第52卷 第1期 2020年1月

DOI:10.11918/201901091

# 关节轴承中微凸体的热分析

汪久根1,戴雨静1,洪玉芳1,陈芳华2

(1.浙江大学 机械工程学院, 杭州 310027;2.浙江省机电产品质量检测所, 杭州 310051)

摘 要:为研究关节轴承内外圈摩擦副上微凸体在相对滑动过程中的摩擦热问题,建立半球状微凸体相对光滑平面滑动的模型,对点热源导致的温升进行积分,计算关节轴承内外圈在微凸体接触面处的稳态温升分布.分别计算微凸体在弹性接触与 塑性接触状态下接触面的稳态温升分布,并研究了在不同角速度和载荷下接触面沿速度方向的温升变化.给定在一定范围内 变化的载荷及速度,分别计算绘制出了两种不同型号关节轴承中的微凸体在接触区的最大闪温图.计算结果表明:内圈微凸 体在接触区的温升是对称分布的,最大温升位于接触面的中心点,外圈接触区后沿的温升大于前沿的温升,最大温升出现在 中心点偏后沿的位置.轴承角速度或微凸体载荷越大,接触区的温升越大.在低速重载工况下,微凸体的最大闪温值较小;而 在高速情况下,微凸体的最大闪温值较大.关节轴承在工作时应注意载荷和角速度的控制,防止因微凸体摩擦生热过多从而 造成轴承使用性能受损.

关键词:关节轴承;微凸体;滑动摩擦;热分析;闪温图

中图分类号: TH133 文献标志码: A 文章编号: 0367-6234(2020)01-0008-06

# Thermal analysis of asperity in spherical plain bearing

WANG Jiugen<sup>1</sup>, DAI Yujing<sup>1</sup>, HONG Yufang<sup>1</sup>, CHEN Fanghua<sup>2</sup>

(1.Faculty of Mechanical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China;

2. Zhejiang Testing & Inspection Institute for Mechanical and Electrical Products Quality, Hangzhou 310051, China)

Abstract: To study the frictional heat of the asperity on friction pair of the inner and outer rings of spherical plain bearing during relative sliding process, the model of a hemispherical asperity sliding relative to a smooth plane is established. The steady-state temperature rise of the inner and outer rings in the asperity contact zone is calculated with integrating the temperature rise caused by point heat source. The temperature rise distributions of the contact zone under elastic contact and plastic contact were calculated respectively, and then the temperature rise along the velocity direction under different angular velocities and loads was examined. The maps of the maximum flash temperature in the contact zone of two different types of spherical plain bearings are presented. The results show that the temperature rise of the asperity in contact zone is symmetrically distributed, and the maximum temperature rise is at the center point. The temperature rise at the trailing edge of the outer ring is greater than that at the leading edge, and the maximum temperature rise appears at the position of trailing edge. The higher the angular velocity or load, the higher the temperature rise. Under low-speed and heavy-load conditions, the maximum flash temperature of the asperity is low, and in case of high-speed conditions, the maximum flash temperature is high. To prevent the spherical plain bearing from being damaged due to excessive heat generation caused by asperities, the control of loads and angular velocities should be noticed.

Keywords: spherical plain bearing; asperity; sliding friction; thermal analysis; temperature map

目前,国内外大部分学者在对关节轴承进行热 分析时,将内外圈球面的摩擦副考虑为光滑接触. 而在现实情况下,内外圈接触面是粗糙的,表面分布 有很多微凸体.这些微凸体相互接触,接触面积总 和即为实际接触面积,其远远小于名义接触面积,微 凸体峰顶实际的接触压力通常大于光滑接触时的压 力,会产生大量的摩擦热.因此,在对关节轴承进行

- **基金项目:**国家自然科学基金(51375436);
- 浙江省重大科技专项(2017C01047) 作者简介: 汪久根(1963—),男,教授,博士生导师
- 通信作者: 汪久根, me\_jg@ zju.edu.cn

热分析时有必要考虑微凸体的影响.

在法向载荷作用下,两个粗糙表面相接触时,首 先是微凸体开始互相接触. 微凸体开始接触时为弹 性变形,而后当载荷加载到某个临界数值后变成塑 性变形,此时微凸体是塑性变形而基体材料仍是弹 性变形<sup>[1]</sup>.

针对微凸体接触问题的建模及摩擦热的分析, 国内外学者进行了一系列研究.对单个微凸体在圆 形静止热源作用下的热问题,Gecim 等<sup>[2]</sup>建立了二 维瞬态热方程,分析了微凸体在几种不同边界条件 下的温度分布.Ting 等<sup>[3]</sup>分析了单个微凸体由于滑

收稿日期: 2019-01-14

• 9 •

动摩擦热而导致的表面温升以及热应力问题. 李隆 球等<sup>[4]</sup>提出了一种在全滑移接触条件下,球形粗糙 表面与刚性平面的弹塑性接触模型. Smith 等<sup>[5]</sup>用 有限元方法,研究了微凸体滑动接触过程中的闪点 温度,并提出影响闪点温度的主要因素包括热导率、 硬度、速度、摩擦因数、微凸体半径和微凸体磨损深 度. Lee 等<sup>[6]</sup>用数值方法分析了单对微凸体滑动接 触过程中的瞬态导热问题,发现无量纲闪点温度仅 仅是 Peclet 数的函数. Mate 等<sup>[7]</sup>研究了磁记录头与 磁记录盘上的微凸体在高速碰撞下的闪点温度.

在滑动摩擦过程中,滑动接触点成为热源,计算 由摩擦热源引起的表面温升是研究热胶合的基础. Jaeger<sup>[8]</sup>计算了移动均匀热源作用下的半无限体的 表面温升问题. Ashby 等<sup>[9]</sup>给出了销盘模型干摩擦 过程的闪温及体积温度的计算公式. Tian 和 Kennedy<sup>[10]</sup>基于 Carslaw 等<sup>[11]</sup>的热源法对不同形状 热源下的半无限固体的最大闪温和平均温度进行了 计算,并给出了微凸体接触过程中的最大闪温的近 似表达式. Gao 等<sup>[12]</sup>运用 FFT 方法求解了粗糙表面 滑动摩擦的瞬态温度场. Bansal 等<sup>[13]</sup>通过假设接触 面对应各点温度相等,计算了一个球体相对平面滑 动时的热流分配系数,并由此计算出接触面稳态温 度分布. 上述研究为进一步分析微凸体的滑动摩擦 热问题提供了基础.

本文建立了关节轴承中的微凸体相对光滑平面 滑动的模型,利用对点热源进行积分的方法分别计 算了微凸体在弹性和塑性接触下的滑动接触面的稳 态温度分布.并绘制了两种型号轴承在不同速度与 载荷下接触面最高闪温图.

1 微凸体理论建模与求解

如图 1 所示,当内圈承受径向轴承力且绕轴线旋转时,接触面中心点处的线速度最大,接触压力较大, pv 值较高,易出现热失稳.对该处的微凸体进行理论 建模,为了方便计算,对模型进行了如下简化:

1)忽略润滑剂的影响,研究单个微凸体与平面接触的情况,微凸体出现在内圈上,形状为半球状,承受法向载荷 W, 平面假设为光滑, 接触区的半径为 R;

2)由于微凸体尺度远小于轴承实体的尺度,故 认为与微凸体相接触的外圈表面为平面,并且两个 物体可以视为半无限体间接触;

3) 假设内外圈初始温度相等.

该圆形接触区为热源区,热源相对平面运动,相 对微凸体静止.从相对运动的角度看,可认为该问 题等价于微凸体静止而平面以速度 V 运动:

$$V = \boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{R}_0. \tag{1}$$

式中 $\omega$ 为轴承角速度,  $R_0$ 为内圈球半径.



图 1 微凸体-平面接触模型

Fig.1 Contact model of asperity with plane 当材料的热物性参数为常数时,直角坐标下的 导热微分方程<sup>[14]</sup>为

 $\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \gamma^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial \theta}{\partial t}.$ 

式中: $\theta$ 为温升( $\mathbb{C}$ ); (x, y, z)为所计算点的坐标; t为时间(s); a为材料的热扩散系数( $m^2 \cdot s^{-1}$ ),  $a = \lambda \cdot \rho^{-1}c_p^{-1}$ ; $\lambda$ 为材料导热系数( $W \cdot m^{-1} \cdot \mathbb{C}^{-1}$ ); $\rho$ 为 密度( $kg \cdot m^{-3}$ );  $c_p$ 为比定压热容( $J \cdot kg^{-1} \cdot \mathbb{C}^{-1}$ ).

两表面相对滑动时,假设摩擦力所做的功都转 化为摩擦热,则接触面上单位面积产生的热流量为

 $q = \mu p V.$ 

式中: q 为热流密度(W・m<sup>-2</sup>), μ 为摩擦因数, p 为 接触压力(Pa), V 为两表面相对滑动速度(m・s<sup>-1</sup>).

接触面的热量将以一定比例分给上下两个物体:

 $q_1 = K_1 \mu p V$ ,  $q_2 = (1 - K_1) \mu p V$ . (2) 式中,  $q_1 \langle q_2 \rangle f$ 别为分配给物体 1、2 的热流密度,  $K_1$ 为物体 1 的热量分配系数. 本文约定变量中下标为 1 表示微凸体, 下标为 2 表示平面.

根据 Carslaw 和 Jaeger<sup>[11]</sup>的研究:一个固定的 点热源持续在一个移动半无限体表面上发热,将点 热源坐标设定为笛卡尔坐标系的原点,则移动表面 任意一点 P(x, y, z)的稳态温升可以表示为

$$\Delta\theta = Q/(2\pi\lambda r) e^{\frac{-\theta}{2a}(r-x)}.$$

式中: Q 为该点热源产生的热流量(W);  $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$ ,即为P 点到该点热源的距离,本文研究移动物体表面的温升,可令 z = 0; U 为相对于热源的移动速度(m·s<sup>-1</sup>).

针对圆形热源作用的情况,可将热源区看成由无数个点热源组成,对每个点热源导致的温升进行积分,即可得到接触区各点的稳态温升.如图2所示,利

用极坐标对圆形热源区进行几何关系分析[10].



图 2 热源区极坐标示意图

Fig.2 Polar coordinate system of heat source *B* 点处的点热源产生的热流量为

$$\mathrm{d}Q = q\mathrm{d}S = q\mathrm{d}s \cdot s\mathrm{d}\varphi.$$

式中: dS为B点处热源微元的面积,q为该点的热流 密度. 将 P(x, y)转化为极坐标  $P(r, \alpha)$ ,B点的热 源对 P点造成的稳态温升可表示为

$$d\theta = \frac{dQ}{2\pi\lambda s} e^{\frac{-U}{2a}[s - (x - x')]} = \frac{qds \cdot sd\varphi}{2\pi\lambda s} e^{\frac{-U}{2a}[s - (x - x')]} = \frac{q}{2\pi\lambda s} e^{\frac{-Us}{2a}[1 - \cos(\varphi - \alpha)]} dsd\varphi.$$

P点在整个圆形热源作用下的温升可表示为

$$\Delta\theta(r,\alpha) = \frac{1}{2\pi\lambda} \int_{0}^{2\pi} \left( \int_{0}^{s_{1}} q(r,\alpha,s,\varphi) e^{\frac{-Us}{2\alpha} \left[1 - \cos(\varphi - \alpha)\right]} ds \right) d\varphi.$$
(3)

式中: s<sub>1</sub>为热源点与P点距离的积分上限,数值上等于直线 BP 与圆周交点到 P 点的距离:

$$s_{1} = \sqrt{r^{2} \cos^{2} \varphi + (R^{2} - r^{2})} - r \cos \varphi.$$
 (4)  
q(r,  $\alpha$ , s,  $\varphi$ ) 为热源点的热流密度,大小和微凸体  
的变形状态有关.

弹性变形状态下,接触压力为赫兹分布,因此热 流密度可以写为

$$q(r, \alpha, s, \varphi) = 3\mu p_{\rm m} V \sqrt{1 - w^2/R^2}/2 =$$

 $3\mu p_{\rm m}V/(2R) \sqrt{R^2 - r^2 - s^2} - 2rs\cos\varphi.$  (5) 式中  $p_{\rm m}$  为接触面平均接触压力.

8 300

7 800

塑性变形状态下,接触面的压力可以看作恒定,

平均接触压力等于两物体中较软材料的显微硬度 H<sup>[1]</sup>.因此热流密度可以写为

$$q(r,\alpha,s,\varphi) = \mu p_{\rm m} V = \mu H V. \tag{6}$$

可以看出,弹性接触和塑性接触下的热源分别 为抛物线分布和均匀分布.二者的最大表面温升经 验公式如下<sup>[10]</sup>:

弹性接触,

报

 $\Delta \theta_{\max} = 2.32 Rq / (\lambda \sqrt{\pi (1.2344 + Pe)}); \quad (7)$ 塑性接触,

$$\Delta \theta_{\max} = 2Rq/(\lambda \sqrt{\pi(1.273 + Pe)}). \tag{8}$$

式中, q 为表面平均热流密度( $\mathbf{W} \cdot \mathbf{m}^{-2}$ ),  $Pe = UR \cdot (2a)^{-1}$ , 是热力学中常用的无量纲数.

两个滑动体之间的热流分配采用的原则是:两 表面最大温度相等<sup>[15]</sup>.联立式(2)、(7)、(8)可以得 到热流分配系数:

弹性接触,

$$K_{1} = \lambda_{1} / (\lambda_{1} + \sqrt{\frac{1.234 \ 4 + Pe_{2}}{1.234 \ 4 + Pe_{1}}} \cdot \lambda_{2}); \qquad (9)$$

塑性接触,

$$K_1 = \lambda_1 / (\lambda_1 + \sqrt{\frac{1.273 + Pe_2}{1.273 + Pe_1}} \cdot \lambda_2).$$
(10)

关于式(3),令U = 0,可以算出微凸体在接触 区域的表面温升. 令U = V,可以算出平面在接触区 域的表面温升.

联立式(1)~(5)、(9)可算出弹性接触状态下 微凸体与平面的稳态温升,联立式(1)~(4)、(6)、 (10)可算出塑性接触状态下微凸体与平面的稳态 温升.

#### 2 计算结果分析

P26090B-G 型航空用关节轴承材料参数如表 1 所示,该轴承摩擦副为铜对钢,脂润滑状态下取摩擦因数  $\mu = 0.06$ ,内圈球半径  $R_0 = 1.98 \times 10^{-2}$ m. 对关节轴承内 圈进行高速精车,粗糙度达到  $R_a$ 1.6,精度等级达到 IT7~IT8 左右,可以查阅得对应的微凸体折合曲率半径 在 20~55  $\mu$ m<sup>[1]</sup>,这里取 40  $\mu$ m.

4 018

4 4 1 0

	Tab.1	Material par	rameters of sph	erical plain be	aring(P26090B-G)	
<b>**</b> *1	密度/	弹性模量/	近ねにと	硬度/	传热系数/	比定压热容/
121 174	$(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	GPa	们们们	$(N \cdot mm^{-2})$	$(\mathbf{W} \cdot \mathbf{m}^{-1} \cdot \mathbf{C}^{-1})$ (	$J \cdot kg^{-1} \cdot C^{-1}$

0.30

0.30

4.1 评性按照
----------

C17200 铍铜

高强度不锈钢

零件

内圈

外圈

弹性接触状态下,利用球体与平面接触的

128

195

赫兹公式,可得到接触半径和平均接触压力分 别为

418

420

105

16

热扩散系数/

 $(m^2 \cdot s^{-1})$ 

 $3.03 \times 10^{-5}$ 

4.88×10<sup>-6</sup>

$$R = \left[\frac{3Wr_0}{4} \left(\frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2}\right)\right]^{1/3}, \quad (11)$$
$$p_{\rm m} = W/(\pi R^2). \quad (12)$$

式中, $r_0$ 为微凸体球半径, $E_1$ 、 $E_2$ 为微凸体和平面的 弹性模量, $v_1$ 、 $v_2$ 为两者的泊松比.

下面的算例中,取 $\omega = 20 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ,微凸体承载 W = 0.20 N,由式(11)、(12)可算出接触半径 R = 4.13  $\mu$ m,平均接触压力 $p_m = 3.72$  GPa.利用 matlab 编程并绘制出微凸体和平面在接触区的表面稳态温 升,如图 3 所示.





由图 3 可知,内圈微凸体在接触区的温升云图 在 x 和y方向上都是对称的,最大温升 $\Delta\theta$  = 3.54 °C,位 于中心点. 这是因为微凸体相对于接触区的热源是静 止的,热量的传递不会受到相对滑动速度的影响. 外圈 接触区的温升云图在移动方向上(x 轴方向)是非对称 的,最大温升 $\Delta\theta$  = 3.53 °C,位于中心点偏后沿的位置. 并且,接触区后沿的温升明显大于前沿的温升. 这是因 为在运动过程中,前沿总是最后才与热源接触,热源作用 时间短,温升小于已经率先与热源作用的接触区后沿.

由式(2)可知,摩擦热的产生与接触压力和相 对速度有关,下面研究不同的载荷与速度下,外圈接 触区沿 x 轴的的温升情况.

图4为载荷0.20N时,不同角速度ω(rad・s<sup>-1</sup>)下 外圈接触区沿 x 轴处的温升情况.可以看出,随着速 度的增加,温升增加,且后沿温升大于前沿温升的趋 势越来越明显.这是因为滑动速度越大,所产生的 摩擦热越多.且前沿与热流作用时间越短,导致前 后沿温差越大.



图 4 弹性接触时不同角速度下的温升分布

Fig. 4 Temperature rise distribution under different angular velocity during elastic contact

图 5 为 ω = 20 rad · s<sup>-1</sup>时,不同载荷下的温升情况.可以看出,随着载荷的增加,温升增加.这是因为载荷越大,接触压力越大,摩擦热越多.



图 5 弹性接触时不同载荷下的温升分布



#### 2.2 塑性接触

塑性接触时  $p_m$  恒为 4.018 GPa, 接触区半径

$$R = (W/p_{\rm m} \cdot \pi)^{1/2}. \tag{13}$$

取 $\omega = 20 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ , W = 2 N. 由式(13)求得 $R = 12.59 \mu \text{m}$ . 计算出温升图如图 6 所示.

由图 6 可知,内圈微凸体的最大温升  $\Delta \theta = 9.72$  °C, 位于中心点.外圈的最大温升  $\Delta \theta = 9.50$  °C,位于中心点 偏后沿的位置.接触区后沿的温升明显大于前沿的温升.

图 7 为载荷 2 N 时,不同角速度下外圈接触区沿 x 轴的温升情况.图 8 为 $\omega$  = 20 rad · s<sup>-1</sup>时,不同载荷下





图 6 塑性接触区温升分布

Fig.6 Temperature rise distribution in plastic contact zone













## 3 最高闪温图

由计算结果得知,塑性变形状态下最大闪温出现在 x 轴上.现给定线速度在 0~5 m·s<sup>-1</sup>范围内变化,微凸体 承载在 0~30 N 内变化,计算并绘制出最大闪温图见图 9.



Fig.9 Map of maximum flash temperature for P26090B-G

由图9可知,当载荷与速度较高时,最大闪温值较 大. 而关节轴承往往在低速重载下工作,线速度通常不 会超过1m/s,因此微凸体的最大闪温值通常不会很 大. 但是有些偶发的工况值得考虑. 以起落架用关节轴 承为例,当飞机刚好落地时,轴承会承受较大冲击载 荷,瞬时线速度也会很大. 而根据 Hou<sup>[16]</sup>的研究,移动 热源作用的表面达到准稳态温度的时间为:

$$t = 20a/V^2$$
. (14)

式中:a为材料的热扩散系数,V为速度.由式(14)可求出,当速度为1m·s<sup>-1</sup>时,t = 0.098 ms.

在速度较大时,微凸体接触面会在极短的时间 内达到最大温度.因此,在这些特殊工况下,微凸体 接触面的最大闪温值较大.在实际的内外圈接触面 上会有很多微凸体接触斑点,当它们达到最大闪温 后,会加快表面损伤的劣化,影响润滑剂性能,严重时 甚至会造成轴承胶合.而降低闪温值的方法主要有: 改善润滑结构,提高关节轴承摩擦副的加工精度等.

同理,可绘制出型号为 WMLS17R 型关节轴承的微凸体最大闪温图(图 10).



Fig.10 Map of maximum flash temperature for WMLS17R

关节轴承的材料参数如表 2 所示. 摩擦因数  $\mu = 0.12$ , 内圈球半径  $R_0 = 1.35 \times 10^{-2}$  m.

由图 10 可知,在相同的速度和载荷下, WMLS17R 型关节轴承的最大闪温值要明显大于 P26090B-G 型轴承.原因主要有:WMLS17R 型轴承 的摩擦因数大于 P26090B-G 型轴承,相同条件下会 产生更多的摩擦热; WMLS17R 型轴承内外圈摩擦 副为钢对钢, 而 P26090B-G 型为铜对钢. 铜的导热 系数大于钢, 更利于摩擦热的传播. 因此, WMLS17R 型轴承更易发生热问题, 不宜长期在高载荷和高转 速的工况下工作.

	表 2	WMLS1	7R 型关节	轴承标	材料参数	
Tab.2	Material p	arameters	of spherical	plain	bearing(	WMLS17R)

零件	材料	密度/ (kg・m <sup>-3</sup> )	弹性模量/ GPa	泊松比	硬度/ (N・mm <sup>-2</sup> )	传热系数/ (W・m <sup>-1</sup> ・℃ <sup>-1</sup> )	比定压热容/ (J・kg <sup>-1</sup> ・℃ <sup>-1</sup> )	热扩散系数/ (m <sup>2</sup> ・s <sup>-1</sup> )
内圈	高强度不锈钢	7 750	200	0.30	4 508	20	480	5.38×10 <sup>-6</sup>
外圈	高强度不锈钢	7 750	215	0.30	4 116	16	480	4.30×10 <sup>-6</sup>

#### 4 结 论

1) 在弹性和塑性接触状态下,内圈微凸体在接触区的稳态温升分布形状为旋转体,最大温升位于中心点.外圈接触区的温升分布在移动方向上是非对称的,接触区后沿的温升大于前沿的温升,最大温升出现在中心点偏后沿的位置.

2) 微凸体载荷一定时, 角速度越大, 外圈接触 区的温升越大, 且前后沿的温差越大. 角速度一定 时, 载荷越大, 温升越大.

3)低速重载工况下,微凸体最大闪温值较低; 而在高速情况下,最大闪温较大,会影响轴承性能. 应注意这些情况下闪温值的控制. WMLS17R 型轴 承应比 P26090B-G 型轴承更易发生热问题,不宜长 期在高载荷和高转速的工况下工作.

### 参考文献

- [1] 克拉盖尔斯基 И В. 摩擦、磨损与润滑手册:第一册[M]. 北京: 机械工业出版社, 1986:23
   КРАГЕЛВСКИЙ И В. Handbook on friction, wear and lubrication (volume 1) [M]. Beijing: Mechanical Industry Press, 1986:23
- [2] GECIM B, WINER W O. Transient temperatures in the vicinity of an asperity contact[J]. Journal of Tribology, 1985, 107(3):333. DOI: 10.1115/1.3261068
- [3] TING B Y, WINER W O. Friction-induced thermal influences in elastic contact between spherical asperities [J].Journal of Tribology, 1989, 111(2):315. DOI:10.1115/1.3261916
- [4] 李隆球,王林,张广玉,等. 全滑移下球形粗糙表面的弹塑性接 触模型[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2012,44(9):62
  LI Longqiu, WANG Lin, ZHANG Guangyu, et al. Elastic-plastic model for rough spherical contact in slip contact condition[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2012, 44(9):62. DOI:10. 11918/j.issn.0367-6234.2012.09.011
- $\left[ \; 5 \; \right]$  SMITH E H, ARNELL R D. A new approach to the calculation of

flash temperatures in dry, sliding contacts [J]. Tribology Letters, 2013, 52(3):407. DOI:10.1007/s11249-013-0224-9

- [6] LEE Y, LIU Y, BARBER J R, et al. Thermal considerations during transient asperity contact[J]. Tribology International, 2016,94:87. DOI:10.1016/j.triboint.2015.08.008
- MATE C M , DENG H , LO G J , et al. Measuring and modeling flash temperatures at magnetic recording head-disk interfaces for well-defined asperity contacts[J]. Tribology Letters, 2015, 58(2):
   1. DOI:10.1007/s11249-015-0505-6
- [8] JAEGER J C. Moving sources of heat and the temperature of sliding contacts[J]. J and Proc Roy Soc New South Wales, 1942, 76:203
- [9] ASHBY M F, ABULAWI J, KONG H S. Temperature maps for frictional heating in dry sliding [J]. Tribology Transactions, 1991, 34 (4):577.DOI:10.1080/10402009108982074
- [10] TIAN X, KENNEDY F E. Maximum and average flash temperatures in sliding contacts [J]. Journal of Tribology, 1994, 116(1): 167. DOI:10.1115/1.2927035
- [11]CARSLAW H S, JAEGER J C. Conduction of heat in solids [M]. New York: Oxford University Press, 1959:1
- [12] GAO J, LEE S C, AI X, et al. An FFT-based transient flash temperature model for general three-dimensional rough surface contacts
   [J]. Journal of Tribology, 2000, 122 (3): 519. DOI: 10.1115/1. 555395
- [13] BANSAL D G, STREATOR J L. A method for obtaining the temperature distribution at the interface of sliding bodies [J]. Wear, 2009, 266(7):721. DOI:10.1016/j.wear.2008.08.019
- [14]杨世铭,陶文铨. 传热学[M]. 第4版. 北京:高等教育出版社, 2006:43
  YANG Shiming, TAO Wenquan. Heat transfer[M]. 4th edition. Beijing:Higher Education Press, 2006:43
- [15] KENNEDY F E. Thermal and thermomechanical effects in dry sliding[J]. Wear, 1984, 100(1/2/3):453. DOI:10.1016/0043-1648(84)90026-7
- [16] HOU Z B, KOMANDURI R. General solutions for stationary/moving plane heat source problems in manufacturing and tribology [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2000, 43 (10): 1684. DOI:10.1016/s0017-9310(99)00271-9

(编辑 杨 波)