DOI:10.11918/201907172

# 智能网联环境下混合交通流稳定性解析

秦严严1, 胡兴华1, 李淑庆1, 何兆益1, 许明涛2

(1. 重庆交通大学 交通运输学院, 重庆 400074; 2.郑州大学 土木工程学院, 郑州 470001)

摘 要:为分析由智能网联车辆(connected and autonomous vehicles, CAV)与人工驾驶车辆构成的混合交通流稳定性能,提出 一种理论解析方法.应用泰勒公式对跟驰模型进行线性化处理,并应用传递函数理论推导不同 CAV 比例下的混合交通流稳定 性判别条件,针对 CAV 前车加速度反馈系数进行参数敏感性分析.考虑开放性边界条件下的小扰动传播特性,设计混合交通 流稳定性的数值仿真实验.结果表明:CAV 不稳定的速度范围在人工驾驶车辆不稳定的速度范围以内;CAV 比例的增加有利 于将交通流从不稳定状态转变为稳定状态;CAV 前车加速度反馈系数越大,混合交通流关于 CAV 比例与平衡态速度的稳定 域越大,在 CAV 比例达到 23%时,混合交通流可在全速度范围内稳定.研究成果可理论计算 CAV 混合交通流稳定域,可为该 混合交通流关于 CAV 比例与平衡态速度的稳定性分析提供依据.

关键词:交通流;稳定性分析;智能网联车辆;跟驰模型;数值仿真

中图分类号: U491.112 文献标志码: A 文章编号: 0367-6234(2021)03-0152-06

# Stability analysis of mixed traffic flow in connected and autonomous environment

QIN Yanyan<sup>1</sup>, HU Xinghua<sup>1</sup>, LI Shuqing<sup>1</sup>, HE Zhaoyi<sup>1</sup>, XU Mingtao<sup>2</sup>

(1. School of Traffic and Transportation, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China;2.School of Civil Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 470001, China)

**Abstract**: To analyze the stability of traffic flow mixed with manned vehicles as well as connected and autonomous vehicles (CAV), a theory analysis method was proposed. The car-following models were linearized by using Taylor formula. The transfer function theory was used to derive the stability criterion of mixed traffic flow with different CAV proportions. Meanwhile, parametric sensitivity analysis was conducted on acceleration feedback coefficient of CAV. Considering the propagation characteristics of small disturbances under open boundary conditions, numerical simulation experiments on the stability of mixed traffic flow were designed. Research results show that the unstable speed range of CAV was within the unstable speed range of manned vehicles. The increase of CAV proportion was helpful to transform the traffic flow from unstable state to stable state. The larger the acceleration feedback coefficient of equilibrium speed would be. When the CAV proportion increased to 23%, the mixed traffic flow was stable within full equilibrium speeds. The research findings can theoretically calculate stability regions of CAV proportions and equilibrium speeds.

Keywords: traffic flow; stability analysis; connected and autonomous vehicles; car-following model; numerical simulation

智能网联车辆(connected and autonomous vehicles, CAV)可从微观车辆层面降低驾驶行为差异性,改善交通流特性,进而为相关交通问题的有效解决提供新途径<sup>[1]</sup>.就目前来看,大规模 CAV 车辆

通信作者:秦严严,qinyanyan@cqjtu.edu.cn

实地真车测试的实施条件尚不成熟<sup>[2]</sup>.因此,现阶 段对 CAV 车辆交通流特性的研究已经成为交通流 理论以及智能交通系统的研究热点<sup>[3-5]</sup>,交通流稳 定性是交通运营质量的内在属性,本文针对 CAV 混 合交通流稳定性开展研究.纵观国内外针对交通流 稳定性分析的研究成果,跟驰模型稳定性解析方法 众多,并已形成较为明确的结论<sup>[6]</sup>,但是针对混合 交通流稳定性解析的研究工作进展缓慢.Ward<sup>[7]</sup>应 用李亚普诺夫稳定性方法推导了传统混合交通流稳 定性解析方法,该稳定性分析方法逐渐被国内外研 究学者推广至智能车辆混合交通流稳定性分析

收稿日期: 2019-07-20

基金项目:国家重点研发计划(2018YFB1601000);重庆市技术创新 与应用示范专项重点示范项目(cstc2018jscxmszdX0112);河南省重点研发与推广专项(科技攻关)项 目(192102310470);中国博士后科学基金面上项目 (2018M642790)

作者简介:秦严严(1989—),男,博士,讲师,硕士生导师

中<sup>[8-11]</sup>,CAV 可实时获取前车加速度信息,而该方 法并不能用于基于前车加速度反馈的 CAV 混合交 通流稳定性分析.因此,针对基于前车加速度反馈 的 CAV 混合交通流稳定性解析研究显得十分必要, 但鲜有文献对该混合交通流稳定性解析方法开展研 究.因此,本文针对基于前车加速度反馈的 CAV 车 辆与人工驾驶车辆构成的混合交通流,从跟驰模型 的角度出发,从 CAV 比例与交通流平衡态速度两个 方面建立该混合交通流稳定性的解析方法.

1 跟驰模型

### 1.1 人工驾驶模型

对于人工驾驶跟驰模型而言,学者们提出了众 多不同类型的模型,模型之间各有优劣,智能驾驶模 型(intelligent driver model, IDM)模型<sup>[12]</sup>可较好反应 智能网联环境下人工驾驶车辆的智能驾驶特性,是 目前比较认可的智能网联环境下人工驾驶跟驰模 型.因此,选择 IDM 作为人工驾驶车辆跟驰模型,模 型公式为

$$\begin{cases} \dot{v}_{n}(t) = a \left[ 1 - \left(\frac{v_{n}(t)}{v_{0}}\right)^{4} - \left(\frac{s_{1}}{h_{n}(t) - l}\right)^{2} \right], \\ s_{1} = s_{0} + v_{n}(t) T - \frac{v_{n}(t) \left(v_{n-1}(t) - v_{n}(t)\right)}{2 \sqrt{ab}}. \end{cases}$$
(1)

式中: $v_n(t)$ 为车辆 $n \propto t$ 时刻的加速度, $v_n(t)$ 车辆n在t时刻的速度, $h_n(t)$ 车辆 $n \propto t$ 时刻的速度, $h_n(t)$ 车辆 $n \propto t$ 时刻的车头间距, a为最大加速度, $v_0$ 为自由流速度, $s_1$ 为期望车间距, l为车长, $s_0$ 为最小停车间距,T为安全车头时距,b为舒适减速度. 模型参数取值为 $a = 1 \text{ m/s}^2$ , $v_0 = 33$ . 3 m/s、 $s_0 = 2$  m、T = 1.5 s、b = 2 m/s<sup>2</sup>、l = 5 m. 1.2 CAV 模型

目前针对 CAV 跟驰建模工作而言,不同的学者 提出了不同的建模方式,然而尚没有形成统一明确 的结论<sup>[4]</sup>.相关研究表明<sup>[13]</sup>,CAV 跟驰模型可在 IDM 模型基础之上,通过前车反馈信息构成,而加速 度反馈是目前普遍认为的前车反馈的基本必要信 息.因此,本文的 CAV 跟驰模型为

$$\dot{v}_{n}(t) = a \left[ 1 - \left(\frac{v_{n}(t)}{v_{0}}\right)^{4} - \left(\frac{s_{1}}{h_{n}(t) - l}\right)^{2} \right] + \dot{rv}_{n-1}(t).$$
(2)

式中: r为前车加速度反馈系数,  $v_{n-1}(t)$ 为前车n-1在t时刻的加速度. 依据文献[13], r取值应满足 $0 \le r \le 1$ .

## 2 稳定性判别条件

基于传统驾驶车辆跟驰模型与 CAV 跟驰模型, 应用控制领域的传递函数理论推导不同 CAV 比例 下的混合交通流稳定性判别条件.

首先定义交通流速度扰动与车头间距扰动为

$$\begin{cases} \tilde{v}_{n}(t) = v_{n}(t) - v_{e}, \\ \tilde{h}_{n}(t) = h_{n}(t) - h_{e}. \end{cases}$$
(3)

式中: $\tilde{v}_n(t)$ 为速度扰动, $h_n(t)$ 为车头间距扰动, $v_e$ 为平衡态速度, $h_e$ 为平衡态车头间距.

应用一阶泰勒公式对人工驾驶车辆跟驰模型在 交通流平衡态展开,并计算扰动传播传递函数,计算 结果为

$$F_{1}(s) = \frac{\sqrt{\frac{a}{b}} \frac{v_{e} \left[1 - \left(v_{e} / v_{0}\right)^{4}\right]}{s_{0} + v_{e} T} s + 2a \frac{\left[1 - \left(v_{e} / v_{0}\right)^{4}\right] \sqrt{1 - \left(v_{e} / v_{0}\right)^{4}}}{s_{0} + v_{e} T}}{s_{0} + v_{e} T}$$

$$F_{1}(s) = \frac{\sqrt{\frac{a}{b}} \frac{v_{e} \left[1 - \left(v_{e} / v_{0}\right)^{4}\right]}{s_{0} + v_{e} T} + \frac{4av_{e}^{-3}}{v_{0}^{-4}} + \frac{2aT \left[1 - \left(v_{e} / v_{0}\right)^{4}\right]}{s_{0} + v_{e} T}\right] s + 2a \frac{\left[1 - \left(v_{e} / v_{0}\right)^{4}\right] \sqrt{1 - \left(v_{e} / v_{0}\right)^{4}}}{s_{0} + v_{e} T}}{s_{0} + v_{e} T}$$

$$(4)$$

式中: F<sub>1</sub>(s) 为人工驾驶扰动传递函数,s 表示拉普 拉斯域. 同理,计算 CAV 扰动传递函数,计算结果为

$$F_{2}(s) = \frac{rs^{2} + \sqrt{\frac{a}{b}} \frac{v_{e} \left[1 - (v_{e}/v_{0})^{4}\right]}{s_{0} + v_{e}T} s + 2a \frac{\left[1 - (v_{e}/v_{0})^{4}\right] \sqrt{1 - (v_{e}/v_{0})^{4}}}{s_{0} + v_{e}T}}{s_{0} + v_{e}T}}{s_{0}^{2} + \left(\sqrt{\frac{a}{b}} \frac{v_{e} \left[1 - (v_{e}/v_{0})^{4}\right]}{s_{0} + v_{e}T} + \frac{4av_{e}^{-3}}{v_{0}^{-4}} + \frac{2aT \left[1 - (v_{e}/v_{0})^{4}\right]}{s_{0} + v_{e}T}\right)s + 2a \frac{\left[1 - (v_{e}/v_{0})^{4}\right] \sqrt{1 - (v_{e}/v_{0})^{4}}}{s_{0} + v_{e}T}}.$$
(5)

式中 $F_{2}(s)$ 为CAV 扰动传递函数.

在混合车队中,假设共有 N 辆车,扰动在车队 中的传播具有相邻车辆两两传播的特性,这可由各 车辆扰动项传递函数的乘积进行表达,即

$$G(s) = (F_1(s))^{N_p} (F_2(s))^{N(1-p)}.$$
 (6)

式中: G(s) 为整体混合交通流扰动传递函数,p 为 CAV 比例, 1 – p 为人工驾驶比例.

令 s = jω, 将式(6)传递函数由拉普拉斯域转变

至频率域,根据传递函数理论,得到不同 CAV 比例 *p* 时的混合交通流稳定性判别条件为

 $|| G(j\omega) ||_{\infty} = || (F_1(j\omega))^p (F_2(j\omega))^{(1-p)} ||_{\infty} \leq 1,$ ∀ω≥0. (7) 式中: || · ||<sub>∞</sub>为传递函数幅频特性最大幅值,ω为 角频率.

因此,当满足式(7)的判别条件时,混合交通流 稳定,否则不稳定.由式(4)、(5)与式(7)可以看 出,不同 CAV 比例下的混合交通流稳定性由 CAV 比例 *p* 与交通流平衡态速度 *v*<sub>e</sub> 共同确定.同时,当 CAV 比例 p 分别取值 0 或 1 时,式(7)中的混合交 通流稳定性判别条件分别转化为同质人工驾驶交通 流稳定性判别条件与同质 CAV 交通流稳定性判别 条件.

3 稳定性解析结果

#### 3.1 同质交通流稳定性

将 p = 0 或 p = 1 分别代入式(7) 计算同质人工 驾驶交通流与 CAV 交通流稳定性解析判别条件,计 算结果分别为

$$\frac{1}{2} \left( \frac{4av_{e}^{3}}{v_{0}^{4}} + \frac{2aT[1 - (v_{e}/v_{0})^{4}]}{s_{0} + v_{e}T} \right)^{2} + \left( \frac{4av_{e}^{3}}{v_{0}^{4}} + \frac{2aT[1 - (v_{e}/v_{0})^{4}]}{s_{0} + v_{e}T} \right) \sqrt{\frac{a}{b}} \frac{v_{e}[1 - (v_{e}/v_{0})^{4}]}{s_{0} + v_{e}T} - 2a \frac{[1 - (v_{e}/v_{0})^{4}]\sqrt{1 - (v_{e}/v_{0})^{4}}}{s_{0} + v_{e}T} \ge 0,$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{4av_{e}^{3}}{v_{0}^{4}} + \frac{2aT[1 - (v_{e}/v_{0})^{4}]}{s_{0} + v_{e}T} \right)^{2} + \left( \frac{4av_{e}^{3}}{v_{0}^{4}} + \frac{2aT[1 - (v_{e}/v_{0})^{4}]}{s_{0} + v_{e}T} \right) \sqrt{\frac{a}{b}} \frac{v_{e}[1 - (v_{e}/v_{0})^{4}]}{s_{0} + v_{e}T} - (1 - r)2a \frac{[1 - (v_{e}/v_{0})^{4}]\sqrt{1 - (v_{e}/v_{0})^{4}}}{s_{0} + v_{T}} \ge 0.$$
(8)

式(8)为同质人工驾驶交通流稳定性判别条件,式(9)为同质 CAV 交通流稳定性判别条件,可 以看出,同质交通流稳定性仅与交通流平衡态速度 v<sub>e</sub>相关.用F统一表示人工驾驶与 CAV 交通流稳定 性判别式(8)、(9)中的不等式左边项.即F大于0, 表示稳定,否则不稳定.在自由流速度为0~33.3 m/s 时,通过式(8)、(9)分别计算得到不同平衡态速度下 人工车辆和 CAV 车辆的稳定性情况,如图1 所示.





在图 1 中,对 CAV 加速度反馈系数 r 进行参数 敏感性分析,显示了 r = 0.1、r = 0.2与r = 0.3 时的稳 定性情况,为了便于观察曲线的稳定性情况,在平衡 态速度为 0 m/s 附近限制了较大的纵坐标显示范 围. 计算可知,人工车辆在 0.6~21.4 m/s 较大速度 时不稳定,而 CAV 随着 r 的增大,不稳定的速度范 围逐渐缩小. 当 r = 0.1时,CAV 在 1.6~19.2 m/s 时 不稳定;当 r = 0.2 时,CAV 在 4.8~14.7 m/s 时不稳 定;当r增大至0.3时,可在自由流速度范围内均稳定.

#### 3.2 混合交通流稳定性

依据混合交通流稳定性判别式(7),计算不同 CAV 比例、不同平衡态速度下的混合交通流稳定 域,如图2所示.图2给出了4种r特定取值时的稳 定域情况,图中黑色包围的区域为不稳定区域,黑色 外部的白色区域为稳定区域.图 2 中 CAV 比例为 0 时,黑色不稳定区域与白色稳定区域的速度边界值 为人工车辆稳定与不稳定的速度边界值,由上述图 1的分析计算可知,该速度边界值分别为 0.6、 21.4 m/s. 图 2(a) 中, CAV 比例为 1 时对应的速度 边界值为 CAV 在 r = 0.1 时稳定与不稳定的速度边 界值,该边界值分别为 1.6、19.2 m/s.r 取值越大, CAV 不稳定的速度范围越小,当r取值增大至0.23 时,CAV 仅在 9.7 m/s 的平衡态速度处不稳定,如图 2(b)所示. 当r取值继续增大时,CAV可在自由流 速度范围内稳定,如图2(c)所示.当r取最大值1 时,最有利于稳定性,如图2(d)所示.

由图 2 可以看出,CAV 车辆不稳定时的速度范 围在人工车辆不稳定速度范围以内,因此,在人工车 辆稳定的速度范围,任意 CAV 比例时,混合交通流均 稳定.在人工车辆不稳定的速度范围,CAV 比例越 大,越有利于混合交通流转变为稳定状态.此外,随着 加速度反馈系数 r 的增大,混合交通流不稳定的区域 逐渐缩小,在 r = 1 时,可计算得到 CAV 比例达到 0.23以上时,混合交通流在自由流速度范围内均稳定.



Fig.2 Stability regions of mixed traffic flow

# 4 数值仿真

#### 4.1 实验设计

应用人工车辆和 CAV 车辆跟驰模型,基于数值 仿真实验分析小扰动在不同 CAV 比例混合交通流 中的传播情况.依据上述稳定性解析结果,CAV 跟 驰模型的前车加速度反馈系数 r 在 0~1 之间取值越 大,稳定性越好,为不失一般性,在仿真实验中取其 中间值 r = 0.5.相关研究<sup>[14]</sup>表明,交通流稳定性与 车辆加减速过程中的驾驶舒适性存在定性的相关关 系,因此,基于数值仿真实验,分析 CAV 对混合交通 流驾驶舒适性的影响.

在仿真实验中,100辆车随机地分布在单车道 道路上,人工车辆和 CAV 车辆的相对数量、位置均 由事先设定的 CAV 比例随机确定.混合车队在初始 时刻以平衡态速度行驶,然后由头车产生小扰动打 破车队平衡态,在扰动向车队上游传播的过程中,获 得各车辆的速度变化情况以及驾驶舒适性.根据上 述稳定性解析结果,人工车辆在 0.6~21.4 m/s 时不 稳定,为了仿真 CAV 对传统交通流不稳定的影响, 选取车队初始平衡态速度为 11 m/s 进行数值仿真, 并且头车以-0.5 m/s<sup>2</sup>的加速度减速2 s,形成小扰 动<sup>[10]</sup>.数值仿真实验基于 MATLAB 软件,仿真步长 为 0.01 s. 同时,选取文献[15]中基于国际 ISO2631 -1 标准的驾驶舒适性指标评价小扰动传播过程中 的驾驶舒适性. 舒适性指标计算公式为

$$CI = \left[\frac{1}{m}\sum_{i=0}^{m} a_i^2\right]^{1/2}.$$
 (10)

式中: CI 为舒适性指标, *a*<sub>i</sub> 为统计得到的各车辆加速度值, *m* 为加速度仿真值统计总量.

舒适性指标 CI 值越小,舒适性越好,具体详见 文献[15].考虑到数值仿真中的随机性,各条件下 的舒适性仿真实验均独立重复 10 次,并取均值作为 该条件下的舒适性仿真结果.

#### 4.2 仿真结果

基于上述数值仿真实验设计,小扰动传播过程 中混合交通流稳定性仿真结果如图 3 所示,舒适性 仿真结果见表 1.

在图 3 中,灰色曲线和黑色曲线分别表示人工 车辆和 CAV 车辆在小扰动传播过程中的速度变化 曲线.从图 3 可以看出,全部人工驾驶车辆交通流 (图 3(a))时,头车的小扰动会随着时间的推移,从 头车向上游车辆逐渐传播,并且得到放大,即上游车 辆将该扰动放大造成交通流不稳定.而随着 CAV 比 例的增加(图 3(b)、3(c)、3(d)),头车产生的小扰 动在向上游车辆传播时,仍然会被逐渐放大,形成不 稳定车流,但扰动被放大的幅值明显小于全部人工 驾驶车辆情况(图3(a)).当CAV比例增大到一定 程度时(图3(e)、3(f)),头车产生的小扰动在向上 游车辆传播时,并没有被放大,而得到有效抑制,即 交通流变为稳定状态.因此,CAV比例的增加可有效提升交通流的不稳定性,最终使得混合交通流转 变为稳定状态,这与上述稳定性解析结果相一致.



图 3 稳定性仿真结果

Fig.3 Simulation results of stability

表1	驾驶舒适性仿真结果

Tab.1 Simulation results of driving comfort

	0	
р	CI 均值/(m・s <sup>-2</sup> )	降低率/%
0	0.197 3	_
0.1	0.145 5	26.27
0.2	0.094 9	51.91
0.3	0.080 4	59.24
0.4	0.070 9	64.06
0.5	0.069 1	65.00
0.6	0.059 8	69.70
0.7	0.057 6	70.82
0.8	0.053 4	72.91
0.9	0.052 3	73.51
1	0.049 8	74.76

在表1的舒适性仿真结果中,CI指标降低率是 指不同 CAV 比例时的 CI 仿真结果相对于 CAV 比 例为0时仿真结果的降低百分比.如前所述,CI 指 标值越小,舒适性越好,因此由表1可知,CAV 比例 的增加可逐步提升驾驶舒适性,基于上述小扰动数 值仿真实验,100%CAV 交通流相比于 100%人工驾 驶交通流的舒适性指标值可降低约 74.76%.此外, 在仿真实验中通过改变小扰动类型、大小以及初始 平衡态速度进行多次仿真实验,发现 CAV 车辆有利 于混合交通流稳定性与驾驶舒适性提升的定性化结 论不受影响.

# 5 结 论

1)针对基于前车加速度反馈的 CAV 车辆与人 工车辆混合交通流,建立了 CAV 混合交通流稳定性 解析方法,理论推导得到不同 CAV 比例、不同平衡 态速度下混合交通流稳定性判别条件,可理论计算 关于 CAV 比例与交通流平衡态速度的混合交通流 稳定域.

2)理论解析计算结果表明,关于 CAV 比例与平 衡态速度的混合交通流稳定域可分析 CAV 混合交 通流稳定性情况;在人工车辆稳定的速度范围,不同 CAV 比例时的混合交通流均稳定;人工车辆不稳定 的速度范围,CAV 比例的增加有利于稳定性的提 升;CAV 跟驰模型前车加速度反馈系数越大,混合 交通流稳定域越大,加速度反馈系数取值为 1,且 CAV 比例达到 0.23 以上时,混合交通流在自由流速 度范围内均稳定.数值仿真结果表明,CAV 车辆有 利于抑制小扰动向车队上游传播过程中逐渐被放大 的趋势,且 CAV 比例的增加可定性地逐步提升驾驶 舒适性.

3)建立的 CAV 混合交通流稳定性解析方法可 同样扩展至其他跟驰模型,可为混有前车加速度反 馈的 CAV 混合交通流稳定解析提供直接的理论依 据,同时为未来大规模 CAV 车辆实地测试的实施提 供理论参考.智能网联环境下车联网技术的进一步 发展将最终实现多车互联、协同行驶,因此多车协作 下的混合交通流稳定性解析是下一步的研究内容.

# 参考文献

- 秦严严,王昊,王炜,等. 自适应巡航控制车辆跟驰模型综述
   [J]. 交通运输工程学报, 2017, 17(3): 121
   QIN Yanyan, WANG Hao, WANG Wei, et al. Review of car-following models of adaptive cruise control [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2017, 17(3): 121
- [2] MAHMASSANI H S. 50th anniversary invited article—autonomous vehicles and connected vehicle systems: flow and operations considerations [J]. Transportation Science, 2016, 50(4): 1140
- [3] MILANES V, SHLADOVER S E, SPRING J, et al. Cooperative adaptive cruise control in real traffic situations[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2014, 15(1): 296

- [4] MILANES V, SHLADOVER S E. Modeling cooperative and autonomous adaptive cruise control dynamic responses using experimental data[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2014, 48: 285
- [5] CHEN D, AHN S, CHITTURI M, et al. Truck platooning on uphill grades under cooperative adaptive cruise control (CACC) [J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2018, 94: 50
- [6] SAU J, MONTEIL J, BILLOT R, et al. The root locus method: application to linear stability analysis and design of cooperative car-following models[J]. Transportmetrica B: Transport Dynamics, 2014, 2(1): 60
- [7] WARD J A. Heterogeneity, lane-changing and instability in traffic: a mathematical approach[D]. Bristol: University of Bristol, 2009
- [8] TALEBPOUR A, MAHMASSANI H S. Influence of connected and autonomous vehicles on traffic flow stability and throughput [J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2016, 71: 143
- [9] 秦严严,张健,陈凌志,等.手动-自动驾驶混合交通流元胞传输模型[J].交通运输工程学报,2020,20(2):229
  QIN Yanyan, ZHANG Jian, CHEN Lingzhi, et al. Cell transportation model of mixed traffic flow of manual-automated driving[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2020, 20(2):229
- [10] WANG H, QIN Y, WANG W, et al. Stability of CACC-manual heterogeneous vehicular flow with partial CACC performance degrading[J]. Transportmetrica B: Transport Dynamics, 2019, 7(1): 788
- [11] NGODUY D. Analytical studies on the instabilities of heterogeneous intelligent traffic flow[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2013, 18(10): 2699
- [12] TREIBER M, HENNECKE A, HELBING D. Congested traffic states in empirical observations and microscopic simulations [J]. Physical Review E, 2000, 62(2): 1805
- [13] QIN Y, WANG H. Analytical framework of string stability of connected and autonomous platoons with electronic throttle angle feedback[J]. Transportmetrica A: Transport Science, 2021, 17(1): 59
- [14]秦严严,王昊,王炜,等. 混有 CACC 车辆和 ACC 车辆的混合 交通流驾驶舒适性[J]. 哈尔滨工业大学学报,2017,49(9): 103

QIN Yanyan, WANG Hao, WANG Wei, et al. Driving comfort of traffic flow mixed with cooperative adaptive cruise control vehicles and adaptive cruise control vehicles [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2017, 49(9): 103

[15] PADDAN G S, GRIFFIN M J. Evaluation of whole-body vibration in vehicles[J]. Journal of Sound and Vibration, 2002, 253(1): 195 (编辑 魏希柱)