

DOI:10.11918/201906147

# 一种改进的 HOSVD 降噪的信道预测算法

孙德春, 李玉

(综合业务网理论及关键技术国家重点实验室(西安电子科技大学), 西安 710071)

**摘要:** 基于高阶奇异值分解(High Order Singular Value Decomposition, HOSVD)降噪的信道预测算法对天线数较少引起的秩不足问题比较敏感, 同时也难以应付较多普勒频移的情况, 从而引起信道估计性能和预测性能的急剧下降、损失信道容量。针对这一问题, 提出了一种改进的使用 HOSVD 降噪的信道预测算法。该算法先利用多输入多输出(Multiple-input Multiple-Output, MIMO)信道固有的空时相关性对采样得到的信道状态信息(Channel State Information, CSI)进行矩阵重排和数据平滑处理, 随后基于信道的多维结构特性, 使用 HOSVD 降低噪声的影响, 继而重构信道矩阵, 最后利用递归最小二乘滤波器对未来时刻的信道状态进行预测。仿真表明, 所提算法的估计误差和预测误差性能均明显优于对比算法, 这是因为所提算法通过矩阵重排和空时平滑, 虚拟地增加了天线数, 降低了秩缺失问题对估计和预测精度的影响, 从而有效补偿了因误差所致的信道容量的损失。同时, 对比天线数和多普勒频移对不同算法性能的影响可见, 所提算法也能在大多普勒频移和天线数较少等不利条件下提供较好预测性能和信道容量, 具有一定的优越性。

**关键词:** 高阶奇异值分解降噪; 信道预测; 多输入多输出系统; 递归最小二乘滤波器; 平滑

中图分类号: TN911.7 文献标志码: A 文章编号: 0367-6234(2020)04-0047-05

## An improved channel prediction scheme for HOSVD denoising

SUN Dechun, LI Yu

(State Key Laboratory of Integrated Service Networks (Xidian University), Xi'an 710071, China)

**Abstract:** Channel prediction algorithm based on high order singular value decomposition (HOSVD) denoising is sensitive to the small number of antennas and cannot cope with the maximum Doppler shift, which may result in a sharp drop in the channel estimation and prediction performance and the loss of channel capacity. To solve this problem, this paper proposes an improved channel prediction algorithm based on HOSVD denoising. The proposed algorithm first smoothes the sampled channel state information (CSI) by using the space-time correlation inherent in the multiple-input multiple-output channel, and then uses HOSVD to reduce the influence of noise and reconstruct the channel matrix based on the multi-dimensional structure characteristics of the channel. Finally, the recursive least squares filter is used to predict future CSI. Simulation results show that the channel estimation error and the prediction error of the proposed algorithm were better than those of the comparison algorithm. This is because the proposed algorithm uses matrix rearrangement and space-time smoothing to increase the number of antennas virtually, which can effectively reduce the influence of the Doppler shift factor and the rank missing problem caused by the small number of antennas on the prediction accuracy, thus compensating the loss of channel capacity. At the same time, by comparing the influence of antenna number and the Doppler frequency shift on the performance of different algorithms, it can be found that the proposed algorithm could provide better prediction performance and channel capacity under unfavorable conditions such as Doppler frequency shift and few antennas, which has certain advantages.

**Keywords:** high order singular value decomposition denoising; channel prediction; multiple-input multiple-output system; recursive least squares filter; smoothing

多输入多输出(Multiple-Input Multiple-Output, MIMO)系统可以利用自适应调制, 预编码, 功率注水等预处理技术实现更好的性能, 这些技术都需要提前知道当前时刻的信道状态信息(Channel State

Information, CSI)。频分双工(Frequency Division Duplex, FDD)系统将接收端估计的 CSI 反馈到发送端, 但信道时变使反馈的 CSI 迅速过时, 引起容量的损失。在时分双工(Time Division Duplex, TDD)系统中, 通常利用上下行信道的互易性来获得 CSI, 再对发送信号进行预处理, 但由于获得的 CSI 与真实 CSI 存在误差, 降低了信道容量<sup>[1]</sup>。文献[2]表明信道预测可以有效地弥补这种损失。

收稿日期: 2019-06-21

基金项目: 国家自然科学基金(61301170)

作者简介: 孙德春(1982—), 男, 博士, 副教授

通信作者: 孙德春, dcsun@mail.xidian.edu.cn

现有的信道预测算法可以大致分为基于正弦和 SOS(Sum of Sinusoidal)模型的算法, 基于自动回归(Autoregressive, AR)模型的算法和其他扩展算法。SOS 算法<sup>[3-6]</sup>用谱估计的方法来确定与各个正弦波相关的参数, 例如幅度、多普勒频移、相位, 并将其外推到将来时刻叠加预测出可靠的 CSI。基于 AR 模型的算法通常是指线性预测器, 慢时变 AR 模型系数可以通过最小化均方误差(Minimum Mean Square Error, MMSE)准则<sup>[7]</sup>计算, 对于快变系统, 其预测性能急剧下降。为了更好地追踪快变系统信道系数的变化, 学者们提出了各种有效的自适应技术<sup>[8-10]</sup>。对于其他的扩展算法, 主要有基于回声状态网络<sup>[11]</sup>、长短期记忆网络<sup>[12]</sup>等信道预测算法。

MIMO 信道具有多维结构, 但上述算法大多是基于二维模型, 直接在信道上进行预测, 忽略了其内在结构, 文献[13]将基于张量的预测框架与简单的线性滤波器相结合, 提出基于张量的维纳滤波预测算法。为了降低算法的复杂度并改善其通用性, 文献[14]提出了基于高阶奇异值分解(High Order Singular Value Decomposition, HOSVD)降噪的信道预测算法, 即在利用传统算法预测 CSI 前, 先使用 HOSVD 降噪。该算法的局限性是, 对多普勒频移及天线数较少比较敏感, 导致其预测性能急剧恶化。

对此, 本文提出了一种改进的信道预测算法。该算法首先对估计的信道进行数据平滑处理, 随后利用 HOSVD 对平滑后的信道矩阵降噪, 最后使用递归最小二乘(Recursive Least Squares, RLS)滤波器进行信道预测。数据处理部分可以平滑噪声并解决因天线数较少而引起的秩不足的问题, 从而改善文献[14]中算法的不足。在载波频率为 2 GHz、最大多普勒频移为 50 Hz(移动速度为 27 km/h) 的市区拥堵场景下对所提算法的性能进行了仿真验证。

## 1 信道模型

在 TDD 系统中, 考虑一个时变 MIMO 瑞利平坦衰落信道,  $t$  时刻采样的信道脉冲响应可以表示为一个复矩阵  $\mathbf{h}(t) \in \mathbb{C}^{M_T \times M_R}$ , 其中  $M_T$  和  $M_R$  分别是基站发送和用户接收天线数。实际上, 由于估计误差和噪声的影响, 得到的 CSI 并不理想。因而, 可以将估计的 CSI 建模为

$$\tilde{\mathbf{h}}(t) = \mathbf{h}(t) + \mathbf{n}(t),$$

式中  $\mathbf{n}(t)$  是噪声, 服从复高斯分布。对于采样间隔为  $T_s$ ,  $N$  个采样的 CSI 可以表示为

$$\tilde{\mathbf{h}}(u) = \mathbf{h}(u) + \mathbf{n}(u).$$

式中  $0 < (u = \frac{t}{T_s}) < N + 1$ 。

## 2 信道预测算法

### 2.1 数据处理

为了降低多普勒频移以及天线数对预测算法性能的影响, 该文提出在基于 HOSVD 降噪前, 利用空时相关性, 对估计的 CSI 进行平滑。

首先估计的信道可以转化为  $\tilde{\mathbf{h}}(u) \in \mathbb{C}^{M_2 \times M_1}$ , 其中  $M_1 = \max\{M_T, M_R\}$ ,  $M_2 = \min\{M_T, M_R\}$ , 之后将各个时刻采样估计的信道矩阵  $\tilde{\mathbf{h}}(u)$  组合为

$$\tilde{\mathbf{H}} = [\tilde{\mathbf{h}}(1) \quad \tilde{\mathbf{h}}(2) \quad \cdots \tilde{\mathbf{h}}(N)]^T \in \mathbb{C}^{M_1 N \times M_2}.$$

本文使用空时平滑来重构数据结构,  $N$  个采样点分为  $P$  个过采样子阵, 每个子阵包括  $L = N - P + 1$  个采样点。定义第  $P$  个子阵的选择矩阵为

$$\mathbf{f}_p = [\mathbf{0}_{M_1 L \times M_1(p-1)} \quad \mathbf{I}_{M_1 L} \quad \mathbf{0}_{M_1 L \times M_1(P-p)}].$$

空时平滑后的信道矩阵  $\tilde{\mathbf{H}}_{sm}$  可表示为

$$\tilde{\mathbf{H}}_{sm} = [f_1 \tilde{\mathbf{H}} \quad f_2 \tilde{\mathbf{H}} \quad \cdots \quad f_p \tilde{\mathbf{H}}]^T,$$

式中  $\tilde{\mathbf{H}}_{sm} \in \mathbb{C}^{M_1 L \times M_2 P}$ , 可看作是通过减少采样数  $N$  来虚拟增加天线数, 解决因天线数少而引起的秩不足的问题, 充分利用空时相关性来重构信道矩阵, 从而平滑噪声提高预测性能。

### 2.2 HOSVD 降噪

平滑后的信道矩阵  $\tilde{\mathbf{H}}_{sm}$  可以表示为一个三维复张量<sup>[13]</sup>  $\tilde{\mathbf{H}}_{sm} \in \mathbb{C}^{M_1 \times L \times M_2 P}$ , 其中  $M_1$  和  $L$  代表空域和时域的采样数,  $M_2 P$  看作是空时混合域的采样数。在描述 HOSVD 之前, 需要介绍张量  $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2 \times \cdots \times I_N}$  和矩阵  $\mathbf{U} \in \mathbb{C}^{T_n \times I_n}$  的 n-mode 乘积:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X} \times_n \mathbf{U} \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2 \times \cdots \times I_{n-1} \times T_n \times I_{n+1} \times \cdots \times I_N},$$

$$y_{i_1 \times i_2 \times \cdots \times i_{n-1} \times t_n \times i_{n+1} \times \cdots \times i_N} = \sum_{i_n=1}^{I_n} x_{i_1 \times i_2 \times \cdots \times i_n} \cdot u_{t_n \times i_n}.$$

根据文献[13]可知, 张量  $\tilde{\mathbf{H}}_{sm}$  可以分解为

$$\tilde{\mathbf{H}}_{sm} = \mathbf{S} \times_1 \mathbf{U}_1 \times_2 \mathbf{U}_2 \times_3 \mathbf{U}_3.$$

式中:酉矩阵  $\mathbf{U}_1 \in \mathbb{C}^{M_1 \times M_2 PL}$ ,  $\mathbf{U}_2 \in \mathbb{C}^{L \times M_1 M_2 P}$  和  $\mathbf{U}_3 \in \mathbb{C}^{M_2 P \times M_1 L}$  分别是 1-mode, 2-mode 和 3-mode 奇异向量,  $\mathbf{S}$  是大小为  $M_1 \times L \times M_2 P$  的核心张量。

在噪声存在时, 酉矩阵  $\mathbf{U}_n$  是由信号子空间和噪声子空间组成, 若  $n$ -秩等于  $r_n$ , 则  $\tilde{\mathbf{H}}_{sm}$  的低秩约等式可以表示为<sup>[14]</sup>

$$\hat{\mathbf{H}}_{sm} = \mathbf{S}^{[r_1, r_2, r_3]} \times_1 \mathbf{U}_1^{[r_1]} \times_2 \mathbf{U}_2^{[r_2]} \times_3 \mathbf{U}_3^{[r_3]}, \quad (1)$$

式中  $\mathbf{U}_n^{[r_n]}$  由  $r_n$  个 n-mode 奇异向量组成。降噪后的信道矩阵  $\hat{\mathbf{H}}_{sm}$  可以看作是截断的核心张量  $\mathbf{S}^{[r_1, r_2, r_3]}$  和信号子空间  $\mathbf{U}_n^{[r_n]}$  计算得到。截断的核心张量可以

通过如下的等式获得:

$$\mathbf{S}^{[r_1, r_2, r_3]} = \tilde{\mathbf{H}}_{\text{sm}} \times_1 [\mathbf{U}_1^{[r_1]}]^H \times_2 [\mathbf{U}_2^{[r_2]}]^H \times_3 [\mathbf{U}_3^{[r_3]}]^H, \quad (2)$$

式中  $[\cdot]^H$  表示共轭转置.

根据式(1)和(2)可以计算降噪的信道  $\hat{\mathbf{H}}_{\text{sm}}$ , 随后使用相同的逆过程去平滑得到信道矩阵  $\hat{\mathbf{H}}(u) \in \mathbb{C}^{M_1 \times M_2}$ , 最后再预测未来的 CSI.

可以看出如果直接使用 HOSVD 降噪, 当  $M_2 < r_2$  时, 矩阵  $\mathbf{U}_3 \in \mathbb{C}^{M_2 \times M_1 N}$  会出现缺秩的问题. 上节中的数据处理可以选择  $P$ , 使其满足  $M_2 P \geq r_2$ , 从而解决秩不足的问题, 更准确地估计信道, 降低预测误差, 进而提高信道容量.

### 2.3 信道预测

RLS 滤波器是根据最小均方自适应滤波器 (Least Mean Squares, LMS)<sup>[15]</sup> 扩展的一种自适应算法, 其使用指数加权的误差平方和作为代价函数, 对于快变信道有更好的性能和更快的收敛速度<sup>[16]</sup>. 因此, 得到降噪的信道  $\hat{\mathbf{H}}(u)$  后, 本文使用 RLS 算法预测未来的 CSI.

设滤波器的记忆长度为  $K$ , 抽头权重向量  $\mathbf{w}(n) = [w_0(n) \ w_1(n) \ \cdots \ w_{K-1}(n)]^T$ , 期望输



图 1 提出算法的流程图

Fig. 1 Flow chart of the proposed algorithm

## 3 仿真结果

本文通过仿真实验对提出的算法, 文献[14]中的算法(图中数据是对文献[14]算法进行复现得出, 使用相同的假设, 不一样的场景)以及直接信道预测算法(简称为 RLS)进行比较. 使用归一化均方误差(Normalized Mean Square Error, NMSE)来衡量预测误差, 定义为

$$\text{NMSE} = \frac{E[\|\hat{\mathbf{h}} - \mathbf{h}\|_F^2]}{E[\|\mathbf{h}\|_F^2]},$$

式中  $\hat{\mathbf{h}}$  是预测的 CSI,  $\mathbf{h}$  是无噪的 CSI.

### 3.1 复杂度分析

对于 3 种算法的复杂度, 因最后都需使用 RLS 进行信道预测, 只需对比降噪的复杂度即可. 表 1 给出了两种算法降噪的复杂度, 仿真中  $P = 10, L = 61$ , 提出算法降噪的复杂度约为文献[14]的 8.7 倍.

### 3.2 仿真分析

实验均采用瑞利衰落的统计信道模型, 参数设

出  $d(u)$  和滤波器实际输出  $y(u)$  的误差为

$$e(u) = d(u) - y(u) = d(u) - \mathbf{w}^H(n) \hat{\mathbf{h}}_{i,j}(u).$$

式中:  $i = 1, 2, \dots, M_1, j = 1, 2, \dots, M_2$ , 期望响应  $d(u) = \hat{H}_{i,j}(u+1)$ , 输入向量  $\hat{\mathbf{h}}_{i,j}(u)$  可以表示为

$$\hat{\mathbf{h}}_{i,j}(u) = \begin{bmatrix} \hat{H}_{i,j}(u) \\ \hat{H}_{i,j}(u-1) \\ \vdots \\ \hat{H}_{i,j}(u-K+1) \end{bmatrix}.$$

RLS 算法通过最小化下面的代价函数来更新抽头系数

$$\varepsilon(n) = \sum_{u=1}^n \lambda^{n-u} |e(u)|^2 + \sigma \lambda^{n-u} \|w(n)\|^2.$$

式中:  $n$  和  $u$  分别为当前和过去的时刻,  $\sigma$  是正则化参数,  $\lambda$  是遗忘因子, 其取值范围为  $0 \leq \lambda \leq 1$ . 当  $\lambda = 1$  时, 表示每个时刻的误差权重一样, 等同于一般的最小二乘算法;  $\lambda = 0$  代表只有当前时刻的误差起作用, 其他时刻的误差被遗忘. 抽头权重可以通过梯度下降法最小化上面的代价函数递归得到.

整个改进算法的流程见图 1.

表 1 HOSVD 降噪复杂度

Tab. 1 Complexity of HOSVD denoising

算法	降噪的复杂度
文献[14]算法	$O(NM_1 M_2 (r_1 + r_2 + r_3))$
提出的算法	$O(LM_1 M_2 P(r_1 + r_2 + r_3))$

图 2 画出了在收发天线对为  $6 \times 6$ , 最大普勒频移为 50 Hz 时不同方法所获得的信噪比(Signal to Noise Ratio, SNR)与 NMSE 的关系曲线. 虚线表示降噪后得到的 CSI, 即  $\hat{\mathbf{H}}(u)$  的 NMSE, 实线表示预测的 CSI 误差. 显而易见, 3 种算法降噪后的误差和预测误差均随信噪比的增加而降低; 同时, 可以看出该文所提算法降噪后的误差明显低于对比算法的误差, 从而降低预测误差. 可对比出, 虽然本文提出的算法复杂度相对较高, 但相比算法对性能的提升来看, 是可以接受的.

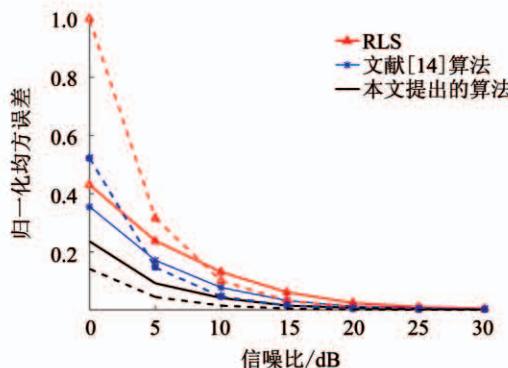


图 2 NMSE 随信噪比的变化曲线

Fig. 2 Change curves of NMSE with SNR

图 3 是收发天线对为  $6 \times 2$ , 最大多普勒频移为 50 Hz 时不同方法所获得的信噪比与 NMSE 的关系曲线。可以看出, 该文所提算法降噪后的误差和预测误差都明显低于对比算法的误差。对比图 2、图 3 可以得出, 文献[14]算法和提出算法的估计误差和预测误差均随天线数减少而上升。这是因为天线数减少会引起秩不足, 使张量在空域上的秩等于天线数, 难以区分开噪声子空间和信号子空间, 减弱了降噪效果, 进而降低预测性能; 同时, 因为提出算法使用矩阵重排和空时平滑来解决秩不足问题, 使其估计误差低于对比算法, 进而提高预测性能。

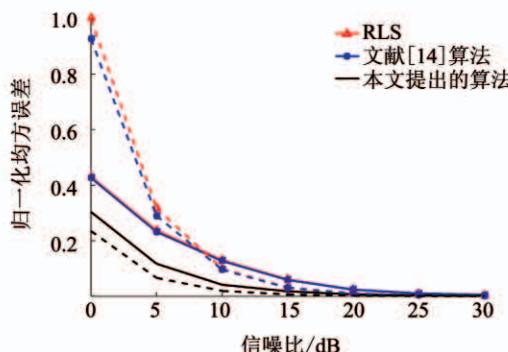


图 3 NMSE 随信噪比的变化曲线

Fig. 3 Change curves of NMSE with SNR

图 4 是在收发天线对为  $6 \times 6$ , 信噪比为 10 dB 时 NMSE 随最大多普勒频移的变化曲线。从图 4 中可以看出, NMSE 随最大多普勒频移增加而增加; 无论是降噪后的误差还是预测误差, 提出算法的性能均明显优于对比算法, 这是由于提出的算法在 HOSVD 降噪前, 对噪声进行平滑, 从而导致更低的误差。

图 5 画出了收发天线对为  $6 \times 2$ , 信噪比为 10 dB 时 NMSE 随最大多普勒频移的变化曲线。文献[14]算法和提出的算法均优于 RLS, 但对于最大多普勒频移大于 70 Hz 时, 文献[14]算法的性能几乎与 RLS 性能一致, 而提出的算法预测误差低于对比算法, 因此, 提出的算法可以更好地减小多普勒频移的影响。

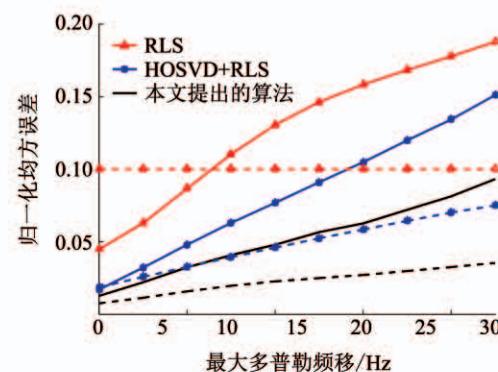


图 4 NMSE 随最大多普勒频移的变化曲线

Fig. 4 Change curves of NMSE with the maximum Doppler shift

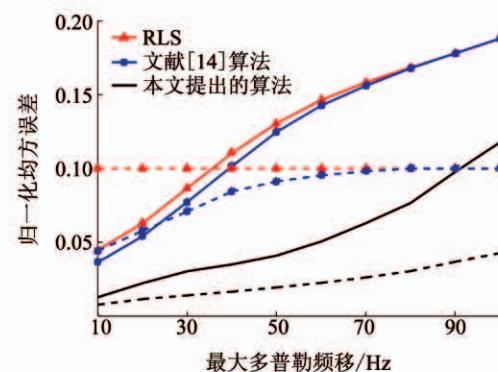


图 5 NMSE 随最大多普勒频移的变化曲线

Fig. 5 Change curves of NMSE with the maximum Doppler shift

图 6 是不同信道预测算法下, 基于 SVD 传输的注水容量的累积分布函数。其信噪比为 5 dB, 最大多普勒频移为 50 Hz。可以看出, 由于预测信道与实际信道存在误差, 使信道容量低于理想容量。结合图 2、图 3 的预测误差和图 6 中收发天线对为  $6 \times 2$ 、 $6 \times 6$  时的信道容量, 可对比出, 提出算法能有效降低天线数少引起的秩不足问题对预测误差的影响, 从而减小了容量的损失。

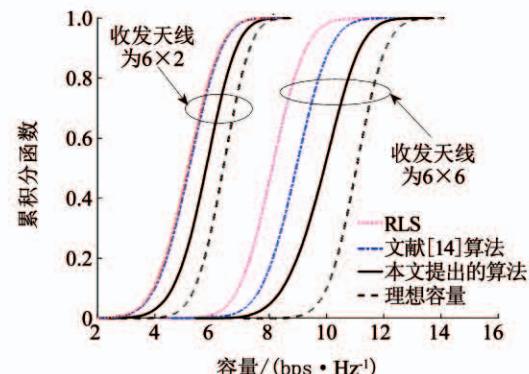


图 6 信道容量的累积分布函数

Fig. 6 Cumulative distribution function of channel capacity

图 7 仿真了信噪比为 10 dB, 收发天线对分别为  $6 \times 6$  和  $6 \times 2$  时, 最大多普勒频移对信道容量的影响。可以看出, 3 种预测算法的信道容量随多普勒

频移增加而降低, 这是由于多普勒频移的增加会提高预测误差, 进而影响信道容量。同样地可对比出, 提出算法可以最大程度地补偿信道容量的损失。

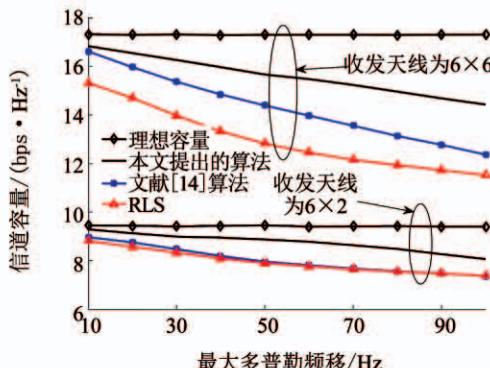


图 7 信道容量随最大多普勒频移的变化曲线

Fig. 7 Change curves of channel capacity with the maximum Doppler shift

## 4 结 论

本文提出了一种改进的信道预测算法, 先对采样的 CSI 使用平滑重构信道矩阵, 随后对重构的信道矩阵在张量域降噪, 最后使用 RLS 算法进行信道预测。该算法充分利用了 MIMO 信道的多维结构特性, 将张量域降噪和预测分离开, 可以降低传统的张量框架下预测算法的复杂度。同时, 平滑使算法可以有效地降低多普勒频移以及天线数较少引起的秩缺失问题对预测误差的影响, 从而提高信道容量。仿真结果验证了所提算法的性能。

## 参 考 文 献

- [1] MI D, DIANATI M, ZHANG Lei, et al. Massive MIMO performance with imperfect channel reciprocity and channel estimation error [J]. IEEE Transactions on Communications, 2018, 65(9): 3734. DOI: 10.1109/TCOMM.2017.2676088
- [2] HEATH R W, TRUONG K T. Effects of channel aging in massive MIMO systems [J]. Journal of Communications & Networks, 2013, 15(4): 338. DOI: 10.1109/JCN.2013.000065
- [3] ADEOGUN R O, TEAL P D, DMOCHOWSKI P A. Extrapolation of MIMO mobile-to-mobile wireless channels using parametric-model-based prediction [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2015, 64(10): 4487. DOI: 10.1109/TVT.2014.2366757
- [4] LI Jianfeng, JIANG Defu, ZHANG Xiaofei. DOA estimation based on combined unitary ESPRIT for coprime MIMO radar [J]. IEEE Communications Letters, 2017, 21(1): 96. DOI: 10.1109/LCOMM.2016.2618789
- [5] KUANG Jingming, ZHOU Yuan, FEI Zesong. Joint DOA and channel estimation with data detection based on 2D unitary ESPRIT in massive MIMO systems [J]. Frontiers of Information Technology & Electronic Engineering, 2017, 18(6): 841. DOI: 10.1631/FITEE.1700025
- [6] 李绍滨, 林磊, 胡航. Y 形阵列宽带信号二维来波方向估计 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2012, 44(1): 67  
LI Shaobin, LIN Lei, HU Hang. A 2-D direction of arrival estimation for wideband signals based on Y-shaped array [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2012, 44(1): 67. DOI: 10.11918/j.issn.0367-6234.2012.01.013
- [7] NAGASHIMA R, OHTSUKI T, JIANG Wenjie, et al. Channel prediction for massive MIMO with channel compression based on principal component analysis [C]//Proceedings of 27th IEEE Annual International Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communications. Piscataway: IEEE, 2016: 1. DOI: 10.1109/PIMRC.2016.7794949
- [8] SHARMA M, JAYALATH D, SUZUKI H, et al. Performance analysis of multi-user MIMO downlink system in time-varying channels [C]//Proceedings of 17th International Symposium on Communications and Information Technologies. Piscataway: IEEE, 2017: 103. DOI: 10.1109/ACSSC.2004.1399231
- [9] XU Zhinan, HOFER M, ZEMEN T. A time-variant channel prediction and feedback framework for interference alignment [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2017, 66(7): 5961. DOI: 10.1109/TVT.2017.2647880
- [10] KAPOOR D S, KOHLI A K. Channel estimation and long range prediction of fast fading channels for adaptive OFDM system [J]. International Journal of Electronics, 2018, 105(9): 1451. DOI: 10.1080/002027217.2018.1460871
- [11] ZHAO Yisheng, GAO Hui, BEAULIEU N, et al. Echo state network for fast channel prediction in Ricean fading scenarios [J]. IEEE Communications Letters, 2017, 21(3): 672. DOI: 10.1109/LCOMM.2016.2632100
- [12] DING Tianben, HIROSE A. Fading channel prediction based on combination of complex-valued neural networks and chirp z-transform [J]. IEEE Transactions on Neural Networks & Learning Systems, 2014, 25(9): 1686. DOI: 10.1109/TNNLS.2014.2306420
- [13] MILOJEVIC M, GALDO G D, HAARDT M. Tensor-based framework for the prediction of frequency-selective time-variant MIMO channels [C]// Proceedings of International ITG Workshop on Smart Antennas. Piscataway: IEEE, 2008: 147. DOI: 10.1109/WSA.2008.4475550
- [14] AMIN M B, ZIRWAS W, HAARDT M. HOSVD-based denoising for improved channel prediction of weak massive MIMO channels [C]// Proceedings of 85th IEEE 8 Vehicular Technology Conference. Piscataway: IEEE, 2017: 1. DOI: 10.1109/VTCSpring.2017.8108241
- [15] DOS C C, GALDINO J F, PINTO E L. On the design of LMS-based channel estimators using the doppler spread parameter [J]. Digital Signal Processing, 2013, 23(1): 281. DOI: 10.1016/j.dsp.2012.07.009
- [16] 杨威, 刘宏清, 黎勇, 等. 冲击噪声下的 LMS 和 RLS 联合滤波算法 [J]. 西安电子科技大学学报, 2017, 44(2): 165  
YANG Wei, LIU Hongqing, LI Yong, et al. Joint estimation algorithms based on LMS and RLS in the presence of impulsive noise [J]. Journal of Xidian University, 2017, 44(2): 165. DOI: 10.3969/j.issn.1001-2400.2017.02.028