DOI:10.11918/202005023

密度分层流中浅航艇兴波尾迹分析

刘 双¹,何广华^{1,2,3},王 威³,高 云³

(1.哈尔滨工业大学 机电工程学院,哈尔滨 150001;2.山东船舶技术研究院,山东 威海 264209;3.哈尔滨工业大学(威海)船舶与海洋工程学院,山东 威海 264209)

摘 要:为研究由密度差引起的分层流对浅航艇兴波尾迹特性的影响。基于 RANS 方程,采用 Realizable *k* - ε 湍流模型,结合 用户自定义函数(UDF)方法建立了用于密度分层流中潜艇兴波尾迹特性分析的多相流 CFD 模型。采用此模型针对 SUBOFF 全附体潜艇在密度分层流中不同位置处以不同航速(低速、中速、高速)浅层航行时的水动力性能开展了模拟,分析了航速、航 行位置、密度分层等参数对潜艇在各交界面处兴波尾迹以及水质点速度分布特性的影响。研究结果表明:潜艇航速越高,并且 距交界面越近,在各交界面上的兴波将越剧烈,尾迹越明显,尤其在中速阶段,潜艇将激起较大的兴波;自由液面与内波面兴 波波形区别较大,主要表现为自由液面处兴波前端为波峰而内波面处兴波前端为波谷;内交界面处兴波对各参数的敏感度较 自由液面的要低。本数值模型具有较高精度,可为密度分层流中航行潜艇兴波尾迹特征分析提供一种有效的手段;模型给出 了潜航艇在不同工况下的航行特征,可为密度分层流中潜艇规避策略的选取提供参考依据。

关键词:密度差;分层流;CFD; 航速;航行位置;兴波尾迹;SUBOFF

中图分类号: U661.1 文献标志码: A 文章编号: 0367-6234(2021)07-0052-08

Analysis on the wake of a shallow navigation submarine in the density-stratified fluid

LIU Shuang $^{1}\xspace$, HE Guanghua $^{1,2,3}\xspace$, WANG Wei $^{3}\xspace$, GAO Yun $^{3}\xspace$

(1.School of Mechatronics Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;

2.Shandong Institute of Shipbuilding Technology, Weihai 264209, Shandong , China;

3. School of Naval Architecture and Ocean Engineering, Harbin Institute of Technology, Weihai, Weihai 264209, Shandong, China)

Abstract: To study the wave-making characteristics of a shallow navigation submarine in the stratified fluid caused by density difference, a multiphase-flow CFD model for evaluating the wave-making characteristics is established by using the RANS equation, Realizable $k - \varepsilon$ turbulence model and UDF method. Thereafter, the process of a fullappendage submarine navigating at different positions with low, medium, and high forward speeds in the shallow layer of density-stratified fluid is simulated, and the effects of the forward speed, the distance from interfaces and density-stratified fluid on the wave-making and velocity characteristics of the submarine in the interfaces are investigated. The result shows that the higher the forward speed and the closer to the interface are, the more intense the submarine wave-making in the interfaces will be. Especially in the mid-speed stage, there will be a large wave excited by submarine, and a big difference of wakes between the free surface and internal wave surface is obviously seen, of which the main performance is that the front of wave on free surface is a peak and the front of wave on internal surface is a trough. The response of the wave-making on the internal interface to the changes of various navigation parameters is insensitive than that on the water-free surface. The present numerical model has high accuracy, which can provide an effective method for analyzing the wave-making characteristics of submarine navigating in density stratified fluid.

Keywords: density difference; stratified fluid; CFD; forward speed; navigating position; wake; SUBOFF

由于温差、盐差等原因,海洋中广泛存在分层现 象。分层流对航行体的航行性能会有较大影响^[1]。 目前,国内外对自由液面兴波尾迹的研究已较为完

收稿日期: 2020-05-07

- 何广华(1980—), 男, 教授, 博士生导师
- 通信作者: 何广华, ghhe@ hitwh.edu.cn

善^[2-7],但对水下潜艇运动引起的水力特征尾迹,尤 其是对密度分层流中兴波尾迹特征的研究尚不 充分。

针对运动物体在均匀流及分层流体中激发尾迹的现象,理论方面,Maxworthy^[8]和Lee等^[9]对内波 生成机理进行了研究;Hudimac等^[10]研究了无限水 深密度分层流中以固定速度及深度航行的简单源模型。Yeung^[11]通过求解Green函数,讨论了运动潜体

基金项目:山东省泰山学者工程专项(tsqn201909172);

山东省高等学校青创科技支持计划(2019KJN003) 作者简介:刘 双(1991—),男,博士研究生;

• 53 •

产生的表面波模式及内波模式。数值方面,Gou^[12] 等采用时域高阶边界元法研究了两层流体中的波衍 射问题。Esmaeilpour 等^[13]采用重叠网格技术研究 了密度分层流中航行体的近场兴波特性。Song^[14]等 对内孤立波与海洋结构物的相互作用进行了数值模 拟。Stadler 等^[15]采用 DNS 方法研究了层化流体中 普朗特数对湍流尾迹的影响。Chang 等^[16]、Chomaz 等^[17]研究了分层流体中物体的尾迹特性。Posa 等^[18]研究了雷诺数对潜艇尾迹特征的影响。此外, Bonneton 等^[19]、勾莹等^[20]、赵先奇等^[21]对密度分层 流中航行体尾流特性进行了模型试验研究。

综上可知,分层流中内波模式的研究居多;而针 对分层流中潜艇水动力性能受不同航行参数影响的 研究并不多。本研究基于 RANS 方程,采用 Realizable k - ε 湍流模型,压力-速度耦合项求解采 用 Simple 算法,结合自定义函数(UDF)方法建立了 密度分层流中潜艇水动力性能分析的多相流 CFD 数值模型。首先对数值模型可靠性进行了验证,之 后采用建立的数值模型研究了密度分层流中 SUBOFF 潜艇以不同航速航行于不同位置时的兴波 尾迹特性。本数值模型可较好地模拟密度分层流中 潜航艇以不同工况航行时的兴波尾迹特征,为密度 分层流中潜艇水动力性能分析及规避策略选取提供 参考依据。

1 数值模型与验证

1.1 数值模拟相关设置

本数值模型基于 RANS 方程,采用 Realizable *k* - *e* 湍流模型。其控制方程、湍动能输运方程见文 献[2],此处不再赘述。鉴于所研究问题与对象的对称性,以潜体中纵剖面处为计算域边界,选用对称面 边界条件来提高计算效率。计算域长为 15 *L*,宽为 3.5 *L*,其中 *L* 为潜艇长度。基于多相流模型,通过 UDF 方式定义空气、淡水、盐水的密度及初始体积 分数分布。

采用棱柱层网格,对各界面、附体及边界层等处 网格进行加密。调节网格增长率、棱柱层数与棱柱 层厚度等参数控制网格质量,计算域及潜艇周围网 格如图1所示。模型为全附体 SUBOFF 潜艇,模型 长3m,最大半径0.174m,前体、后体长分别为 0.705m、0.765m,其中驾驶舱长度为0.255m。

计算域分层情况见图 2, 其中 d_1, d_2 分别为潜艇 重心到静水面、内波面的垂向距离; d_1 亦称为潜艇潜 深; h_1, h_2 分别为淡水层、盐水层流体的深度; ρ_1, ρ_2 分 别为淡水层、盐水层流体密度, $\rho_1 = 997.561 \text{ kg / m}^3$, $\rho_2 = 1\ 020 \text{ kg / m}^3$ 。



图1 网格分布

Fig.1 Grid distribution





1.2 网格及时间步长收敛性验证

采用 SUBOFF 潜艇以航速 Fr = 0.5 进行收敛性 研究,此时淡水层深度 $h_1 = 0.72$ m;盐水层深度 $h_2 = 2.00$ m, $d_1 = d_2 = 0.36$ m。通过网格基础尺寸控制 网格数量,分别取网格基础尺寸 Mesh A 为 0.07 m, Mesh B 为 0.065 m, Mesh C 为 0.056 m, Mesh D 为 0.052 mm进行网格收敛性研究,取时间步长 0.01 s。 表 1 是网格数量改变对总阻力计算结果的影响。其 中误差是指采用某一网格量计算结果与采用最精细 网格 Mesh D 所得计算结果之间的差别,以百分比形 式表示; R_1 代表总阻力。

由表1可以看出,当网格基础尺寸由0.056 m 降低到0.052 m级别时,对计算结果带来的影响并 不大,说明此时网格收敛。考虑计算效率,采用 Mesh C 网格。

Tab.1 Mesh convergence analysis								
网格代号	网格基础 尺寸 / m	总网格数 / 万	$R_{\rm t}$ / N	<i>R</i> _t 误差/ %				
$\operatorname{Mesh} A$	0.070	195.328	106.400	1.666				
$\operatorname{Mesh} B$	0.065	338.443	105.428	0.737				
$\operatorname{Mesh} C$	0.056	407.269	104.662	0.006				
$\operatorname{Mesh} D$	0.052	544.862	104.656	0				

同时采用4种时间步长方案对上述计算模型进

行了模拟,此时网格划分采用 Mesh C 方式进行,结 果见表 2。表中误差为采用某一时间步长计算结果 与采用最小步长 Time D 所得计算结果之间的差别。 可见当时间步长从 0.010 s 降低到 0.005 s,总阻力 的误差为 0.352%,说明此时时间步长的改变对计算 结果的影响不大,故后续的研究中将会采用 Time C 方案。

表 2 时间步长收敛性分析

Tab.2 Time step convergence analysis

时间步长代号	时间步长 / s	总网格数 / 万	$R_{\rm t}$ / N	R _t 误差/ %
Time A	0.050	407.269	100.510	4.305
Time B	0.020	407.269	103.242	1.704
Time C	0.010	407.269	104.662	0.352
Time D	0.005	407.269	105.032	0

1.3 计算模型有效性验证

自由液面处 Kelvin 兴波中的横波波长可以通过式(1)近似计算得到^[22]:

$$\lambda = \frac{2\pi}{g} \times U^2 \tag{1}$$

为验证兴波尾迹的模拟结果,选择 1.2 节中收 敛性计算工况,增加 Fr = 0.3、0.7 两个航速,对自由 液面兴波沿潜艇中纵剖面做波切线,取其中前 3 个 周期的波长计算平均值,将计算结果与由式(1)计 算得到的理论横波波长进行对比,结果见表 3,其中 波峰位置为自由液面兴波中各波峰对应的计算域 X 轴方向坐标。

总体来说,本 CFD 模拟结果与理论值吻合较 好。在低速时,横波波长的误差低于 6%;当航速较 高时,误差偏高,约为 13%,其原因为式(1)是根据 深水线性波理论推导得出的经验公式,高速状态下 兴波的非线性愈加明显导致结果偏差。

Tab.3 Comparison of transverse wavelength between theoretical and numerical results

Fr	第1波峰 位置/m	第4波峰 位置/m	理论 波长 / m	数模 波长 / m	误差/ %
0.3	-1.264	3.552	1.696	1.605	5.372
0.5	-0.984	12.456	4.712	4.480	4.931
0.7	-0.868	23.208	9.236	8.025	13.111

2 结果与分析

2.1 航速对兴波尾迹的影响

为研究航速对潜艇兴波尾迹的影响,使潜艇位于图 2 所示计算域的淡水层中。 $h_1 = 0.72$ m, $h_2 = 2.00$ m。据以往研究^[2]可知:潜艇航行位置距离交界面越近,其在交界面上激起的兴波越明显,故取

较小的 *d*₁ = *d*₂ = 0.36 m。变化航速 *Fr* 分别为 0.2、 0.3、0.4、0.5、0.6、0.7、0.8、0.9、1.0。

2.1.1 航速对交界面波面抬升的影响

首先分别选择低速(Fr = 0.3)、中速(Fr = 0.5)、高速(Fr = 0.7)3个阶段的航速来展示交界 面处的波面抬升情况。图3为潜艇中纵剖面分别与 上、下自由液面及内波面相切得到的波切线上波幅 变化曲线,图中横坐标 X 代表计算域在长度方向的 尺寸,单位为m;纵坐标 Z 为潜艇兴波引起的波面抬 升,单位为m;两条虚线之间表示潜艇的位置。潜艇 沿 X 轴负向航行。



Fig.3 Wave elevation on free surface and internal surface at different forward speeds

由图 3(a) 可见,随着航速增加,自由液面处兴 波波长不断加大;中速阶段(Fr = 0.5)的波幅,尤其 是艇艉之后的峰谷数值要高于低速、高速阶段;自由 液面处兴波的最前端均为波峰,在潜艇艉部为波谷。 此外,对于潜艇艉部之前的自由液面兴波波峰以及 波谷的绝对值均随着航速的增加而变大。

由图 3(b)可知,内波面处兴波波长随航速增加 也有一定程度的增加。潜艇艏部正下方的波面抬升 峰值几乎一致,而潜艇艉部处谷值的绝对值在 Fr 为 0.5 的中速阶段最大。此外,艇艉之后,内波面兴波 的波幅在 Fr = 0.5 的中速阶段波峰值较高。其随航 速增加的整体变化幅度低于自由液面,说明内波面 波形对于航速变化的"敏感度"不如自由液面。这是 由于淡水、盐水之间的密度梯度小、内波交界面处的 弱恢复力所导致。

对于内波交界面处兴波的波形,前方为波谷,随

着航速增加,波谷的位置逐渐向艇艉方向移动。对 比自由液面与内波面处的波面抬升可知:自由液面 处兴波较为剧烈,峰值较高,但内波面处的兴波波长 大于同航速下的自由液面。

2.1.2 航速对交界面上水质点速度分布的影响

图 4 为 Fr = 0.3、0.5、0.7 时自由液面及内波面 处的水质点速度分布情况,图中展示半计算域的水 质点速度云图,横、纵坐标分别为 X、Y 方向的计算 域尺寸,单位为 m,图中颜色代表速度大小,颜色越 深代表水质点速度越高。





Fig. 4 Characteristics of velocity on free surface and internal surface at different forward speeds

由图 4 可见,速度云图呈现半'V'字型峰、谷交 替分布。自由液面处水质点速度分布从低速阶段就 开始显现;而低速时内波交界面处速度分布并未成 形,随着航速增加逐渐呈现和自由液面相似的形状 分布。在同一航速下,自由液面处整体水质点速度 要大于内波面。随着航速增加,各交界面处水质点 速度范围逐渐增加,当处于 *Fr* = 0.5 的中速阶段时, 自由液面与内波面的水质点速度值均大于 *Fr* = 0.3 以及 *Fr* = 0.7 时的情况,这与图 3 中艇艉后波面抬 升的峰值变化情况一致。

2.1.3 航速对交界面处兴波尾迹的影响

图 5、6 分别为密度分层流中潜艇以 Fr = 0.3、

0.5、0.7 航行时在自由液面及内波面处激起的兴波 尾迹云图。











-0.070 -0.056 -0.042 -0.028 -0.014 0 0.014 0.028 0.042 0.056 0.070



图 5 不同航速下自由液面处兴波云图



图中坐标 X、Y、Z 分别代表计算域在各个方向的尺寸,单位为 m,图中颜色代表各交界面兴波的波幅,颜色越深代表幅值越大。

对比图 5、6 可见:自由液面与内波面呈现完全 不同的两种波形。自由液面处为经典的'Kelvin' 波,具有典型的横波系与散波系;而内波交界面处兴 波为狭长的'V'字型并以峰、谷交替形式逐渐向艇 后方传播,在尾部形成环状兴波区。此外,自由液面 兴波最前方为波峰,称为"伯努利丘",而内波面兴 波最前方为波谷,这与图 3 中的分析一致。

在同一航速下,自由液面处兴波波幅大于内波 面,而兴波波长要小于内波面处。此外,与自由液面 相比,内波面处的兴波波形随潜艇航速增加变化较小,对航行参数的改变"反应迟缓",这与图 3 中分析一致。

随着潜艇航速增加,自由液面及内波面处的兴 波波长均不断增加。从峰、谷值来看,当潜艇处于 Fr = 0.5 的中速段时,其兴波波形中的峰、谷颜色较 深。综合前述波切图及水质点分布图可知,在中速 阶段,潜艇艏、艉兴波发生了不利干扰。



(c) Fr = 0.7

图 6 不同航速下内波面处兴波云图

Fig.6 Characteristics of wave-making on internal surface at different forward speeds

2.2 潜艇与上下交界面距离变化

本节系统研究潜艇与上交界面距离 d_1 (即潜 深)及与下交界面的距离 d_2 变化对其水动力性能的 影响。 工况 A、B 中相同参数有 $h_2 = 2 \text{ m}, Fr =$ 0.5。 A 工况中取 d_2 为 0.15 L, d_1 分别为 0.12L、 0.15 L、0.18 L;B 工况中取 d_1 为 0.15 L, d_2 分别为 0.12L、0.15 L、0.18 L。 图 7、8 分别为自由液面、内波面处兴波波面抬 升随 d₁、d₂ 改变的变化情况。由图 7(a)可见,随着 潜深 d₁的增加,潜艇在自由液面处的兴波波幅不断 降低,而波长变化很小;对比不同位置工况可见:随 着 d₁增加,在自由液面处的波面抬升中,潜艇艏部 峰值、艉部处谷值的绝对值均逐渐降低,其中艇艉波 谷处数值变化幅度较大。 由图 8(a)可见,由于工 况 A 中潜艇与内波交界面的距离 d₂ 不变,故潜深 d₁ 变化对内波面处兴波的波面抬升影响极小。





同样,由图7(b)可见,潜艇与内波交界面距离 d₂变化对自由液面处兴波波形影响不大。由 图8(b)可见,随着d₂增加,内波交界面上的兴波在 艇艉附近处的波谷绝对值逐渐下降,而波长几乎不 变。对比图7、8,自由液面处的兴波波幅大于内波交 界面处,而波长小于内波面处。且内波交界面处的 兴波波面抬升随距离d₁、d₂的改变较自由液面处 "迟缓",这与2.1节中航速改变时的情况一致。

2.2.2 潜艇与交界面距离对交界面上水质点速度 分布的影响

图 9、10 分别为潜艇在不同位置工况下航 行时自由液面及内波交界面上水质点的速度分布 情况。



(a) d₁分别为 0.12 L 0.15 L 0.18 L(d₂不变)



Fig. 9 Characteristics of velocity on free surface at different positions

由图 9 可见,随着 d_1 的增加,自由液面处的水质点速度逐渐降低;而随着 d_2 增加,自由液面处的水质点速度几乎不变。 由图 10 可见,随着 d_1, d_2 的增加,内波交界面处的速度均有逐渐降低的趋势。 由于 d_1, d_2 的增加都意味着内波交界面所处的水深将增加,说明除了与潜艇之间的距离外,内波 交界面所处的水深也会对其上水质点速度分布产生影响。

总之,潜艇航行位置远离交界面时,在各界面上的速度会逐渐降低,这与兴波变化一致。此外,同一航速下,自由液面处的速度要高于内波面的速度,对比2.1.2 中潜艇航速改变对交界面处速度分布的影响表明,潜艇航速是影响交界面上水质点速度分布的影响表明,潜艇航速是影响交界面上水质点速度分布



(a) $d_1 = 0.12 L$ 、0.15 L、0.18 $L(d_2 不 \overline{\mathcal{T}})$



Fig.10 Characteristics of velocity on internal surface at different positions

2.2.3 潜艇与上下交界面距离对交界面处兴波尾 迹的影响

图 11、12 分别为 d₁ 改变时自由液面、d₂ 改变时 内波面处的兴波云图。

由图 11 可知,随着潜深 d₁ 增加,自由液面处波 幅有所下降,波长几乎不变。由图 12 可见,d₂ 增加 导致内波面处波形的波幅下降,但幅度很小,内波面 处兴波波长几乎不变。这与图 9、10 一致,说明交 界面处的水质点速度分布与兴波具有紧密联系。 对比图 11、12 可知,与自由液面兴波波形对比,内波 交界面处兴波的波幅较小,但波长较大,且随潜艇航 行位置改变的变化不明显。总体来说,与交界面越 近,潜艇兴波 越剧烈,且潜深 d₁ 改变对兴波的影响 要大于 d₂。



图 11 d₁改变时自由液面兴波云图

Fig.11 Characteristics of wave-making on free surface with different d_1



图 12 d,改变时内波液面兴波云图

Fig.12 Characteristics of wave-making on internal surface with different d_2

3 结 论

本研究基于 RANS 方程建立了一种可用于求解 密度分层流中潜艇兴波尾迹的多相流 CFD 模型,系 统地模拟了潜艇以不同航速在不同位置处航行时的 水动力特性。结合交界面处水质点速度及潜艇兴波 尾迹进行了分析,得到结论如下:

1)潜艇兴波尾迹受航速的影响较大。在中速段 (Fr = 0.5 附近),由于艇艏、艉兴波的不利干扰,使 各交界面处的兴波最为剧烈。

2) 潜艇与上、下交界面之间的距离同样会对潜艇兴波尾迹产生影响。潜艇距各交界面越远,其兴波尾迹剧烈程度越低。潜深 d₁ 的对兴波的影响要大于潜艇与内波面距离 d₂。

3)潜艇航速改变对各交界面处兴波的波幅及 波长均有影响,而与交界面距离改变主要影响兴波 波幅,对波长影响很小。当潜艇航速及位置改变时, 自由液面及内波交界面处的兴波、速度分布有较大 区别,主要表现为自由液面上兴波波幅较高、水质点 速度较大,但波长较小。此外,交界面上水质点速度 分布与兴波变化联系紧密。 4)由于淡水、盐水之间的流体密度梯度较小、 恢复力弱,使得内波面上的兴波尾迹对潜艇航速、位 置等航行参数变化"不敏感"。

本数值模型具有较好的精度,可为密度分层流 中潜艇兴波尾迹分析提供一种有效手段。同时全面 地给出了潜艇在不同航行参数下在各交界面处兴起 的尾迹特征,可对潜艇非声探测数据库的建立提供 参考。

参考文献

- [1] CONSTANTIN B A. Nonlinear water waves with applications to wave-current interactions and tsunamis[M]. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2011. DOI: 10.1137/1. 9781611971873
- [2]何广华,刘双,张志刚,等. 附体对潜艇兴波尾迹的影响分析
 [J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2019, 47(10): 57
 HE Guanghua, LIU Shuang, ZHANG Zhigang, et al. Analysis of influence of appendages on wave-making of submarine[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2019, 47(10): 57. DOI: 10.13245/j.hust.191011
- [3] HE Guanghua, KASHIWAGI M. A time-domain higher-order boundary element method for 3D forward-speed radiation and diffraction problems
 [J]. Journal of Marine Science & Technology, 2014, 19 (2): 228. DOI: 10.1007/ s00773-013-0242-1

· 59 ·

- [4] NEMATOLLAHI A, DADVAND A, DAWOODIAN M. An axisymmetric underwater vehicle-free surface interaction: A numerical study[J]. Ocean Engineering, 2015, 96: 205. DOI: 10.1016/ j. oceaneng. 2014. 12. 028
- [5] HE Guanghua. An iterative Rankine BEM for wave-making analysis of submerged and surfacepiercing bodies in finite water depth [J]. Journal of Hydrodynamics, 2013, 25(6): 839. DOI: 10.1016/S1001-6058(13)60431-X
- [6] BHUSHAN S, ALAM M F, WALTERS D K. Evaluation of hybrid RANS/LES models for prediction of flow around surface combatant and Suboff geometries [J]. Computers & Fluids, 2013, 88: 834. DOI: 10.1016/ j. compfluid. 2013. 07. 020
- [7] CHEN Limin, HE Guanghua, INCECIK A, et al. Comparative study on steady wave-making problem using viscous and potential-flow methods[J]. Ocean Engineering, 2018, 154: 143.DOI: 10.1016/ j.oceaneng. 2018. 02. 002
- [8] MAXWORTHY T. A note on the internal solitary waves produced by tidal flow over a three-dimensional ridge[J]. Journal of Geophysical Research: Oceans, 1979, 84 (C1): 341. DOI: 10.1029/ jc084ic01p00338
- [9] LEE C Y, BEARDSLEY R C. The generation of long nonlinear internal waves in a weakly stratified shear flow [J]. Journal of Geophysical Research, 1974, 79 (3): 456. DOI: 10.1029/ jc079i003p00453
- [10] HUDIMAC A A. Ship waves in a stratified ocean [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1961, 11 (2): 237. DOI: 10.1017 / S0022112061000482
- [11] YEUNG R W, NGUYEN T C. Waves generated by a moving source in a two-layer ocean of finite depth [J]. Journal of Engineering Mathematics, 1999, 35 (1/2): 102. DOI: 10.1023/A: 1004399917692
- [12] GOU Ying, CHEN Xinjia, TENG Bin. A time-domain boundary element method for wave diffraction in a two-layer fluid[J]. Journal of Applied Mathematics, 2012, 2012; 686824. DOI: 10.1155/ 2012/686824
- [13] ESMAEILPOUR M, MARTIN J E, CARRICA P M. Near-field flow of submarines and ships advancing in a stable stratified fluid [J].
 Ocean Engineering, 2016, 123: 75. DOI: 10.1016/j.oceaneng. 2016.06.038

- [14] SONG Z J, TENG Bin, GOU Ying, et al. Comparisons of internal solitary wave and surface wave actions on marine structures and their responses[J]. Applied Ocean Research, 2011, 33(2): 126. DOI: 10.1016/ j.apor.2011.01.003
- [15] DE STADLER M B, SARKAR S, BRUCKER K A. Effect of the Prandtl number on a stratified turbulent wake[J]. Physics of Fluids, 2010, 22(9): 095102. DOI: 10.1063/1.3478841
- [16] CHANG Yu, ZHAO Feng, ZHANG Jun, et al. Numerical simulation of internal waves excited by a submarine moving in the twolayer stratified fluid[J]. Journal of Hydrodynamics, Ser. B, 2006, 18(3): 333. DOI: 10.1016/ s1001- 6058 (06) 60074-7
- [17] CHOMAZ J M, BONNETON P, HOPFINGER E J. The structure of the near wake of a sphere moving horizontally in a stratified fluid
 [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1993, 254: 4. DOI: 10.1017/ S0022112093002009
- [18] POSA A, BALARAS E. A numerical investigation about the effects of Reynolds number on the flow around an appended axisymmetric body of revolution [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2020, 884 (A41): 33. DOI: 10.1017/ jfm.2019.961
- [19] BONNETON P, CHOMAZ J M, HOPFINGER E J. Internal waves produced by the turbulent wake of a sphere moving horizontally in a stratified fluid [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1993, 254: 23. DOI: 10.1017/ s002211209300 2010
- [20]勾莹,张新未,徐文彪,等. 箱型结构在两层流中拖航阻力的 实验研究[C]//第十八届中国海洋(岸)工程学术讨论会论文 集(上).舟山:中国海洋学会,2017:469
 GOU Ying, ZHANG Xinwei, XU Wenbiao, et al. Experimental study on towing resistance of box structure in two-layer flow[C]// Proceedings of the 18th China Ocean (Shore) Engineering Symposium. Zhoushan: Chinese Society for Oceanography, 2017:469
- [21]赵先奇,尤云祥,陈科,等.分层流体中细长体生成内波的实验研究[J].上海交通大学学报,2009,43(8):1298
 ZHAO Xianqi, YOU Yunxiang, CHEN Ke, et al. Experimental study on the generation of internal waves by a slender body in stratified fluid[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2009,43 (8): 1298
- [22] NEWMAN J N. Marine hydrodynamics [M]. [S. l.]; The MIT Press, 1977: 402

(编辑 杨 波)