundations of chaotic mixing: one contribution of 11 to a Theme ‘Transport and mixing at the microscale’ [J]. Royal Society of London Transactions Series A, 2004, 362(1818): 937. DOI:10.1098/rsta.2003.1356

[11] CARRIÈRE P. On a three-dimensional implementation of the baker’s transformation[J]. Physics of Fluids, 2007, 19(11): 937. DOI: 10.1063/1.2804959

[12] YASUI T, OMOTO Y, OSATO K, et al. Microfluidic Baker’s transformation device for three-dimensional rapid mixing[J]. Lab on A Chip, 2011, 11(19): 3356. DOI:10.1039/c1lc20342h

[13] NEERINCX P E, DENTENEER R P J, PEELEN S, et al. Compact mixing using multiple splitting, stretching, and recombining flows[J]. Macromolecular Materials and Engineering, 2011, 296(3/4): 349. DOI:10.1002/mame.201000338

[14] WANG Ruijin, LIJIN Beiqi, SHI Dongdong, et al. Investigation on the splitting-merging passive micromixer based on Baker’s transformation[J]. Sensors and Actuators B: Chemical, 2017, 249: 395. DOI:10.1016/j.snb.2017.04.087

[15] SMALE S. Finding a horseshoe on the beaches of Rio [J]. The Mathematical Intelligencer, 1998, 20 (1): 39. DOI:10.1007/BF03024399

[16] ZHANG He, LIU Xiaowei, TIAN Li, et al. Miscible organic solvents soak bonding method use in a PMMA multilayer microfluidic device [J]. Micromachines, 2014, 5 (4): 1416. DOI:10.3390/mi5041416

[17] YANG Jun, QI Li, CHEN Yi, et al. Design and fabrication of a three dimensional spiral micromixer [J]. Chinese Journal of Chemistry, 2013, 31(2): 209. DOI:10.1002/cjoc.201200922