DOI:10.11918/j.issn.0367-6234.201806039

高雷诺数下并列双圆柱绕流的大涡模拟

杜晓庆^{1,2},林伟群¹,施春林¹,孙雅慧¹

(1. 上海大学 土木工程系,上海 200444; 2. 上海大学 风工程和气动控制研究中心,上海 200444)

摘 要:为澄清并列双圆柱结构发生偏向流现象的流场机理,采用大涡模拟(LES)方法,在高雷诺数下(Re=1.4×10⁵)研究 了并列双圆柱的气动性能及其流场特性随圆柱间距比 P/D(P 为圆心间距,D 为圆柱直径)的变化规律,重点探讨了小间距并 列双圆柱的偏向流现象及其对圆柱气动性能的作用机理.研究结果表明:大涡模拟方法得到的气动力结果与文献风洞试验值 吻合良好;随着并列双圆柱间距的增大,绕流场会呈现单一钝体、偏向流和平行涡街等多种流态结构;当 P/D=1.1 时,绕流场 会间歇性地出现单一纯体和偏向流流态,两种流态的气动性能和流场特性有很大差异,圆柱的气动力会随时间发生剧烈变 化,呈现非稳态特征;当 P/D=1.2~1.5 时,绕流场呈现偏向流流态,两个圆柱的气动力和尾流呈现不对称现象,偏向流的偏 转方向会出现间歇性地变化,尾流涡脱强度弱,气动力脉动小;当 P/D=2~4 时,绕流场总体呈现平行涡街流态,尾流涡脱强 度强,气动力脉动大,气动干扰减弱.

Large eddy simulation of flow around two side-by-side circular cylinders at a high Reynolds number

DU Xiaoqing^{1,2}, LIN Weiqun¹, SHI Chunlin¹, SUN Yahui¹

(1. Department of Civil Engineering, Shanghai University, Shanghai 200444 China;

2. Wind Engineering and Aerodynamic Flow Control Research Center, Shanghai University, Shanghai 200444 China)

Abstract: To clarify the mechanism that two side-by-side circular cylinders will experience biased flow patterns, flow and aerodynamics of two side-by-side circular cylinders of various center-to-center spacing ratios (P/D) were investigated using large eddy simulation (LES) at a high Reynolds number of 1.4×10^5 . Efforts were devoted to study the characteristics of the biased flow and its influences on the aerodynamics of the two cylinders. Results revealed that the present numerical results are in good agreement with those by the wind tunnel test. With the spacing increase, three flow patterns were found, i. e., single-bluff-body pattern, biased flow pattern, and parallel vortex street pattern. When P/D = 1.1, the two cylinders underwent the single-bluff-body flow pattern and biased flow pattern intermittently. There was a significant difference between flow field characteristics and aerodynamics under these two flow patterns. When $P/D = 1.2 \sim 1.5$, the two cylinders underwent biased flow pattern. The flow field of the wake region and the aerodynamic forces were asymmetrical for the two cylinders. The direction of the biased flow switched intermittently from one side to the other. The intensity of the vortex shedding was weak, and the magnitude of the fluctuating forces was low. When $P/D = 2 \sim 4$, aerodynamic interference between two cylinders was weak and there were two vortex streets behind the two cylinders, which resulted in large fluctuating forces.

Keywords: two side-by-side circular cylinders; large eddy simulation; high Reynolds number; aerodynamic interference; biased flow

多圆柱结构在工程中有广泛应用,如冷却塔群、 多分裂导线、缆索承重桥并列索等.双圆柱结构是最 简单的多圆柱类型,得到了广泛研究.由于双圆柱结 构的干扰流态复杂,影响因素多样,尚有不少问题需 要进一步研究^[1].对于并列双圆柱,以往学者大多

收稿日期: 2018-06-06

采用风洞试验研究其气动性能^[1-5]和流场特性^[5-8].研究表明^[1],随着圆柱间距的增大,并列双圆柱的绕流场可分为单一钝体、偏向流和平行涡街三种流态.

偏向流流态是并列双圆柱的一种特殊现象,尽管来流和圆柱是对称的,但其绕流场和气动性能却呈现明显的不对称性.已有学者对偏向流特性进行了研究,但其确切的机理尚不清楚.Ishigai等^[9]认为是 Coanda 效应引起了偏向流,但 Miau 等^[10]通过试

基金项目:国家自然科学基金(51578330)

作者简介: 杜晓庆(1973一), 男, 副教授, 博士生导师

通信作者: 杜晓庆, dxq@ shu. edu. cn

验证明其并非由 Coanda 效应引起. 以往研究还发现,偏向流的偏转方向会间歇性地发生切换^[11-12], 具有很强的雷诺数效应^[13]. Brun 等^[13]发现,当雷诺 数大于某一临界值时,自由剪切层失稳引起的 Kelvin – Helmholtz 涡及其本身的间歇性是造成间隙 流偏向及其方向变化的主要原因,并且方向变化会 随着雷诺数的增大变得更为频繁. 值得注意的是,以 往对 偏 向 流 流 场 的 研 究 均 是 在 较 低 雷 诺 数 (*Re* < 10⁴)下进行的^[14-15]. 由于圆柱绕流有强烈的 雷诺数效应,高雷诺数下的流场特性很可能与低雷 诺数下的不同.

最近几年,计算流体动力学(CFD)方法被用于 研究并列双圆柱^[16-18]. CFD 方法可同时得到绕流 场和气动性能,便于研究气动性能与流场特性之间 的关系.但已有的数值模拟研究大部分局限在低雷 诺数(10²~10³)下^[17-18].工程中的双圆柱结构大多 工作在雷诺数大于 10⁵ 的环境中,因而有必要研究 高雷诺数下的流场干扰机理.

本文以圆心间距比为 P/D = 1.1~4 的并列双 圆柱绕流为研究对象,采用大涡模拟方法在高雷诺 数下(Re = 1.4×10⁵)研究了并列圆柱的表面风压系 数、气动力系数和 Strouhal 数等气动性能随圆柱间 距比的变化规律,研究了绕流场流态与圆柱气动性 能的关系,特别是偏向流流态下的流场特性及其气 动性能,进一步澄清了并列双圆柱气动干扰的流场 作用机制.

1 计算模型和研究工况

1.1 控制方程和亚格子模型

对湍流场进行数值模拟可以采用直接数值模拟 (DNS)、雷诺平均法(RANS)和大涡模拟(LES)三种 方法.当采用大涡模拟方法时,流场中的大尺度涡通 过滤波后的 Navier – Stokes 方程直接求解,而小尺 度涡则采用亚格子尺度模型(SGS)模拟.与直接数 值模拟相比,大涡模拟可以节约计算机的资源;与雷 诺平均法相比,大涡模拟可以节约计算机的资源;与雷 诺平均法相比,大涡模拟方法能更好地模拟流场中 的湍流旋涡,捕捉到更完善的流场脉动信息.因此, 为了准确模拟并列双圆柱绕流场特性,本文采用大 涡模拟方法进行研究.

经过滤波函数的滤波,可得到大尺度涡的不可 压缩 Navier - Stokes 方程:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_i} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{\rho}}{\partial x_i} + v \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}.$$
 (2)

式中: u_i 为滤波后速度分量, ρ 为流体密度,p滤波后

本文的亚格子应力 τ_{ij} 采用 Smagorinsky – Lilly 的亚格子尺度模型,具有以下形式:

$$\boldsymbol{\tau}_{ij} - \frac{1}{3} \boldsymbol{\tau}_{kk} \delta_{ij} = -2 v_i \overline{S}_{ij}, \qquad (3)$$

$$\overline{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right).$$
(4)

式中 v_i 是亚格子尺度的湍动黏度,

$$v_{\iota} = \rho L_{\rm s}^2 |\overline{S}| = (C_{\rm s} \Delta)^2 |\overline{S}|, \qquad (5)$$

其中

$$|\overline{S}| \equiv \sqrt{2\overline{S}_{ij}\overline{S}_{ij}},\tag{6}$$

$$\Delta = V^{1/3}.$$
 (7)

式中 L_s 代表亚格子网格尺寸的最小长度, C_s 是 Smagorinsky常数,本文取0.1.

1.2 计算模型验证

为进行网格独立性验证,首先针对单圆柱模型, 比较了周向网格数、展向长度以及计算时间步长等 计算参数对结果的影响.表1将单圆柱模型的气动 力系数和 St 数与文献风洞试验结果进行了比较,数 值模拟结果与试验结果吻合良好.由工况 Casel~ Case3 可见,随着周向网格数的增加,计算结果越接 近于文献值;当周向网格数为400时,平均阻力系 数、脉动升力系数和 St 数均与文献值吻合较好,故 周向网格数取 400. 由工况 Case4 ~ Case6 可见,随着 无量纲时间步的减小,本文数值模拟结果逐渐接近 文献值,故无量纲时间步取为0.005.对比工况 Case3 和 Case6, 展向长度的增加会使计算结果更靠 近试验值,所以计算模型的展向长度取为2D.图1 为工况 Case6 得到的平均和脉动风压系数与文献中 风洞试验结果的比较,本文的风压系数分布与文献 结果吻合良好.因而,本文并列双圆柱绕流的计算模 型和计算参数参考 Case6.

1.3 计算参数和计算工况

并列双圆柱计算模型见图 2. 基于来流风速 U_0 和圆柱直径 D 计算得到的雷诺数为 $Re = 1.4 \times 10^5$. 圆柱的中心间距为 P,本文共计算了 5 种中心间距: P/D = 1.1, 1.2, 1.5, 2, 3, 4. 规定两个圆柱的升力系数 C_L 的正向见图 2,即排斥为正,吸引为负.圆柱表面位置角 θ 定义为:上侧圆柱以顺时针为正,下侧圆柱以逆时针为正.

计算域和局部平面网格见图 3. 采用 O 型计算 域,计算域直径为 46D,计算模型的展向长度为 2D, 阻塞率为 4. 35%.计算域入口边界采用速度入口边 界条件(velocity-inlet),出口边界采用自由出口边界 条件(outflow),圆柱展向两端采用周期性边界条件 (periodic),圆柱表面采用无滑移壁面条件(wall).

表1 单圆柱计算结果验证

Tab. 1 Comparison of results of a single circular cylinder

数据来源	雷诺数	网格方案 (周向×径向×展向)	展向长度	无量纲时间步 Δt^*	C_{D}	$C'_{ m L}$	St
本文 Casel	1.4×10^{5}	$168 \times 180 \times 10$	1 <i>D</i>	0.005	0.89	0.13	0.180
本文 Case2	1.4×10^{5}	$256 \times 180 \times 10$	1D	0.005	1.11	0.45	0.193
本文 Case3	1.4×10^5	$400\times180\times10$	1D	0.005	1.26	0.67	0.194
本文 Case4	1.4×10^{5}	$400 \times 180 \times 20$	2D	0.020	1.34	0.77	0.183
本文 Case5	1.4×10^{5}	$400 \times 180 \times 20$	2D	0.010	1.23	0.61	0.192
本文 Case6	1.4×10^5	$400 \times 180 \times 20$	2D	0.005	1.19	0.54	0.190
CANTWELL ^[19] (风洞试验)	1.4×10^5	—	—		1.24	_	0.179
NISHIMURA ^[20] (风洞试验)	6.1×10^4	—	—		1.22	0.56	0.202



图 1 单圆柱风压系数分布

Fig. 1 Pressure coefficient distribution of a single cylinder



采用结构化网格,圆柱周向400个单元,径向 180 层单元,展向为20 层单元;近壁面最小网格为 0.000 1D, 近壁面 $\gamma^+ \approx 1$; 无量纲时间步 Δt^* 为 0.005 ($\Delta t^* = \Delta t U_0 / D$,其中 Δt 为实际计算时间步, U₀为来流风速). 计算模型总单元数为266万至334 万不等.











计算结果及分析 2

2.1 表面风压系数

图 4、5 为不同圆心间距下圆柱表面的平均风压 系数和脉动风压系数图,图中也列出了单圆柱计算 结果. 由图4可见,迎风侧的风压停滞点会随着间距 变化发生偏移.当 P/D=1.1 时,风压停滞点在-25° 左右.随着圆心间距的增大,风压停滞点的位置也越 来越接近0°位置:当P/D=1.2时,风压停滞点位置 为-20°; P/D=1.5时为-10°; P/D=2时为-9°; P/D=3和4时则接近于0°.并列圆柱背风侧(θ= 90°~270°)的负压强度随着间距的增大变化剧烈. P/D=1.2和1.5时负压强度小于单圆柱,P/D=2 和3时明显大于单圆柱.当P/D=1.1时,两个圆柱 在θ=270°处(位于两个圆柱的间隙侧)有明显的强 负压,风压系数在-1.9左右.当间距增大至P/D= 4时,并列圆柱的平均风压逐渐接近于单圆柱.

由图5可见,随着间距增大,脉动风压系数变化



剧烈. P/D = 1.1时,背风侧脉动风压大于单圆柱,在 $\theta = 270^{\circ} \sim 360^{\circ}$ 的间隙侧则小于单圆柱;P/D = 1.2和 1.5的脉动风压系数总体上明显小于单圆柱;而 P/D = 2和3的脉动风压系数则明显大于单圆柱,圆 柱间隙侧($\theta = 180^{\circ} \sim 360^{\circ}$)的脉动风压则远大于圆 柱外侧($\theta = 0^{\circ} \sim 180^{\circ}$);随着间距比增加至P/D = 4, 两个圆柱的脉动风压分布均接近于单圆柱.





Fig. 4 Mean pressure coefficient distribution







2.2 气动力系数

2.2.1 平均气动力

图 6 为并列圆柱的平均气动力系数与文献[3,15] 的结果进行比较,文献[3,15]是在二维流场中得到 的风洞试验结果.当间距比 P/D 在 1.1~2 时,并列 圆柱会出现偏向流,两个圆柱的尾流出现一宽一窄 现象,圆柱的平均气动力也会有差异.文献[15]研 究表明:尾流较宽圆柱的平均阻力系数较小,而尾流 较窄圆柱的阻力系数较大.为了与文献结果进行比 较,本文也根据两个圆柱平均阻力系数的大小来区 分尾流的宽窄.

由图 6 可见,本文的结果与文献结果总体变化 趋势相同.当 P/D <2 时,两个圆柱的阻力系数和升 力系数均有一定的差异,即存在偏向流的现象;当 P/D≥2 时,两个圆柱的平均气动力基本相同.由图 6(a)可见,随着间距的增大,平均阻力系数在 P/D=1.1~2之间会先减小后增大;而在 P/D≥2 之后则会逐渐减小并接近于单圆柱数值.对于平均 升力系数,由图6(b)可见,其数值会随着间距的增 大逐渐减小,总体上表现为斥力.

2.2.2 气动力时程

图 7 给出了 P/D = 1.1、1.5 和 3 时并列圆柱的 气动力系数时程曲线.由阻力系数时程(左侧图)可 见,在 3 种间距下,两个圆柱阻力系数的大小均有交 替变化的现象.如 P/D = 1.5 时,在 75~200 s 上侧圆 柱的阻力明显大于下侧圆柱,而在 200 s 之后则情况 相反.随着间距的增大,阻力系数大小的交替变化越 来越频繁,即偏向流现象会逐渐减弱.从升力系数时 程(右侧图)可见,3 种间距的升力波动幅度有很大差 异,这说明 3 种间距的绕流流态不同.当P/D = 1.2 和 1.5 时,两个圆柱的升力波动幅度都很小,并且缺乏 规律性;而当 P/D≥2 时,两个圆柱的升力波动幅度 很大,并有很强的周期性.当 P/D=1.5 时,上、下侧圆柱的升力系数在 200 s 附近发生了突变,说明偏向流偏转方向的变化会引起气动力的突变.当



P/D=1.1时,升力系数在300~400 s 出现很大波动, 升力系数时程呈现非稳态现象,这也说明 P/D=1.1 时并列双圆柱的流态会随时间发生变化.



图6 气动力系数







(c) *P/D*=3

图 7 并列双圆柱气动力系数时程(左侧:阻力;右侧:升力)



2.3 斯托罗哈数

图 8 为双圆柱随着圆心间距变化的 Strouhal 数 ($St = fD/U_0, f$ 为涡脱频率). 由图 8 可见,上下侧圆 柱的 St 数值几乎相同. 当 P/D = 1.1 时, St 数为 0.1 左右,约为单圆柱的 1/2;当 P/D = 1.2 和 1.5 时,没 有明显的 St 数,当 $P/D \ge 2$ 时, St 数随着间距的增 大没有明显变化,并接近单圆柱的值 0.2.

为了分析 St 数随时间的变化规律,本文采用

Morlet 小波作为基函数对升力系数时程进行小波谱 分析.图9给出了3种间距并列双圆柱升力系数时 程的时频能量谱.从图9可见,在同一间距比下,上 下侧圆柱的时频图基本相同.当P/D = 1.1时,在 300~400 s间能量主要集中在 $fD/U_0 = 0.1$ 处,另外 在 $fD/U_0 = 0.2$ 处能量也较大.当P/D = 1.2和1.5 时,时频能量谱中没有明显的能量集中.当 $P/D \ge 2$ 时,能量集中在 $fD/U_0 = 0.2$ 左右,其数值与单圆柱

1.0

0.8

0.6

0.4

1.0

0.8

0.6

0.4

1.0

0.8

0.6

0.4

绕流的 St 数接近.

2.4 绕流场特性

2.4.1 瞬态流态结构

图 10 为不同圆心间距下典型时刻(上侧圆柱 升力达到波峰时刻)的瞬态涡量图.随着间距的变 化,并列圆柱的流态结构会发生很大变化.当*P/D*= 1.1 时,并列双圆柱在不同的时刻会呈现出单一钝 体(图 10(a))和偏向流(图 10(b))两种流态;对于 单一钝体流态,两个圆柱如同一个钝体,一对旋涡会 从上侧圆柱上表面和下侧圆柱下表面交替脱落,并 在尾流中形成一个涡街.而对于偏向流流态,在图



10(b)所示时刻,在两个圆柱中间流过的间隙流会引起上侧圆柱的尾流变窄,而下侧圆柱的尾流变宽.

当 P/D=1.2 和1.5 时,如图 10(c)所示,双圆 柱呈现偏向流流态,但偏向的幅度较图 10(b)小;两 个圆柱的4个剪切层在分离后均保持较为平顺的形 状,即剪切层失稳并形成旋涡的位置离圆柱较远,因 而尾流旋涡对圆柱气动力的周期性影响小,圆柱的 脉动升力小,且升力功率谱没有明显的 St 数.

当 *P*/*D*≥2 时,偏向流现象随着间距增大逐渐 消失,两个圆柱均有各自的旋涡脱落,形成两个平行 的涡街.







Fig. 9 Wavelet power spectrum for the lift coefficients of the lower and upper cylinders

2.4.2 P/D=1.1 流态分析

当 P/D = 1.1 时,并列双圆柱在不同的时刻会 呈现出单一钝体和偏向流两种流态,为了进一步理 解其流场特性及其对气动力的影响,图 11、12 给出 了这两种流态典型时刻的瞬态涡量图、瞬态风速图 和瞬态风压场,两个典型时刻分别为上侧圆柱在一个升力周期内升力最大时刻和最小时刻.

对于偏向流流态(见图 11),两个典型时刻的涡 量图、风速图和风压图较相似;由涡量图可见,并列 圆柱的尾流均偏向上侧,上侧圆柱的尾流窄而下侧 圆柱的尾流宽;从风速场可知,两个圆柱的停滞点明 显偏向间隙侧,两个圆柱之间存在高速间隙流;从风 压图可见,尾流较窄的上侧圆柱尾流中的负压强度 大于下游圆柱,这也导致上侧圆柱的阻力系数大于 下游圆柱.

对于单一钝体流态(见图 12),两个时刻的涡量 图、风速图和风压图呈现上下对称关系,其流场特性 与偏向流流态不同;由涡量图可知,两个圆柱的上下 两个表面分离的剪切层会很快卷起形成旋涡,这对 旋涡会在近尾流相互作用;由风速图可知,这对旋涡 会导致并列圆柱的上下两侧出现大范围的高风速区 域,高速间隙流相对较弱;由风压图可知,这对旋涡 所在位置有很强的负压,使两个圆柱的气动力产生 大幅度的波动.



图 10 并列圆柱瞬时涡量图 ((a) P/D =1.1(单一钝体流态);(b) P/D =1.1(偏向流流态);(c) P/D =1.5;(d) P/D =3)





Fig. 11 Instantaneous vorticity, velocity field, and pressure field of bias flow when P/D = 1.1

3 结 论

采用大涡模拟,在高雷诺数下(*Re* = 1.4×10⁵) 对圆心间距 *P/D* = 1.1~4 并列双圆柱绕流问题进 行研究,探究了气动性能和流场流态随间距的变化 规律,分析了偏向流流态下的流场特性及其气动性 能,进一步澄清了并列双圆柱气动干扰的流场机理, 得到以下主要结论:

1)采用大涡模拟方法得到的并列双圆柱的气动力结果与文献风洞结果吻合良好,模拟得到了单一钝体、偏向流和平行涡街3种不同类型的流态,结果表明大涡模拟方法可以准确模拟高雷诺数下并列双圆柱绕流问题.

2)当 P/D = 1.1 时,并列圆柱会间歇性地呈现 单一钝体和偏向流流态两种流态,圆柱的气动力系 数会随时间发生剧烈变化,呈现非稳态特征;单一钝 体时并列圆柱的近尾流中有一对强度很大的旋涡, 这对旋涡会导致尾流中出现很强的负压区,造成圆 柱气动力的大幅度波动.

3)当 P/D=1.2~1.5 时,并列圆柱呈现偏向流 流态,双圆柱中间的高速间隙流会引起一侧圆柱的 尾流变窄,而另一侧圆柱的尾流变宽;偏向流的方向 会间歇性发生改变,并且随着间距的增大偏转方向 的改变变得更频繁;偏向流流态下,圆柱气动力系数 的脉动值很小,并且没有明显的 St 数.

4)当P/D=2~4时,随着间距的增大,偏向流



图 12 P/D=1.1 单一钝体的瞬态涡量图、瞬态风速图和瞬态风压图((a)升力波峰时刻;(b)升力波谷时刻)

Fig. 12 Instantaneous vorticity, velocity field, and pressure field of single-bluff-body flow when P/D = 1.1现象会逐渐消失,两个圆柱的相互干扰减弱;两个圆 柱尾流中均会出现周期性的旋涡脱落,形成两个平 行涡街,圆柱气动力的脉动大.

需要指出的是,本文大涡模拟的雷诺数为 Re = 1.4×10⁵,属于高亚临界雷诺数范围,对于单圆柱来 说自由剪切层依属于层流分离.但对于双圆柱来说, 圆柱间的相互干扰可能会导致层流向湍流的转捩位 置发生改变,也可能会导致层流分离变为湍流分离. 这一问题目前尚未有定论,还需进一步研究.

参考文献

- [1] SUMNER D. Two circular cylinders in cross-flow: a review [J]. Journal of Fluids & Structures, 2010, 26(6):849
- [2] ALAM M M, ZHOU Y. Flow around two side-by-side closely spaced circular cylinders [J]. Journal of Fluids & Structures, 2007, 23(5):799
- [3] ZDARVKOVICH M M. Review of flow interference between two circular cylinders in various arrangements [J]. Journal of Fluids Engineering, 1977, 99(4):618
- [4] SUMNER D, RICHARDS M D, AKOSILE O O. Two staggered circular cylinders of equal diameter in cross-flow [J]. Journal of Fluids & Structures, 2005, 20(2):255
- [5] ZHOU Y, ZHANG H J, YIU M W. The turbulent wake of two sideby-side circular cylinders[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2002, 458(458):303
- [6] ZDRAVKOVICH M M. The effects of interference between circular cylinders in cross flow [J]. Journal of Fluids & Structures, 1987, 1 (2):239
- [7] XU S J, ZHOU Y, SO R M C. Reynolds number effects on the flow structure behind two side-by-side cylinders[J]. Physics of Fluids, 2003, 15(5):1214
- [8] ZHOU Y, ALAM M M. Wake of two interacting circular cylinders: a review [J]. International Journal of Heat & Fluid Flow, 2016, 62 (2).510
- [9] ISHIGAI S, NISHIKAWA E, NISHIMURA E, et al. Experimental study of structure of gas flow in tube banks axes normal to flow [J]. Bulletin of the Japan Society of Mechanical Engineers, 1972, 15 (86): 949
- [10] MIAU J J, WANG H B, CHOU J H. Flopping phenomenon of flow

behind two plates placed side-by-side normal to the flow direction $[\,J\,].$ Fluid Dynamics Research , 1996 , 17(6) :311

- [11] BEARMAN P W, WADCOCK A J. The interaction between a pair of circular cylinders normal to a stream [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1973, 61(3):499
- [12] KIM H J, DURBIN P A. Investigation of the flow between a pair of circular cylinders in the flopping regime [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1988, 196(196):431
- [13] BRUN C, TENCHINE D, HOPFINGER E J. Role of the shear layer instability in the near wake behavior of two side-by-side circular cylinders [J]. Experiments in Fluids, 2004, 36(2):334
- [14] SUMNER D, WONG S S T, PRICE S J, et al. Fluid behaviour of side-by-side circular cylinders in steady cross-flow [J]. Journal of Fluids & Structures, 1999, 13(3):309
- [15] ALAM M M, MORIYA M, SAKAMOTO H. Aerodynamic characteristics of two side-by-side circular cylinders and application of wavelet analysis on the switching phenomenon [J]. Journal of Fluids & Structures, 2003, 18(3/4):325
- [16] CHANG K S, SONG C J. Interactive vortex shedding from a pair of circular cylinders in a transverse arrangement [J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2010, 11(3):317
- [17] MENEGHINI J R, SALTARA F, SIQUEIRA C L R, et al. Numerical simulation of flow interference between two circular cylinders in tandem and side-by-side arrangements [J]. Journal of Fluids & Structures, 2001, 15(2):327
- [18] CHEN L, TU J Y, YEOH G H. Numerical simulation of turbulent wake flows behind two side-by-side cylinders [J]. Journal of Fluids & Structures, 2003, 18(3):387
- [19] CANTWELL B J, COLES D. An experimental study of entrainment and transport in the turbulent near wake of a circular cylinder [J]. Fluid Mech, 1983, 136(11): 321
- [20] NISHIMURA H, TANIIKE Y. Aerodynamic characteristics of fluctuating forces on a circular cylinder [J]. Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics, 2001, 89(7):713
- [21] ACHENBACH E, Distribution of local pressure and skin friction around a circular cylinder in cross-flow up to $Re = 5 \times 10^6 [J]$. Fluid Mech. 1968, 34(4): 625
- [22] KIYA M, SUZUKI Y, ARIE M, et al. A contribution to the freestream turbulence effect on the flow past a circular cylinder [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1982, 115(115): 151
- [23] SURRY D. Some effects of intense turbulence on the aerodynamics of a circular cylinder at subcritical Reynolds number [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1972, 52(3): 543
- [24] NORBERG C. Fluctuating lift on a circular cylinder: review and new measurements [J]. Journal of Fluids & Structures, 2003, 17(1):57 (编辑 赵丽莹)