DOI:10.11918/201912134

## 钢-混凝土组合梁负弯矩区裂缝宽度数值计算模型

宋爱明1,李志聪2,徐洪涛3,万水1,周鹏1

(1.东南大学 交通学院,南京 211189;2.河北省交通规划设计院,石家庄 050011;3.河北科技大学 建筑工程学院,石家庄 050011)

摘 要:为得到较为准确的钢-混凝土组合梁负弯矩区裂缝宽度分析模式,综合考虑钢筋和混凝土间黏结应力-滑移关系、钢 梁与混凝土界面的滑移效应、混凝土收缩应变以及拉伸硬化效应,基于黏结-滑移理论建立了静力荷载作用下组合梁负弯矩 区裂缝宽度的数值计算模型,并将模型预测值与相关文献数据和规范公式计算结果进行了对比分析.结果表明:在组合梁达 到屈服荷载前,模型计算值能够较好地模拟裂缝宽度的发展过程,不考虑钢梁与混凝土板之间界面滑移效应时得到的裂缝宽 度比考虑界面滑移效应时增大10%左右;按照规范推荐公式得到的结果与试验值偏差较大,而采用数值模型所得结果与试验 值吻合度较高,离散系数极小,进一步验证了模型的准确性和适用性.

关键词:钢-混凝土组合梁;负弯矩区;裂缝宽度;黏结-滑移理论;数值模型

中图分类号:TU 398+.9 文献标志码:A 文章编号:0367-6234(2021)03-0075-07

# Numerical calculation model of crack width in negative moment regions of steel-concrete composite beams

SONG Aiming<sup>1</sup>, LI Zhicong<sup>2</sup>, XU Hongtao<sup>3</sup>, WAN Shui<sup>1</sup>, ZHOU Peng<sup>1</sup>

(1. School of Transportation, Southeast University, Nanjing 211189, China;

2. Hebei Provincial Communications Planning and Design Institute, Shijiazhuang 050011, China;

3. School of Civil Engineering, Hebei University of Science and Technology, Shijiazhuang 050011, China)

**Abstract**: To obtain a more accurate method for analyzing the crack width in negative moment regions of steelconcrete composite beams, a numerical calculation model of crack width under static loading based on bond-slip theory was established, considering the bond-slip relationship between reinforcement and concrete, the slip effect between steel beam and concrete slab, concrete shrinkage strain, and tension-stiffening effect. The predicted values of the model were compared with related literature data and the calculation results of standard formulas. Results show that the calculated values of the proposed model could well simulate the development process of crack width before the composite beam reached the yield load. The suggested model appeared to provide unreliable predictions that the crack width increased by 10% when the slip effect at the beam-slab interface was not considered. Compared with the experimental values, the results obtained from the standard formulas had a large deviation. While the results obtained from the proposed numerical calculation model were in good agreement with the measured values, and the dispersion coefficient was the minimum, which verified the accuracy and applicability of the model. **Keywords**: steel-concrete composite beam; negative moment region; crack width; bond-slip theory; numerical model

桥梁结构中混凝土板裂缝的发展不但影响结构 美观,而且会造成开裂截面附近的钢筋锈蚀,从而直 接影响到结构的正常使用和耐久性能. 自钢筋混凝 土结构问世 100 多年来,国内外学者针对其裂缝宽 度的研究较多,对于裂缝发展的诸多影响因素已有

收稿日期: 2019-12-25

通信作者:万 水,seufrpbridge@163.com

统一的看法,但将所有因素统一概括到一个计算模 式中难以实现<sup>[1-2]</sup>.对于钢-混凝土连续组合梁的负 弯矩区,同样存在着这样的问题.现有的设计规范 均按照钢筋混凝土结构的设计方法来验算和控制负 弯矩区混凝土板的裂缝宽度.但由于在钢梁与混凝 土板交界面存在抗剪连接件以及界面粘结作用,混 凝土板受到钢梁轴向和弯曲刚度的约束,开裂机理 与钢筋混凝土构件有所区别,这样的计算方法往往 会造成一定的误差.

目前,各国规范对允许开裂的钢筋混凝土构件 在使用荷载下的裂缝宽度提出了多种计算方法,如

基金项目:国家自然科学基金(51878151); 河北省交通运输科研项目(Y-2014054); 江苏省普通高校研究生科研创新计划(KYLX15\_0143) 作者简介:宋爱明(1988—),男,博士; 万.水(1960—)用数据增士生导师

万 水(1960—),男,教授,博士生导师

依据滑移理论的欧洲模式规范 CEB-FIP 2010<sup>[3]</sup>,依 据无滑移理论的美国规范 ACI318-11<sup>[4]</sup>,以及依据 综合理论的中国《混凝土结构设计规范》<sup>[5]</sup>.其中, 黏结-滑移理论的应用最为广泛.然而,由黏结-滑移 理论很难得到裂缝宽度的解析解.此时,采用数值计 算方法进行裂缝宽度的计算将是一种行之有效的途 径.此外,近几十年来国内外学者对组合梁负弯矩区 力学性能进行了大量的试验研究<sup>[6-7]</sup>、理论解析<sup>[8-9]</sup> 和数值模拟<sup>[10-11]</sup>,迄今计算和分析方法已趋于成熟, 且能够较好地为设计服务<sup>[12]</sup>,但针对组合梁负弯矩 区裂缝宽度进行较为精确地数值分析方面鲜有文献 报道.裂缝宽度作为组合梁负弯矩区一项重要的力学 性能评价指标,有必要针对其计算方法展开研究.

鉴于此,本文结合合理的本构关系并综合考虑 多项影响因素,建立了基于黏结-滑移理论的组合 梁负弯矩区裂缝宽度数值计算模型,通过相关文献 数据验证了模型的准确性,并与国内外规范公式计 算结果进行了对比分析,以期寻求具有一定可靠性 的计算模式为钢-混凝土组合结构桥梁的设计提供 参考.

1 模型本构关系

## 1.1 材料本构模型

当荷载等级进入裂缝稳定阶段时,裂缝间距将 保持不变,结构仍处于正常使用状态下,此时受拉钢 筋未达到屈服荷载,因此可以假设组合梁负弯矩区 两条裂缝间的材料处于线弹性受力阶段<sup>[1]</sup>.那么可 以给出受拉钢材和混凝土的应力-应变关系为

$$\begin{cases} \sigma_{\rm ct} = E_{\rm e}\varepsilon_{\rm ct}, \\ \sigma_{\rm s} = E_{\rm s}\varepsilon_{\rm s}. \end{cases}$$
(1)

式中: $\sigma_{et}$ 、 $\sigma_{s}$ 分别为混凝土和钢材的应力, $\varepsilon_{et}$ 、 $\varepsilon_{s}$ 分 别为混凝土和钢材的应变, $E_{e}$ 、 $E_{s}$ 分别为混凝土和 钢材的弹性模量.

## 1.2 钢筋与混凝土间的黏结-滑移本构关系

钢筋与混凝土之间粘结滑移关系十分复杂,其 对结构开裂后的使用性能起着至关重要的作用,本 文采用 CEB-FIP 2010<sup>[3]</sup>给出的黏结-滑移模型,如 图 1 所示,具体形式为

$$\begin{cases} \tau = \tau_{\max} \cdot \left(\frac{s}{s_1}\right)^{\alpha'}, & 0 \leq s \leq s_1; \\ \tau = \tau_{\max}, & s_1 \leq s \leq s_2; \\ \tau = \tau_{\max} - (\tau_{\max} - \tau_f) \cdot \left(\frac{s - s_2}{s_3 - s_2}\right), s_2 \leq s \leq s_3; \\ \tau = \tau_f, & s \geq s_3. \end{cases}$$

$$(2)$$

式中:  $\tau$  为黏结应力; s 为钢筋与混凝土间的滑移;  $\tau_{max}$  为极限黏结强度,对于无约束、黏结性能良好的 混凝土构件,  $\tau_{max} = 2.0 \sqrt{f_c'}$ ,  $f_c'$  为高度 300 mm、直 径 150 mm 的混凝土标准圆柱体的抗压强度标准 值,当强度等级为 C50 及以下时,  $f_c' = 0.8f_{ek}$ ,  $f_{ek}$  为 边长 150 mm 标准立方体试块抗压强度标准值;  $\tau_f = 0.15\tau_{max}$ ,  $\alpha' = 0.4$ ,  $s_1 = 0.6$ ,  $s_2 = 0.6$ ,  $s_3 = 1$ .



图 1 静载作用下钢筋与混凝土间的黏结-滑移关系

Fig. 1 Bond-slip relationship between reniforcement and concrete under static loading

## 1.3 钢梁与混凝土板间的界面剪力-滑移关系

当钢梁与混凝土板界面剪力与相对滑移成正 比,且抗剪连接件所承受的界面剪力沿梁长度方向 连续分布时,则有

$$v = \frac{K \cdot s_s}{p}.$$
 (3)

式中: v 为钢梁与混凝土板界面单位长度剪力; $s_s$  为 界面相对滑移;p 为栓钉纵向间距;K 为界面抗滑移 刚度, $K = n_s K_s$ ,其中  $n_s$  为每排栓钉个数, $K_s$  为单个 栓钉抗剪刚度.

研究表明,对于集中或均布荷载作用下的组合 梁负弯矩区的滑移大小及分布规律基本一致,因此 本文采用集中荷载下的滑移和滑移应变来作为代表 工况.对于跨中单点加载,界面滑移表达式<sup>[13]</sup>可表 示为

$$s_{s} = \frac{\mathrm{e}^{-\alpha x} (\mathrm{e}^{\alpha x} - 1) (\mathrm{e}^{\alpha L} - \mathrm{e}^{\alpha x}) \beta P}{(\mathrm{e}^{\alpha L} + 1) \alpha^{2}}.$$
 (4)

式中: x 为计算截面至跨中的距离,  $\alpha$  =

 $\sqrt{\frac{K}{pE_s}\left(\frac{1}{A_0} + \frac{y_0^2}{I_s}\right)}, \beta = \frac{y_0}{2E_sI_s}, y_0 = y_r + y_s, A_0 = \frac{A_r \cdot A_s}{A_r + A_s}, E_s$ 为钢梁或钢筋的弹性模量,  $I_s$ 钢梁的截面惯性矩,  $y_r, y_s$ 分别为钢筋和钢梁截面形心至界面的距离,  $A_r, A_s$ 分别为钢筋和钢梁的截面面积.

目前,国内外相关标准及研究文献所采用的方 法得到的栓钉连接件抗剪刚度差异较大.当滑移值 小于 0.2 mm 时,荷载-滑移曲线近似呈线性,对应 的剪力均值约为 0.45 倍的栓钉抗剪承载力,基本位 于近似线性与非线性分界处<sup>[14]</sup>.本文采用文献 [15]的方法,即定义滑移量为 0.2 mm 时的割线模 量为栓钉的抗剪刚度,计算式为

$$K_{\rm s} = 0.32 d_{\rm s} E_{\rm s}^{1/4} E_{\rm c}^{3/4}.$$
 (5)  
式中  $d_{\rm s}$  为栓钉直径.

2 数值计算模型的建立

钢筋混凝土梁的裂缝宽度取决于多种因素,其 中钢筋和混凝土之间的粘结质量以及粘结作用的有 效区域影响最为显著<sup>[16]</sup>.对于钢-混凝土组合梁, 钢梁与混凝土板间的界面剪力和滑移是负弯矩区开 裂截面分析的重要因素<sup>[17]</sup>,而现阶段负弯矩区裂缝 宽度的计算模型往往采用钢筋混凝土结构中的方 法.本文将结合上节给出的本构关系,并综合考虑 上述因素建立组合梁负弯矩区裂缝宽度的数值分析 模型.

## 2.1 裂缝截面处钢筋应力

钢梁与混凝土板间的界面滑移效应对连续组合 梁负弯矩区力学性能影响较大,但在裂缝截面处的 钢筋应力分析中往往直接采用材料力学方法来计算 受拉钢筋应力<sup>[18]</sup>,即

$$\sigma_{\rm s}' = \frac{M \gamma_{\rm 0r}}{I_{\rm cr}}.$$
 (6)

式中: *M* 为开裂截面处的弯矩; *I*<sub>er</sub> 为开裂位置的截面惯性矩,即钢梁和钢筋所形成的组合截面惯性矩; y<sub>o</sub>, 为钢筋形心至组合截面中性轴的距离.

当考虑组合梁界面滑移效应时,本文根据文献 [18]中的计算方法,计算裂缝截面处钢筋应力计算 公式为

$$\sigma_{s} = \frac{E_{s}A_{s}(\varepsilon_{r0}I_{cr}y_{0} - \varepsilon_{s}I_{s}y_{0r})}{[(A_{r} + A_{s})I_{s} + A_{r}A_{s}y_{0}^{2}]y_{0r}},$$
(7)

$$\varepsilon_{r0} = \frac{My_{0r}}{E_{s}I_{cr}},\tag{8}$$

$$\varepsilon_{\rm s} = \frac{4\mathrm{e}^{-\alpha x}(\mathrm{e}^{\alpha L} - \mathrm{e}^{2\alpha x})\beta M}{\alpha(\mathrm{e}^{\alpha L} + 1)L}.$$
 (9)

式中: $\epsilon_{r0}$ 为完全组合截面的钢筋应变, $\epsilon_s$ 为滑移 应变.

### 2.2 裂缝间距计算

在近些年的国内外试验研究中发现,混凝土板 内横向钢筋的间距对组合梁负弯矩区的裂缝间距影 响较大<sup>[16,19]</sup>,文献[12]认为横向钢筋的间距和组合 梁综合力比是影响负弯矩区裂缝间距的最主要因 素,并给出了经试验验证的计算模型,表达式为

$$l_{\rm cr} = l_{\rm a} (1 - R_{\rm p}^3). \tag{10}$$

式中: $l_a$ 为横向钢筋间距; $R_p$ 为综合力比, $R_p = A_{f_{ry}}/A_{f_{sy}}$ ,其中 $f_{ry} f_{sy}$ 分别为钢筋和钢梁的屈服强度.本文根据该模型进行分析.

### 2.3 结构的单元划分及平衡关系

组合梁负弯矩区混凝土板裂缝宽度数值模型的 建立基于裂缝的稳定阶段,即裂缝间距不再变 化<sup>[16]</sup>.此外,由于裂缝出现的随机性与复杂性,在理 论分析前有必要对所求解问题进行适当的简化.因 此,作如下假定:1)混凝土板主裂缝发生在负弯矩 最大位置处,即跨中截面;2)混凝土板裂缝具有线 性三角轮廓.

将一个母单元定义为两条相邻裂缝之间的部分,长度为平均裂缝间距 *l*<sub>e</sub>,可将半跨组合梁划分为*k*个母单元,基于有限差分法将任意母单元 *l*<sub>er,j</sub>离散为*m*+1个节点,即等分为*m*个子单元Δ*x*,结构的单元划分如图 2 所示.根据钢筋混凝土结构裂缝宽度的数值计算方法<sup>[20]</sup>,当混凝土板子单元的划分长度足够精细时,可按照图 3 所示微分段 d*x* 的受力情况进行分析,其中钢筋与混凝土间的黏结-滑移关系、钢梁与混凝土板间的界面剪力-滑移关系以及单元边界条件均在图中示出,则根据力的平衡条件得到如下关系式:

$$A_{\rm u} \mathrm{d}\sigma_{\rm u} = \mp \pi \tau_{\rm u} d_{\rm u} \mathrm{d}x, \qquad (11)$$

$$A_{\rm b} \mathrm{d}\sigma_{\rm b} = \mp \pi \tau_{\rm b} d_{\rm b} \mathrm{d}x, \qquad (12)$$

 $A_{\rm eff} d\sigma_{\rm c} = \mp n_{\rm u} A_{\rm u} d\sigma_{\rm u} \mp n_{\rm b} A_{\rm b} d\sigma_{\rm b} - \nu dx. \quad (13)$ 

式中:  $d\sigma_u \ d\sigma_b \ \beta$ 别为混凝土板内上、下层钢筋的应 力增量, $\tau_u \ \tau_b \ \beta$ 别为上、下层钢筋黏结应力, $A_u \ A_b \ \beta$ 别为上、下层钢筋的面积, $d_u \ d_b \ \beta$ 别为上、下层钢筋的面积, $t_u \ d_b \ \beta$ 别为上、下层钢筋的面积, $d_u \ d_b \ \beta$ 别为上、下层钢筋数量, $d\sigma_e \ b$ 受拉 区混凝土应力增量, $A_{eff} \ b$ 有效受拉区混凝土面积,  $dx \ b$ 混凝土板子单元长度,  $\mp$  或 ±取决于图3所示 的子单元位置.



## 图 2 结构单元划分



由式(11)和式(12)可得到上、下层钢筋的应力 分配系数 *ξ* 为

$$\xi = \frac{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{b}}}{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{u}}} = \frac{\tau_{\mathrm{b}}d_{\mathrm{u}}}{\tau_{\mathrm{u}}d_{\mathrm{b}}}.$$
 (14)

当裂缝位置处上、下层钢筋的滑移量分别为 s<sub>u</sub> 和 s<sub>b</sub> 时,根据混凝土板裂缝具有线性三角轮廓的假 设,有

$$s_{\rm u} = \frac{h_{\rm u}}{h_{\rm b}} s_{\rm b}.$$
 (15)

式中 h<sub>u</sub>、h<sub>b</sub>分别为上、下层钢筋上表面至钢梁与混凝土界面的距离.

结合式(2)和式(15),可得到应力分配系数的 新形式为

$$\xi = \left(\frac{h_{\rm b}}{h_{\rm u}}\right)^{\alpha'} \frac{d_{\rm u}}{d_{\rm b}}.$$
 (16)

因此,受拉混凝土的应力增量可表示为

$$\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{c}} = \frac{\mp n_{\mathrm{u}}A_{\mathrm{u}}\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{u}} \mp n_{\mathrm{b}}\xi A_{\mathrm{b}}\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{u}} - \nu\mathrm{d}x}{A_{\mathrm{eff}}}.$$
 (17)



Fig.3 Equilibrium relationship of stress at differential section

## 2.4 裂缝宽度计算模型

## 2.4.1 子单元迭代方程

在混凝土板产生裂缝后,纵向钢筋和混凝土之间存在着应变差,从而产生相对滑移 ds(x)/dx,可 表示为

$$\frac{\mathrm{d}s(x)}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}[u_{\mathrm{s}}(x) - u_{\mathrm{c}}(x)]}{\mathrm{d}x} + \varepsilon_{\mathrm{sh}} = \varepsilon_{\mathrm{s}}(x) - \varepsilon_{\mathrm{c}}(x) + \varepsilon_{\mathrm{sh}}.$$
 (18)

式中: $u_s(x)$ 、 $u_e(x)$ 分别为纵向钢筋与受拉混凝土的变形, $\varepsilon_s(x)$ 、 $\varepsilon_e(x)$ 分别为纵向钢筋与受拉混凝土的应变, $\varepsilon_sh$ 为混凝土收缩应变.

当裂缝之间受拉钢筋和混凝土均处于弹性阶段,且子单元长度 Δx 内的黏结应力均匀分布时,对 于第*j* 个母单元,可基于有限差分法通过*i* 截面的应 力、滑移条件得到*i*+1截面上的应力、滑移值<sup>[21]</sup>,即 存在如下等式:

$$\sigma_{\mathrm{su},i+1}^{(j)} = \sigma_{\mathrm{su},i}^{(j)} \mp \frac{4}{d_{\mathrm{u}}} \tau_{\mathrm{su},i}^{(j)} \Delta x, \qquad (19)$$
$$+ (n, d_{\mathrm{u}} + n, \xi d_{\mathrm{u}}) \pi \tau^{(j)} - n^{(j)}$$

$$\sigma_{c,i+1}^{(j)} = \sigma_{c,i}^{(j)} + \frac{\pm (n_{u}d_{u} + n_{b}\xi d_{b})\pi\tau_{su,i}^{(j)} - v_{i}^{(j)}}{A_{eff}}\Delta x,$$
(20)

$$s_{su,i+1}^{(j)} = s_{su,i}^{(j)} \mp \left(\frac{\sigma_{su,i+1}^{(j)} + \sigma_{su,i}^{(j)}}{2E_s} - \frac{\sigma_{c,i+1}^{(j)} + \sigma_{c,i}^{(j)}}{2E_c} + \varepsilon_{sh}\right) \Delta x.$$
(21)

## 2.4.2 裂缝宽度计算

根据黏结-滑移理论,混凝土板裂缝的开展宽 度等于该裂缝左右两侧钢筋与混凝土的相对滑移量 之和,则负弯矩作用下组合梁混凝土板的裂缝宽度 可表示为

$$w_{i}^{(j)} = \begin{cases} 2s_{su,0}^{(j)}, j = 1, i = 0; \\ s_{su,0}^{(j-1)} + s_{su,m}^{(j)}, j > 1, i = 0; \\ 2s_{su,m}^{(j)}, j = k, i = m. \end{cases}$$
(22)

以第j个母单元 $x = (j - 1)l_{cr}$ 端的边界条件作 为初始迭代条件,可表示为

$$\begin{cases} \sigma_{s,0}^{(j)} \neq 0, \\ \sigma_{c,0}^{(j)} = 0. \end{cases}$$
(23)

以  $x = jl_{er}$  端的边界条件作为迭代收敛控制条件,即  $\sigma_{em}^{(j)} = 0.$  (24)

此外,将母单元中钢筋与混凝土相对滑移为0时作 为迭代过程中母单元左右两跨的过渡条件,即

$$s_{\text{su},i}^{(j)} = 0.$$
 (25)

迭代过程及裂缝宽度计算流程如图 4 所示. 通 过给出开裂截面的初始滑移值 s<sub>su,0</sub> 并不断调试,即 可预测在一定载荷水平下,组合梁负弯矩的裂缝宽 度. 具体步骤如下:

1) 输入基本信息和数据. 根据式(10) 计算平 均裂缝间距  $l_{er}$ ,选取半跨结构根据裂缝间距划分 k个母单元和 m 个子单元;以第 j 个母单元为研究对 象,根据式(7) 计算开裂截面处钢筋应力  $\sigma_{s,0}$ ,并按 照式(23) 取开裂截面处混凝土应力  $\sigma_{e,0} = 0$ .

2) 初设开裂截面位置即第 i = 0 号节点处钢筋 和混凝土之间的滑移值  $s_{su,0}$ .根据式(2) 计算第 i + 1 号子单元上钢筋与混凝土之间的黏结应力  $\tau_{su,i}$ ;根据式(3) 计算第 i + 1 号子单元上钢梁与混凝土板界 面的单位长度剪力  $v_i$ .

 分别根据式(19)~(21) 计算*i*+1号节点 处的钢筋应力σ<sub>su,i+1</sub>、混凝土应力σ<sub>cu,i+1</sub> 以及钢筋和 混凝土之间的滑移值 s<sub>su,i+1</sub>.

4) 设置 i = i + 1,并重复步骤 3,直到 i = m 时停 止初设滑移值  $s_{su,0}$  的第 t = 1 次迭代运算.根据控制 条件式(24),如果得到的混凝土应力  $\sigma_{e,m} = 0$  或者 在容许误差范围内,则直接根据式(22) 给出裂缝宽 度计算值;如果  $\sigma_{e,m} \neq 0$  或者超过容许误差,则根据 图 4 中的修正方法来修正初始滑移值  $s_{su,0}$ ,并继续第 t = t + 1 次迭代运算,即重复步骤 2 ~ 4,直到得出合 运值.







Fig.4 Flow chart for iterative calculation of crack width

## 3 计算模型试验验证

为验证本文数值模型的准确性,选取文献[8] 中试验梁 SCB1-1 的静载测试数据进行对比分析, 并通过 MATLAB 软件对图 4 所示的裂缝宽度迭代 计算流程进行编程实现.采用本文模型得到的最大 裂缝宽度与试验值对比情况如图 5 所示.由图 5 可 知,随着荷载等级的增加,裂缝宽度不断增长,并且 在达到试验梁屈服荷载 (70%F<sub>u</sub>,即 700 kN)之前, 本文模型得到的裂缝宽度与试验结果吻合较好.此 外,图 5 给出了不考虑钢梁与混凝土板之间界面滑 移效应时的模型计算值,可以看出此时计算得到的 最大裂缝宽度将比考虑界面滑移效应时增大 10% 左右,且该比例随荷载等级的提高而有所增长,因此 在组合梁负弯矩区的实际设计中,对裂缝宽度进行 验算时不应忽略界面滑移效应的影响.



图 5 裂缝宽度计算值与试验值对比



## 4 规范公式计算结果对比

目前国内外钢-混凝土组合梁桥的相关规范均 建议采用轴心受拉构件对连续梁中支点处的混凝土 裂缝宽度进行验算.为进一步验证本文数值计算模 型的正确性及国内外设计规范所建议公式的适用 性,本文将模型计算值及相关文献试验数据与各规 范中最大裂缝宽度计算公式所得结果进行了对比, 包括美国公路桥梁设计规范 AASHTO-LRFD<sup>[22]</sup>、欧 洲混凝土结构模式规范 CEB-FIP-2010<sup>[3]</sup>、欧洲钢 和混凝土复合结构设计规范 EN 1994-1-1<sup>[23]</sup>、日本 钢结构和复合结构设计规范 JSCE<sup>[24]</sup>、中国公路钢 筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范 JTG 3362—2018<sup>[25]</sup>以及中国混凝土结构设计规范 GB 50010—2010 (2010)<sup>[5]</sup>.

本文采用文献[8]中试验梁 SCB1-1 及文献 [26]中试验梁 SCB1、SCB3 的构造参数及裂缝宽度 实测数据进行分析,将通过不同方法得到的组合梁 负弯矩区最大裂缝宽度计算结果列于表 1,各模型 计算结果与实测值对比情况列于表 2,并将统计分 析结果列于表 3. 由表中数据分析可知,按照各国行 业标准中的轴心受拉构件计算方法得到的结果与试 验数据存在的偏差较大. 采用本文数值计算模型所 得结果与实测值吻合度较高,离散系数极小,可为设 计过程中组合梁负弯矩区裂缝宽度的验算提供 参考.

表1 采用不	司方法得到的裂缝宽度计算结果
--------	----------------

数据	荷载/	各规范计算结果					本文	
来源	kN	$w_1^{[22]}$	$w_2^{[3]}$	$w_3^{[23]}$	$w_4^{[24]}$	$w_5^{[25]}$	$w_{6}^{[5]}$	w <sub>7</sub>
	100	0.04	0.04	0.03	0.05	0.03	0.01	0.05
	200	0.07	0.07	0.06	0.09	0.05	0.06	0.07
文献[8]	300	0.11	0.09	0.10	0.12	0.08	0.12	0.09
SCB1-1	400	0.14	0.12	0.15	0.16	0.11	0.18	0.11
	500	0.18	0.14	0.20	0.19	0.13	0.23	0.14
	600	0.21	0.16	0.25	0.23	0.16	0.29	0.16
	700	0.25	0.19	0.30	0.26	0.19	0.34	0.18
文献[26]	50	0.17	0.24	0.23	0.22	0.16	0.15	0.18
SCB1	70	0.23	0.34	0.32	0.30	0.23	0.28	0.24
文献[26]	55	0.19	0.27	0.26	0.24	0.18	0.19	0.21
SCB3	80	0.27	0.40	0.39	0.35	0.26	0.36	0.30

#### 表 2 缝宽度计算结果与实测值对比

Tab.2 Comparison between crack width calculation results and measured values

粉坭亚湄	实测/	计算值与实测数据(w)比值							
致1后不你	mm	$w_1/w$	$w_2/w$	$w_3/w$	$w_4/w$	$w_5/w$	$w_6/w$	$w_7/w$	
	0.08	0.45	0.55	0.38	0.66	0.34	0.08	0.61	
	0.09	0.79	0.75	0.67	0.97	0.60	0.70	0.78	
文献[8]	0.09	1.19	1.02	1.06	1.35	0.90	1.32	1.03	
SCB1-1	0.10	1.43	1.15	1.46	1.56	1.08	1.75	1.15	
	0.12	1.49	1.15	1.64	1.59	1.12	1.93	1.14	
	0.15	1.43	1.08	1.65	1.50	1.08	1.92	1.06	
	0.21	1.19	0.88	1.42	1.24	0.90	1.64	0.86	
文献[26]	0.20	0.84	1.20	1.14	1.09	0.81	0.75	0.90	
SCB1	0.30	0.78	1.14	1.07	1.00	0.75	0.94	0.81	
文献[26]	0.21	0.90	1.30	1.22	1.14	0.86	0.91	1.00	
SCB3	0.30	0.91	1.34	1.31	1.17	0.87	1.21	1.00	

#### 表 3 裂缝宽度计算结果统计分析

Гаb.3	Statistical	analysis	of	crack	width	calculation	results
-------	-------------	----------	----	-------	-------	-------------	---------

统计量	平均值	均方差	离散系数
$w_1/w$	1.04	0.33	0.32
$w_2/w$	1.05	0.24	0.22
$w_3/w$	1.18	0.39	0.33
$w_4/w$	1.21	0.28	0.23
$w_5/w$	0.85	0.23	0.27
$w_6/w$	1.20	0.58	0.49
w <sub>7</sub> /w	0.94	0.17	0.18

## 5 结 论

1)综合考虑钢筋和混凝土间的黏结应力-滑移 关系、钢梁与混凝土界面的滑移效应、混凝土收缩应 变以及拉伸硬化效应等因素,基于黏结-滑移理论 建立了静力荷载作用下钢-混凝土组合梁负弯矩区 裂缝宽度数值计算模型.

2)采用 MATLAB 软件编程实现裂缝宽度的迭 代计算,通过与相关文献数据进行对比分析可知,在 组合梁达到屈服荷载前,本文模型得到的结果能够 较好地模拟裂缝宽度的发展过程,与试验结果吻合 较好;不考虑钢梁与混凝土板间界面滑移效应时计 算得到的裂缝宽度比考虑界面滑移效应时增大 10%左右.

3)通过与各国规范中按照轴心受拉构件计算 方法得到的结果进行对比分析可知,按照规范推荐 公式得到的结果与试验值偏差较大,采用本文数值 计算模型所得结果与实测值吻合度较高,离散系数 极小,进一步验证了模型的准确性和适用性.

## 参考文献

 [1] 韩基刚,宋玉普,常继峰.疲劳荷载作用下部分预应力混凝土
 梁裂缝宽度计算模型[J].中南大学学报(自然科学版),2014, 45(11):3977

HAN Jigang, SONG Yupu, CHANG Jifeng. Analysis model of crack width of partially prestressed concrete beams under fatigue loading [J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2014, 45 (11): 3977

- [2] 汪炳,黄侨,刘小玲.疲劳荷载作用下栓钉连接件的抗剪承载 力退化规律[J].哈尔滨工业大学学报,2016,48(9):76
   WANG Bing, HUANG Qiao, LIU Xiaoling. Shear capacity degradation law of stud connectors under fatigue loading [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2016, 48(9):76
- [3] Comite Euro-International du Beton. Model code for concrete structures: CEB-FIP Model Code 2010 [S]. London: CEB, 2013
- [4] American Concrete Institute.Building code requirements for structural concrete and commentary: ACI 318-11 [S]. Michigan: ACI, 2011
- [5] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 混凝土结构设计规范: GB 50010—2010 [S]. 北京:中国建筑工业出版社, 2010 Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. Code for design of concrete structures: GB 50010—2010 [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2010
- [6] 万世成,黄侨,关健. 预应力 CFRP 板加固钢-混凝土组合梁受 弯性能试验[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2019, 51(3): 80
  WAN Shicheng, HUANG Qiao, GUAN Jian. Test on flexural behavior of steel-concrete composite beams strengthened with prestressed carbon fiber-reinforced polymer plates [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2019, 51(3): 80
- [7] HAMODA A, HOSSAIN K M A, SENNAH K, et al. Behaviour of composite high performance concrete slab on steel I-beams subjected to static hogging moment [J]. Engineering Structures, 2017, 140: 51
- [8] SONG Aiming, WAN Shui, JIANG Zhengwen, et al. Residual deflection analysis in negative moment regions of steel-concrete composite beams under fatigue loading [J]. Construction & Building Materials, 2018, 158: 50
- [9] CHIOREAN C G, BURU S M. Practical nonlinear inelastic analysis method of composite steel-concrete beams with partial composite action [J]. Engineering Structures, 2017, 134:74
- [10] LIN Weiwei, YODA T. Numerical study on horizontally curved steel-concrete composite beams subjected to hogging moment [J]. International Journal of Steel Structures, 2014, 14(3): 557
- [11] LIU Xinpei, BRADFORD M A, CHEN Qingjun, et al. Finite element modelling of steel-concrete composite beams with high-strength friction-grip bolt shear connectors [J]. Finite Elements in Analysis & Design, 2016, 108: 54
- [12]张彦玲. 钢-混凝土组合梁负弯矩区受力性能及开裂控制的试验及理论研究[D]. 北京:北京交通大学,2009
   ZHANG Yanling. Theoretical analysis and experimental research on behavior and crack control of negative moment zone in steel-concrete composite beams [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2009
- [13] NIE Jianguo, FAN Jiansheng, CAI C S. Stiffness and deflection of steel-concrete composite beams under negative bending [J]. Journal

of Structural Engineering, 2004, 130(11): 1842

- [14] 蔺钊飞,刘玉擎. 焊钉连接件峰值滑移及剪力-滑移本构关系
  [J]. 同济大学学报(自然科学版), 2014, 42(7): 1006
  LIN Zhaofei, LIU Yuqing. Peak slip and load-slip relationship of headed stud connectors [J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2014, 42(7): 1006
- [15] 蔺钊飞,刘玉擎,贺君. 焊钉连接件抗剪刚度计算方法研究
  [J]. 工程力学,2014,31(7):85
  LIN Zhaofei, LIU Yuqing, HE Jun. Research on calculation method of shear stiffness for headed stud connectors [J]. Engineering Mechanics, 2014, 31(7):85
- [16] FABBROCINO G, VERDERAME G M, POLESE M. Probabilistic steel stress-crack width relationship in R.C. frames with smooth rebars [J]. Engineering Structures, 2007, 29(1): 1
- [17] MANFREDI G, FABBROCINO G, COSENZA E. Modeling of steelconcrete composite beams under negative bending [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1999, 125(6): 654
- [18] 樊健生, 聂建国. 负弯矩作用下考虑滑移效应的组合梁承载力 分析[J]. 工程力学, 2005, 22(3): 177
  FAN Jiansheng, NIE Jianguo.Effects of slips on load-carrying capacity of composite beams under negative bending [J]. Engineering Mechanics, 2005, 22(3): 177
- [19] HE Jun, LIU Yuqing, CHEN Airong, et al. Experimental study on inelastic mechanical behaviour of composite girders under hogging moment [J]. Journal of Constructional Steel Research, 2010, 66 (1): 37
- [20] OLIVEIRA R S, RAMALHO M A, CORRÊA M R S. A layered finite element for reinforced concrete beams with bond-slip effects [J]. Cement & Concrete Composites, 2008, 30(3): 245
- [21] CASTEL A, VIDAL T, FRANCOIS R. Finite-element modeling to calculate the overall stiffness of cracked reinforced concrete beams [J]. Journal of Structural Engineering, 2012, 138(7): 889
- [22] American Association of State Highway and Transportation Officials. Bridge design specifications: AASHTO LRFD[S]. 8th ed. Washington DC: AASHTO, 2017
- [23] CEN-European Committee for Standardization. Design of composite steel and concrete structures part 1.1 general rules and rules for buildings: Eurocode 4, EN 1994-1-1 [S]. Brussels: CEN, 2005
- [24] Japan Society of Civil Engineers. Committee of steel structure: JSCE standard specifications for steel and composite structure [S]. Tokyo: JSCE, 2009
- [25]中华人民共和国交通运输部. 公路钢筋混凝土及预应力混凝土 桥涵设计规范: JTG 3362—2018 [S]. 北京:人民交通出版社, 2018

Ministry of Transport of the People's Republic of China. Specifications for design of highway reinforced concrete and prestressed concrete bridges and culverts: JTG 3362—2018 [S]. Beijing: China Communications Press, 2018

[26]张彦玲,樊健生,李运生.连续组合梁桥裂缝发展规律分析及裂缝宽度计算[J].工程力学,2011,28(7):84
ZHANG Yanling, FAN Jiansheng, LI Yunsheng.Law of crack development and calculation of crack width of continuous composite beams
[J]. Engineering Mechanics, 2011, 28(7):84

(编辑 魏希柱)