DOI:10.11918/201911093

考虑膝关节转动刚度的二段腿行走步态分析

林彬添^{1,2},张清文^{1,2},范 峰^{1,2}

(1.结构工程灾变与控制教育部重点实验室(哈尔滨工业大学),哈尔滨 150090;2. 土木工程智能防灾减灾工业和信息化部重点实验室(哈尔滨工业大学),哈尔滨 150090)

摘 要:为研究腿部构造对双足倒立摆行走步态的影响,提出了一种含膝关节的二段腿倒立摆模型,确定了腿部受到的反力 和腿长的关系,建立了模型运动控制方程和仿真模型,采用庞加莱映射和牛顿迭代法求得了模型周期性行走步态结果,分析 了机械能、冲击角、膝关节初始角度、膝关节转动刚度等模型参数对行走步态的影响.分析结果表明:含膝关节的二段腿初始 刚度较大,随着变形的增大刚度逐渐减小,表明二段腿存在受力柔化特性;二段腿模型能够在一定参数范围内实现多种周期 性步态,给定合适的参数组合,模型能够覆盖人体正常行走的频率区间.对比线弹簧模型,本文模型构造更接近于真实人体, 模型参数物理意义明确,为模型的实验验证和参数标定打下了基础.

关键词:行走;二段腿;倒立摆;步态分析

中图分类号: TU130.1030

文献标志码: A 文章编号: 0367 - 6234(2020)10 - 0078 - 07

Gait analysis of two-segment leg considering knee joint rotational stiffness

LIN Bintian^{1,2}, ZHANG Qingwen^{1,2}, FAN Feng^{1,2}

 $(1. \, Key \ Lab \ of \ Structures \ Dynamic \ Behavior \ and \ Control \ (\ Harbin \ Institute \ of \ Technology) \ , \ Ministry \ of \ Education \ ,$

Harbin 150090, China; 2. Key Lab of Smart Prevention and Mitigation of Civil Engineering Disasters

 $({\it Harbin Institute of Technology})\,,\, {\it Ministry of Industry and Information Technology}\,,\, {\it Harbin 150090}\,,\, {\it China})$

Abstract: To investigate the influence of the structure of legs on walking gait patterns of bipedal inverted pendulum, a bipedal model with two-segment legs was proposed. The relationship between the reaction force on the leg and the length of the leg was determined. Functions of motion and the simulation model of the proposed bipedal model were built. Periodic walking gait patterns were solved with Poincare return map and Newton-Raphson algorithm. Influences of model parameters including mechanical energy, attack angle, knee rest angle, and joint stiffness on gait patterns were analyzed. Analytical results show that the initial stiffness of the two-segment leg was large, while it gradually decreased with the increase of the deformation of the leg, indicating that the two-segment leg may soften with deformation. The proposed bipedal model could achieve various walking gait patterns in a certain range of parameters. It could also cover the range of the pacing rate of normal human walking, if the values of the parameters were well selected. Compared with models with linear spring legs, the proposed model was closer to the body structure of real human, and the physical meanings of its parameters were clearer, which lays foundation for experimental verification and parameters calibration of the model.

Keywords: walking; two-segment leg; inverted pendulum; gait analysis

倒立摆是模拟人体步态的基本模型. 文献[1] 采用一个由无质量的线弹簧腿和质点组成的倒立弹 簧摆(spring-loaded inverted pendulum, SLIP)来模拟 奔跑,见图1(a);文献[2]采用两条无质量的刚性 腿和质点组成的倒立摆来模拟行走;文献[3]将行走 和奔跑统一用线弹簧倒立摆进行模拟,见图1(b),采 用这种柔性腿模型的优点是行走双足支撑阶段能够 得到很好的模拟;文献[4]进一步研究了线弹簧腿 倒立摆抵抗扰动稳定行走的能力,以及模型行走的 效率,给出了模拟人体正常行走的合理参数范围.此 外,文献[5]在 SLIP 模型的基础上附加了半圆来考 虑行走过程中落脚点的前移,见图1(c);文献[6] 考虑了躯干和髋关节的影响,研究人体行走的姿态 控制和稳定性.

这类模型虽然构造简单,但是能够合理地描述 人体质心的运动轨迹,其地反力(ground reaction force, GRF)时程具有实测行走荷载时程的"双峰 值"特性^[3],同时动力学分析方便,因而被广泛地运 用于不同领域,例如,基于倒立弹簧摆抵抗扰动稳定 行走的特性,文献[7-8]将其用于设计机器人;医疗

收稿日期: 2019-11-13

基金项目:国家自然科学基金青年科学基金(51508133)

作者简介: 林彬添(1994—),男,博士研究生; 范 峰(1971—),男,教授,博士生导师

通信作者:张清文,zhangqw@hit.edu.cn

领域,文献[9]将其用于人体负重行走研究,预防摔倒;伴随着建筑结构跨度的增大,人体运动荷载导致的结构振动问题逐渐显现出来,文献[10-11]将倒立摆模型与结构动力学模型耦合,分析人与结构的相互作用机理.



(a) 倒立弹簧摆[1]







图1 倒立摆模型

Fig. 1 Inverted pendulum models

值得注意的是,真实人体的腿部并不是理想的 线弹簧,而是由多个肢体和关节构成的复杂机 构^[12],极度的简化也为模型的实验验证及参数标定 带来了困难.采用刚性杆件代表肢体,通过具有转动 刚度的关节进行连接,同样具有柔性腿特性,进而能 够模拟双足支撑阶段.为了分析腿部构造对倒立摆 行走步态的影响,本文考虑了一种由含膝关节的二 段腿和质点组成的倒立摆模型.本文首先确定了膝 关节的刚度和初始角度对腿部力学特性(腿部反力 与腿长关系)的影响,然后建立了模型运动的控制 方程和仿真模型,采用庞加莱映射和牛顿迭代法求 得了模型周期性行走的步态结果,分析了模型参数 对行走步态的影响.

1 二段腿倒立摆模型

本文采用的二段腿模型见图 2,人体质量为 m, 集中在质心(center of mass, CoM),质心坐标记为 (x_m, y_m) ,由两条无质量的腿进行支承,腿部包含两 个刚性肢体,代表小腿和大腿,其中小腿长度为 l_1 , 大腿长度为 l_2 ,通过具有转动刚度 k 的膝关节连接 在一起,定义图示由大腿延长线转向小腿所成的锐 角为膝关节角,用 θ 表示,膝关节内力矩为0 的角度 定义为膝关节初始角度,用 θ_0 表示,假定腿部在支 撑相与地面铰接,忽略落脚点的前移与脚部相对地 面的滑动,落脚点的水平坐标记为 d_i ,下标 i 表示落 脚点对应的步数.



Fig. 2 Two-segment leg model

根据步态分析领域的定义,两个相邻步态事件 之间的行走过程为一个单步(step)^[3],单步过程起 点的选取不影响步态的讨论,本文选取竖直腿摆向 (vertical leg orientation, VLO)事件^[4]作为单步过程 的起点,假定此时模型处于单足支撑阶段且质心位 于落脚点竖直上方,模型行走的第*i*个单步见图 3.



Fig. 3 Gait cycle of a single step

两个相间步态事件之间的行走过程为一个跨步 (stride),例如,同侧腿的两个相邻 VLO 事件之间的 行走过程,可知一个跨步包含两个单步.由于摆动腿 没有质量,对质心运动没有影响,图示没有将其画 出;质心由图示位置向前运动,摆动腿始终与地面保 持恒定的冲击角α,当质心与假定落脚点的距离恰 好为腿初始长度时,摆动腿触地,进入双足支撑阶 段,两个相邻落脚点间的水平距离即为步长;当后支 撑腿的反力减小为0时,后支撑腿离地,再次进入单 足支撑阶段,直到质心来到下一个落脚点竖直上方, 即 VLO_{i+1},代表模型完成了一个单步过程.

对质心进行受力分析,见图 4,因为模型的腿部 没有质量,可以等效为一个二力杆,所以腿部受到的 两个反力必然等值,沿着作用点的连线方向,方向相 反.膝关节的内力矩为 k(θ - θ₀),由三角形面积相 等可得腿反力相对于膝关节的力臂为

$$h = \frac{l_1 l_2 \sin \theta}{r},\tag{1}$$

式中 $r = \sqrt{(x_m - d_i)^2 + y_m^2}$ 为腿的长度,以膝关节为 基点,力矩平衡

$$Fh = k(\theta - \theta_0), \qquad (2)$$

将式(1)代入式(2),整理可得腿部的反力大小为

$$F = \frac{k(\theta - \theta_0)}{l_1 l_2 \sin \theta} r = Pr, \qquad (3)$$

式中 $P = k(\theta - \theta_0) / l_1 l_2 \sin \theta$ 为名义腿刚度.



Fig. 4 Illustration of force analysis

质心(双足支撑阶段)受到重力 mg 与腿部作用力 F_i 和 F_{i+1} ,由牛顿第二定律可得:

$$F_{i}^{x} + F_{i+1}^{x} = m\ddot{x}_{m}, \qquad (4)$$

$$F_{i}^{y} + F_{i+1}^{y} - mg = m\ddot{y}_{m}, \qquad (5)$$

式中: F_i^x 、 F_i^y 、 F_{i+1}^x 、 F_{i+1}^y 为腿部作用力在 x 和 y 坐标 轴方向的投影,由式(3)可知:

$$F_i^x = P_i r_i^x = P_i (x_m - d_i)$$
, (6)

$$F_i^y = P_i r_i^y = P_i y_{\rm m}, \qquad (7)$$

$$F_{i+1}^{x} = P_{i+1}r_{i+1}^{x} = P_{i+1}(x_{m} - d_{i+1}), \qquad (8)$$

$$F_{i+1}^{y} = P_{i+1}r_{i+1}^{y} = P_{i+1}y_{\rm m}, \qquad (9)$$

代入式(4)、(5),可得质心的运动方程:

$$P_i(x_m - d_i) + P_{i+1}(x_m - d_{i+1}) = m\ddot{x}_m, \quad (10)$$

$$P_{i}y_{m} + P_{i+1}y_{m} - mg = m\ddot{y}_{m}, \qquad (11)$$

单足支撑阶段运动方程形式相同,仅保留支撑腿对 应项即可.

定义状态向量

$$\boldsymbol{V} = \begin{bmatrix} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} x_{\mathrm{m}} & y_{\mathrm{m}} & \dot{x}_{\mathrm{m}} & \dot{y}_{\mathrm{m}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$

莫型的状态方程为

$$\begin{bmatrix} v_{1} \\ \dot{v}_{2} \\ \dot{v}_{3} \\ \dot{v}_{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{3} \\ v_{4} \\ P_{i}(v_{1} - d_{i})/m + P_{i+1}(v_{1} - d_{i+1})/m \\ P_{i}v_{2}/m + P_{i+1}v_{2}/m - g \end{bmatrix}.$$
 (12)

状态向量的维数为 4,由于模型是一个保守系 统,机械能守恒,施加一个约束条件,机械能给定为 E_0 ,采用状态空间分析方法^[13],根据 VLO 事件建立 庞加莱映射^[4],系统独立的变量维数缩减为 2,独立 变量的选取不影响系统的性质,本文参考文献[4], 选取的独立变量为 VLO_i 时刻的质心高度 y_0 和速度 方向角 β ,见图 5.



Fig.5 Poincare return map 由此建立的庞加莱映射为

$$\begin{bmatrix} y_0^i \\ \boldsymbol{\beta}^i \end{bmatrix} \mapsto \begin{bmatrix} y_0^{i+1} \\ \boldsymbol{\beta}^{i+1} \end{bmatrix}.$$
(13)

庞加莱映射的不动点^[13]即为模型的周期性行 走步态,本文在 MATLAB/SIMULINK 环境建立仿真 模型,模型框图见图6,模型包括:积分模块、单双足 支撑相转换模块和触地离地判定模块3个部分,状 态方程的求解采用 ode45 变步长求解器.采用牛顿 迭代法求取了模型不动点,由此得到了模型周期性 行走步态结果.

2 二段腿力学特性

为比较二段腿和线弹簧腿的力学特性,绘制腿 部受到的反力与腿长的关系曲线,见图 7. 根据文献 [12]可知人体大小腿长度相近,本文取大小腿长度 l_1, l_2 均为0.5 m;参考文献[4]中给出了人体正常行 走的腿刚度范围(应大于 14 $mg/l_0, l_0$ 为线弹簧原 长,本文取 m = 80 kg),选用原长为1.0 m,线刚度为 12 kN·m⁻¹的线弹簧作为对照组,由公式(1)可知 腿内力正比于膝关节转动刚度 k,取膝关节腿刚度 k = 400 Nm·rad⁻¹;进而可分析膝关节初始角度对 二段腿动力特性的影响,见图 7 的反力 – 腿长曲线.

根据文献[14]可知,人体正常行走时,质心的 竖直位移幅值为0.091 m,仿真过程中发现模型的 腿长度大于0.9 m,故本文分析的腿长范围为0.9 m 到腿初始长度.由图7可知,二段腿受压缩的初期, 反力随着变形的增大上升较快,表明二段腿有较大 的初始刚度,随着变形的逐渐增大,反力的上升较为 缓慢,表明二段腿在变形较大时有柔化现象.分析可 知,随着变形的增大,反力的力臂变长,由式(2)可 得,单位膝关节内力矩可以抵抗的反力减小,因而二 段腿有受力柔化特性.在本文的分析范围内,膝关节 初始角度的增大导致反力 – 腿长曲线的左移,相同 腿长条件下,膝关节初始角度大的二段腿内力矩较小,故能够抵抗的反力较小.



图 6 SIMULINK 模型







3 二段腿模型行走步态

3.1 机械能的影响

与线弹簧模型类似,二段腿模型能够在较大的 冲击角范围内实现周期性的行走步态.图 8 为膝关 节转动刚度 $k = 400 \text{ Nm} \cdot \text{rad}^{-1}$,初始角度 $\theta_0 = 20^{\circ}$ 的 二段腿模型,在不同机械能 E_0 下周期性步态的分布 情况.图 8 曲线上的每个点均对应一个周期性的步 态结果,由图 8 可知,二段腿模型能够实现对称性和 非对称性(地反力时程曲线的形态,见图 9)两类周期 性步态,其中,对称性步态在 VLO 时刻的质心速度 方向角均为 0,而非对称性步态不为 0,见图 8(c). $\alpha - \beta$ 曲线与 $\beta = 0$ 的交点为一个对称性步态,随着 机械能的减小,其冲击角 α 逐渐增大,由该对称步态向两边发展得到的非对称步态,其 VLO 时刻的质心高度 y_0 均逐渐减小,见图 8(b).观察图 8(c)可知,机械能较小的非对称性步态冲击角较大,因而摆动腿触地时质心的高度较大,同时由图 8(b)可知, VLO 时刻质心的高度 y_0 随机械能减小而降低,当机械能进一步减小,VLO 时刻模型处于单足支撑阶段的假定将不能满足,不能求得非对称性步态,本文得到的非对称性步态结果可行域为 E_0 不小于 790 J.观察图 8(a)可知,对称性步态在 $\alpha - y_0$ 坐标上存在两个分支,当机械能 E_0 = 820 J 时,两个分支分别位于左上角和右下角,随着机械能 E_0 的减小,曲线的分布形式发生了改变,例如,当机械能 E_0 = 800 J 时,两分支分别位于图示左下角和右上角.

图9展示了图8所示步态A至F的一跨步地反 力时程曲线.由图9(b)可知,该分支上的步态,其地 反力时程与实测地反力时程不同,仅有一个峰值;由 图9(d)可知,该分支的步态结果步频较高,且双足 支撑阶段时间占步行周期较大比例,行走效率较 低^[4],故后续不再讨论这两种步态.图9(a)、(c)、 (e)和(f)具有人体行走地反力的"双峰值"特性,通 常来说,人体行走的落步荷载时程是非对称的,其第 二个峰值稍小于第一个峰值^[15-16],步态F所在分支 更接近于真实行走落步荷载.



图9 竖向地反力时程



对比图 9(a)、(c)可知,机械能 *E*₀ 的降低将导 致地反力时程峰值减小,同时峰值之间的低谷值将 增大.为分析机械能对步态参数,包括步频、步长和 平均步速的影响,以步态 A 为对照组,仅改变机械 能 *E*₀,各步态的步态参数见表 1,由表 1 可知,机械 能的减小将导致步频降低,步长增大,平均步速减 小.提高平均步速最有效的方式为增加能量输入,这 与线弹簧模型结论一致^[3].

Tab. 1	Effect of	mechanical	energy	on	gait	parameters
1 a.b. 1	LICCT OF	meenamear	chergy	on	San	parameters

机械能/J	步频/Hz	步长/m	步速/(m・s ⁻¹)
820	2.20	0.535	1.18
810	2.04	0.550	1.12
800	1.85	0.566	1.05
790	1.64	0.579	0.95
780	1.38	0.591	0.82

3.2 冲击角的影响

为分析冲击角对模型步态参数的影响,表2列

举了步态 A 及其邻近步态的步态参数.由表 2 可 知,随着冲击角的增大,对称性步态的步频逐渐提 高,步长逐渐减小,平均步速则稍有降低. 文献[17] 指出人体正常行走的步频范围为 1.6 Hz 到 2.4 Hz, 结合表 1、2 可知,本文展示的步频范围为 1.38 Hz 到 2.43 Hz,可见二段腿模型在给定参数范围下能 够较好地覆盖人体正常行走的步频区间.

表3列举了非对称性步态 F 及其邻近步态的步态参数,由表3可知,在本文分析的冲击角范围内, 非对称性步态的步态参数对于冲击角的变化不敏 感.分析可知,对称性步态处于 VLO 状态时速度方 向角为0,冲击角控制摆动腿的触地判定,直接影响 步态参数;非对称性步态处于 VLO 状态时速度方向 角不为0,摆动腿的触地判定由冲击角和速度方向 角共同决定,步态参数基本不变,然而地反力两个峰 值的大小关系发生了变化,见图9(e)、(f).

表 2 冲击角对步态参数的影响(对称步态)

Effect of attack angle on gait parameters Tab. 2

(symmetric gait patterns)					
冲击角/(°)	步频/Hz	步长/m	步速/(m・s ⁻¹)		
67	1.92	0.628	1.21		
68	2.10	0.567	1.19		
69	2.20	0.535	1.18		
70	2.31	0.503	1.16		
71	2.43	0.471	1.14		

表 3 冲击角对步态参数的影响(非对称步态)

Tab. 3 Effect of attack angle on gait parameters

		э	۰.	
0	\sim		۱	
15 -	S.,		J	
·~ ,	~ .	1	,	

冲击角/(°)	步频/Hz	步长/m	步速/(m・s ⁻¹)
68	2.21	0.531	1.17
69	2.20	0.532	1.17
70	2.21	0.531	1.17
71	2.21	0.530	1.17

3.3 膝关节初始角度的影响

质心高度 /m



的冲击角.

图 10 膝关节初始角度对步态分布的影响

Fig. 10 Effect of knee rest angle on gait distribution

膝关节初始角度对步态参数的影响 表 4

Effect of knee rest angle on gait parameters Tab. 4

膝关节初始角/(°)	步频/Hz	步长/m	步速/(m・s ⁻¹)
20	2.20	0.535	1.18
18	2.10	0.562	1.18
16	1.99	0.590	1.17

3.4 膝关节转动刚度的影响

为分析膝关节初始角度对步态分布的影响,图 11 展示了机械能 E_0 = 820 J,膝关节初始角度 θ_0 = 20° 条件下,不同膝关节转动刚度的二段腿模型的步态 分布情况.由图 11(a)可知,对于对称性步态,以步 态 A 所在分支为参考,随着膝关节转动刚度的增 大,步态分布曲线对应的冲击角区间扩大,表明刚度 更大的腿能够在更大的冲击角范围内实现周期性行 走;对于非对称性步态,以步态 F 所在分支为参考, 随着膝关节转动刚度的增大,步态分布曲线右移.由 此可见,膝关节转动刚度较大的二段腿模型产生的 非对称性步态具有较大的冲击角.

10 展示了机械能 E_0 = 820 J, 膝关节转动刚度 k =

400 Nm · rad⁻¹条件下,不同膝关节初始角度的二段 腿模型的步态分布情况.由图 10(a)可知,对于对称 性步态,以步态 A 所在分支为参考,随着初始角度 的减小,步态分布曲线右移,表明冲击角增大;对于 非对称性步态,以步态 F 所在分支为参考,随着初 始角度的减小,步态分布曲线右移.由此可见,膝关 节初始角度较小的二段腿模型产生的步态具有较大

表4分析了膝关节初始角度对步态参数的影 响,以步态 A 为对照组,减小膝关节初始角度将导 致步频降低,步长增大,然而平均行走速度的变化很 小. 由图7可知, 在本文讨论的参数范围内, 膝关节 初始角度的减小导致曲线右移,其效果近似于腿长



膝关节转动刚度对步态分布的影响 图 11

Fig. 11 Effect of knee stiffness on gait distribution

第52卷

表5分析了膝关节转动刚度对步态参数的影响,以步态A为对照组,增大膝关节转动刚度将导致步频小幅度降低,步长小幅度增大,平均行走速度稍有增大.由图11(a)可知,冲击角相同的条件下,虽然刚度更大的二段腿VLO时刻的质心高度较低, 但是腿部对质心竖向的支撑作用更强,从VLO到摆动腿触地耗时依然更长,其步频更低.

± -	<u></u> ···································	
表う	旅大卫转动刚度对步念奓致的影响。	

Tab. 5 Effect of knee stiffness on gait parameters

膝关节转动刚度/ (Nm・rad ⁻¹)	步频/Hz	步长/m	步速/(m・s ⁻¹)
400	2.20	0.535	1.18
420	2.18	0.548	1.19
440	2.15	0.559	1.20

4 结 论

本文对一种由膝关节连接的二段腿模型开展了 建模分析,得到的主要结论如下:

1)带膝关节的二段腿有较大的初始刚度,随着 变形的增大,刚度逐渐降低,即存在受力柔化现象.

 2) 二段腿模型能够在一定的参数范围内实现 多种形式的周期性步态,可分为对称性和非对称性 两大类.

3)模型参数对步态参数的影响可总结为:增大 模型的机械能,平均行走速度提升最显著;冲击角对 对称性步态的步态参数影响显著,非对称性步态的 步态参数对冲击角不敏感;减小二段腿的膝关节初 始角度,改变步态的频率和步长关系,而平均行走步 速变化很小;膝关节转动刚度增大将小幅度降低步 频,增大步长和平均行走速度.

4) 二段腿模型能够很好地模拟人体行走地反 力的"双峰值"特性,给定合理的参数组合,模型能 够覆盖人体正常行走的步频区间.

可见二段腿模型同样具有柔性腿特征,能够有 效模拟人体行走双足支撑阶段,重现地反力时程的 双峰特性,同时,其构造更加接近于真实人体,参数 物理意义明确,为模型的实验验证及参数标定打下 了基础.进一步的人体行走试验有待开展,测量人体 运动学及动力学参数,探讨简化模型的合理性.

参考文献

- MCMAHON T A, CHENG G C. The mechanics of running: how does stiffness couple with speed [J]. Journal of Biomechanics, 1990, 23(S1): 66. DOI:10.1016/0021-9290(90)90042-2
- [2] DICKINSON M H, FARLEY C T, FULL R J, et al. How animals move: an integrative view[J]. Science, 2000, 288(5463): 100. DOI:10.1126/science.288.5463.100
- [3] GEYER H, SEYFARTH A, BLICKHAN R. Compliant leg behaviour explains basic dynamics of walking and running [J].

Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences, 2006, 273 (1603): 2861. DOI:10.1098/rspb.2006.3637

[4] RUMMEL J, BLUM Y, SEYFARTH A. Robust and efficient walking with spring-like legs [J]. Bioinspiration & Biomimetics, 2010, 5(4): 046004. DOI:10.1088/1748 - 3182/5/4/046004

报

- [5] WHITTINGTON B R, THELEN D G. A simple mass-spring model with roller feet can induce the ground reactions observed in human walking[J]. Journal of Biomechanical Engineering, 2009, 131 (1): 011013. DOI:10.1115/1.3005147
- [6] DAVOODI A, MOHSENI O, SEYFARTH A, et al. From template to anchors: transfer of virtual pendulum posture control balance template to adaptive neuromuscular gait model increases walking stability[J]. Royal Society Open Science, 2019, 6(3): 181911. DOI:10.1098/rsos.181911
- GAROFALO G, OTT C, ALBU-SCHÄFFER A. Walking control of fully actuated robots based on the Bipedal SLIP model [C]// Proceedings of IEEE International Conference on Robotics & Automation. St Paul, MN: IEEE, 2012:1456. DOI: 10.1109/ ICRA.2012.6225272
- [8] WALKER K, HAUSER H. Adapting stiffness and attack angle through trial and error to increase self-stability in locomotion [J]. Journal of Biomechanics, 2019, 87 (1): 28. DOI: 10.1016/j. jbiomech. 2019. 02.009
- [9] ACKERMAN J, POTWAR K, SEIPEL J. Suspending loads decreases load stability but may slightly improve body stability[J]. Journal of Biomechanics, 2017, 52 (1): 38. DOI: 10.1016/j. jbiomech. 2016. 12.001
- [10] QIN Jingwei, LAW S S, YANG Qingshan, et al. Pedestrian-bridge dynamic interaction, including human participation [J]. Journal of Sound and Vibration, 2013, 332(4): 1107. DOI:10.1016/j.jsv. 2012.09.021
- [11]高延安. 基于自驱动机制双足模型的人致结构振动分析[D]. 北京:北京交通大学,2017:17
 GAO Yanan. Bipedal pedestrians induced structural vibration based on self-driven mechanism[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2017:17
- [12] BRUDERLIN A, CALVERT T W. Goal-directed, dynamic animation of human walking [C]// Proceedings of the 16th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: Association for Computing Machinery, 1989:233. DOI:10. 1145/74334.74357
- [13]STROGATZS H. Nonlinear dynamics and chaos: with applications to physics, biology, chemistry, and engineering [M]. 2nd ed. Boca Raton: CRC Press, 2018:281
- [14] LEE C R, FARLEY C T. Determinants of the center of mass trajectory in human walking and running [J]. The Journal of Experimental Biology, 1998, 201 (21): 2935. DOI: 10.1007/ s000360050117
- [15] DANG H V, ZIVANOVIC S. Experimental characterisation of walking locomotion on rigid level surfaces using motion capture system[J]. Engineering Structures, 2015, 91(1): 141. DOI: 10. 1016/j. engstruct. 2015. 03. 003
- [16] AHMADI E, CAPRANI C, ZIVANOVIC S, et al. Vertical ground reaction forces on rigid and vibrating surfaces for vibration serviceability assessment of structures [J]. Engineering Structures, 2018, 172(1): 724. DOI: 10.1016/j.engstruct.2018.06.059
- [17] RACIC V, PAVIC A, BROWNJOHN J M W. Experimental identification and analytical modelling of human walking forces: literature review [J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 326 (1/2): 5. DOI: 10.1016/j.jsv.2009.04.020

(编辑 赵丽莹)