

DOI:10.11918/202102043

凸凹接触式行星滚柱丝杠的啮合承载特性

刘荣荣,陈永洪,杜 兴,陈兵奎

(机械传动国家重点实验室(重庆大学),重庆 400044)

摘 要: 为提高行星滚柱丝杠的承载能力,分析优化行星滚柱丝杠的螺纹牙型,提出一种基于凸凹接触的啮合方式。设计凹圆弧的丝杠和螺母牙型轮廓,基于空间啮合理论推导螺纹曲面方程、空间啮合方程,并基于赫兹接触理论和变形协调方程建立负载分布模型;采用数值计算的方法对啮合点位置、轴向间隙和接触应力进行求解,系统揭示了牙侧角、螺距等参数对啮合点位置、轴向间隙和负载分布的影响规律,并对比分析标准式和凸凹式行星滚柱丝杠的接触应力。结果表明:牙侧角对轴向间隙的影响最大,丝杠和螺母的凹圆弧半径变化对接触点位置和轴向间隙几乎没有影响,但对承载能力影响十分明显;与标准式相比,凸凹接触式行星滚柱丝杠的承载能力有较大的提高,丝杠和螺母凹圆弧半径越小承载能力提高越明显。本研究为研制高承载、高使用寿命的行星滚柱丝杠提供了优化设计和分析的依据。

关键词: 行星滚柱丝杠;凸凹接触;啮合特性;轴向间隙;承载特性

中图分类号: HT132.1

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2022)01-0049-09

Meshing and bearing characteristics of convex-concave contact planetary roller screw mechanism

LIU Rongrong, CHEN Yonghong, DU Xing, CHEN Bingkui

(State Key Laboratory of Mechanical Transmission (Chongqing University), Chongqing 400044, China)

Abstract: This paper optimizes the thread profile of the planetary roller screw mechanism to improve the bearing capacity of the planetary roller screw mechanism. A meshing method based on convex-concave contact is proposed and the thread profile of screw and nut with a concave arc is designed. Based on the space meshing theory, the thread surface equation and the space meshing equation are derived, and the load distribution model is established based on the Hertz contact theory and the deformation coordination equation. The contact point position, the axial clearance and the contact stress are calculated by the numerical calculation method, and the law of the flank angle, pitch and other parameters on the contact point position, the axial clearance and the load distribution are revealed systematically. The contact stress between the standard and the convex-concave contact planetary roller screw mechanism is compared. The results show that the flank angle has the greatest influence on the axial clearance. The changes of the concave arc radius of the screw and nut make little difference to the contact point position and the axial clearance, but have a great impact on the bearing capacity. The bearing capacity of the convex-concave contact planetary roller screw mechanism is greatly improved compared with the planetary roller screw mechanism. The smaller the concave arc radius of the screw and nut, the more obvious the improvement of the bearing capacity. This research provides a basis for optimal design and analysis for the development of the planetary roller screw mechanism with high load capacity and long service life.

Keywords: planetary roller screw mechanism; convex-concave contact; meshing characteristic; axial clearance; bearing characteristic

行星滚柱丝杠(Planetary roller screw mechanism, PRSM)在航空、航天、船舶、石化、电力、医疗机械等领域中具有广阔的应用前景^[1-3]。啮合特性研究方面, Jones、Fu 等^[4-5]建立了 PRSM 的啮合模型并计

算了啮合点位置及啮合间隙。乔冠等^[6]建立了法截面内零件的轮廓方程和滚道螺旋曲面方程,并讨论了结构参数对接触特性的影响规律。Ma 等^[7]基于有限元的方法对啮合特性进行了研究。在承载特性研究方面, Lisowski 等^[8]建立了 PRSM 中各构件间的载荷分布模型,并通过有限元方法对接触区刚度进行了分析。Aurégan 等^[9]利用有限元方法得出了丝杠-滚柱侧啮合的最大接触应力。Jones 等^[10]将丝杠等效成弹簧系统,利用直接刚度法,对 PRSM 的刚度及承载能力开展了研究。杨家军等^[11]以

收稿日期: 2021-02-03

基金项目: 国家重点研发计划(2018YFB2001700);
国家自然科学基金(52075054)

作者简介: 刘荣荣(1997—),女,硕士研究生;
陈永洪(1984—),男,副教授,博士生导师;
陈兵奎(1966—),男,教授,博士生导师

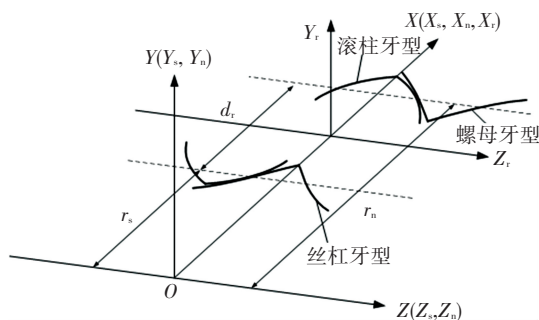
通信作者: 陈兵奎, bkchen@cqu.edu.cn

Hertz 弹性接触理论为基础,将滚柱作为整体并建立了刚度模型,得到了载荷分布曲线。刘柱等^[12]建立了考虑装配误差的滚柱两侧螺纹牙载荷分布计算模型。

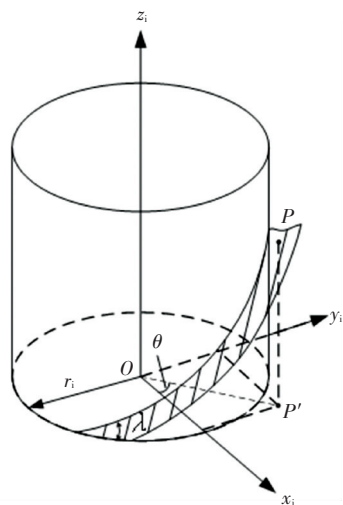
现有研究中,PRSM 的丝杠和螺母螺纹牙截面轮廓通常为直线,滚柱的螺纹牙截面轮廓为凸圆弧,实际上牙型轮廓的设计对于 PRSM 的承载和寿命有着重要的影响。本文将丝杠和螺母的牙型轮廓设计为凹圆弧,滚柱牙型轮廓仍采用凸圆弧,形成凸-凹接触,建立凸凹接触式 PRSM 的啮合模型和承载模型,并系统分析结构参数对啮合点位置、轴向间隙和载荷分布的影响规律,将计算得出的接触应力分布与标准式进行了对比。

1 空间啮合模型的建立

根据 PRSM 的结构特点,建立了如图 1 所示的空间啮合坐标系及构件坐标系。



(a) 空间啮合坐标系



(b) 零件 i 螺旋曲面上任意一点坐标

图 1 坐标系

Fig.1 Coordinate system

图 1(a)中,整体坐标系 $O-XYZ$ 的 Z 轴与丝杠的轴线重合, X 轴穿过滚柱的轴线;丝杠坐标系 $O-x_s y_s z_s$ 、螺母坐标系 $O-x_n y_n z_n$ 的 z 轴和 x 轴与整体坐标系 $O-XYZ$ 的 Z 轴和 X 轴重合,滚柱坐标系的 $O-x_r y_r z_r$ 的 z_r 轴与滚柱轴线重合, x_r 与 X 轴重合。

图 1(b)为构件坐标系 $o-x_i y_i z_i$ ($i=s, r, n$ 分别表示丝杠、滚柱和螺母),点 P 为零件 i 螺旋曲面上的任意一点,则螺旋曲面的参数方程可以表示为

$$Q_i = [r_p \cos \theta_p, r_p \sin \theta_p, F_i(r_p, \theta_p)] \quad (1)$$

式中: r_p, θ_p 为曲面坐标, $F_i(r_p, \theta_p)$ 是由曲面坐标确定的螺旋曲面方程。

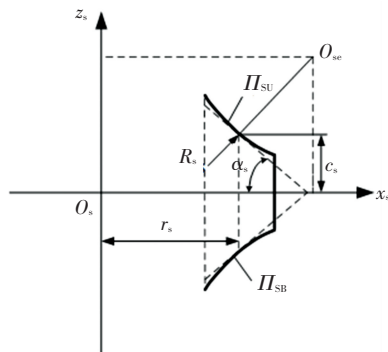
由图 1 可得导程 L_i 、螺旋角 λ_i 及中径 r_i 的关系:

$$L_i = 2\pi r_i \tan \lambda_i = n_i P_i \quad (2)$$

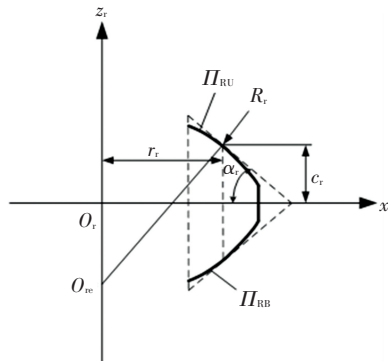
式中: n_i 为头数, P_i 为螺距。

1.1 曲面方程

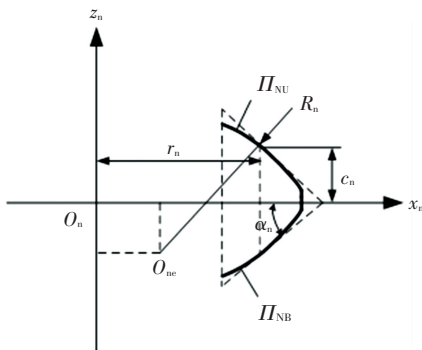
图 2 为丝杠、滚柱及螺母的牙型轮廓图,凸凹接触式与标准式 PRSM 的丝杠、螺母有着不同的牙型轮廓,因此曲面方程也有所不同。



(a) 丝杠在 $x_s o_s z_s$ 面的牙型轮廓



(b) 滚柱在 $x_r o_r z_r$ 面的牙型轮廓



(c) 螺母在 $x_n o_n z_n$ 面的牙型轮廓

图 2 丝杠、滚柱及螺母的牙型轮廓图

Fig.2 Thread profile of screw, roller, and nut

1.1.1 丝杠的曲面方程

图 2(a) 为丝杠在丝杠坐标系 $x_s o_s z_s$ 面中的牙型轮廓, 设 o_{se} 是丝杠圆弧的圆心, 坐标 $o_{se}(x_{so}, z_{so})$ 与牙型角 α_s 、半牙厚 c_s 和丝杠圆弧半径 R_s 的关系如下:

$$\begin{cases} x_{so} = r_s + R_s \sin \alpha_s \\ z_{so} = c_s + R_s \cos \alpha_s \end{cases} \quad (3)$$

接触线上任意一点 (r_{ps}, z_s) 满足

$$z_s = z_{so} - \sqrt{R_s^2 - (r_{ps} - x_{so})^2} \quad (4)$$

最终得到丝杠螺旋曲面的曲面方程

$$F_s(r_{ps}, \theta_s) = \rho_s [z_{so} - \sqrt{R_s^2 - (r_{ps} - x_{so})^2}] + \theta_s L_s / 2\pi \quad (5)$$

式中: r_{ps} 、 θ_s 为丝杠螺旋曲面的参数坐标; $\rho_s = 1$ 表示上螺旋曲面 Π_{su} ; $\rho_s = -1$ 表示下螺旋曲面 Π_{sb} 。

1.1.2 滚柱的曲面方程

图 2(b) 是滚柱在滚柱坐标系 $x_r o_r z_r$ 面中的牙型轮廓, 设 o_{re} 是滚柱圆弧的圆心, 坐标 $o_{re}(x_{ro}, z_{ro})$ 与牙型角 α_r 、半牙厚 c_r 和滚柱圆弧半径 R_r 的关系如下:

$$\begin{cases} x_{ro} = 0 \\ z_{ro} = -R_r \cos \alpha_r + c_r \end{cases} \quad (6)$$

接触线上任意一点 (r_{pr}, z_r) 满足

$$z_r = z_{ro} + \sqrt{R_r^2 - (r_{pr} - x_{ro})^2} \quad (7)$$

最终得到滚柱螺旋曲面的曲面方程

$$F_r(r_{pr}, \theta_r) = \rho_r [z_{ro} + \sqrt{R_r^2 - (r_{pr} - x_{ro})^2}] + \theta_r L_r / 2\pi \quad (8)$$

式中: r_{pr} 、 θ_r 是丝杠螺旋曲面的参数坐标; $\rho_r = 1$ 表示上螺旋曲面 Π_{ru} ; $\rho_r = -1$ 表示下螺旋曲面 Π_{rb} 。

1.1.3 螺母的曲面方程

图 2(c) 为螺母在螺母坐标系 $x_n o_n z_n$ 面中的牙型轮廓, 设 o_{ne} 是螺母圆弧的圆心, 坐标 $o_{ne}(x_{no}, z_{no})$ 与牙型角 α_n 、半牙厚 c_n 和丝杠圆弧半径 R_n 的关系如下:

$$\begin{cases} x_{no} = r_n - R_n \sin \alpha_n \\ z_{no} = -R_n \cos \alpha_n + c_n \end{cases} \quad (9)$$

接触线上任意一点 (r_{pn}, z_n) 满足

$$z_n = z_{no} + \sqrt{R_n^2 - (r_{pn} - x_{no})^2} \quad (10)$$

最终得到螺母螺旋曲面的曲面方程

$$F_n(r_{pn}, \theta_n) = \rho_n (z_{no} + \sqrt{R_n^2 - (r_{pn} - x_{no})^2}) + \theta_n L_n / 2\pi \quad (11)$$

式中: r_{pn} 、 θ_n 为螺母螺旋曲面的参数坐标, $\rho_n = 1$ 表示上螺旋曲面 Π_{nu} ; $\rho_n = -1$ 表示下螺旋曲面 Π_{nb} 。

1.2 啮合方程

PRSM 要保持连续啮合, 要求两啮合曲面在传动过程中时刻处于相切接触状态, 同时为了保证行

星滚柱丝杠的正常装配和运动的流畅性, 各零件的螺纹之间通常具有一定的间隙^[13]。图 3 为 PRSM 在 $O-XYZ$ 下两啮合曲面的相切接触关系, 图中 Π_1 和 Π_2 为凸凹接触的 PRSM 中两个可能发生接触的螺旋曲面, 曲面 Π_2 沿着向量 $\Delta_{12} = [0, 0, e_{12}]$ 移动后与曲面 Π_1 在点 O_{12} 处相接触, e_{12} 即为两螺旋曲面的轴向间隙。根据齿轮啮合原理^[14], 可以得到凸凹接触式行星滚柱丝杠两螺旋曲面的相切接触条件:

$$\begin{cases} \Gamma_2(u_2, \theta_2) = \Gamma_1(u_1, \theta_1) + \Delta_{12} \\ \mathbf{n}_2 = \mu_{12} \mathbf{n}_1 \end{cases} \quad (12)$$

式中 μ_{12} 为常数。

由式 (12) 可得:

$$\begin{cases} \Gamma_1^x = \Gamma_2^x \\ \Gamma_1^y = \Gamma_2^y \\ \Gamma_2^z = \Gamma_1^z + e_{12} \end{cases} \quad (13)$$

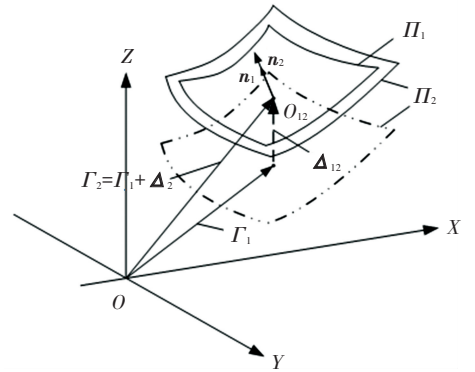


图 3 PRSM 两啮合曲面的相切接触关系

Fig.3 Tangent relation between two meshing surfaces of PRSM

由式 (13) 可得 PRSM 在丝杠-滚柱侧的啮合方程为:

$$\begin{cases} r'_s \cos \theta'_s = -r'_r \cos \theta'_r \\ r'_s \sin \theta'_s = r'_r \sin \theta'_r \\ T_s^z = T_r^z + e_{sr} \\ \mathbf{n}_s = \frac{|\mathbf{n}_s|}{|\mathbf{n}_r|} \mathbf{n}_r \end{cases} \quad (14)$$

式中: r'_s 、 θ'_s 、 r'_r 、 θ'_r 分别表示丝杠-滚柱啮合时, 丝杠的啮合半径和啮合角, 以及滚柱的啮合半径和啮合角; e_{sr} 表示丝杠和滚柱啮合时的轴向间隙; $\mathbf{n}_s$ 、 $\mathbf{n}_r$ 分别表示丝杠和滚柱的法向量; T_s^z 、 T_r^z 分别表示丝杠和滚柱的啮合点在 Z 轴的分量:

$$\begin{cases} T_s^z = \rho_s [z_{so} - \sqrt{R_s^2 - (r'_s - r_s - x_{so})^2}] + \theta'_s L_s / 2\pi + P_s(t_s - 1) \\ T_r^z = -\rho_r [z_{ro} + \sqrt{R_r^2 - (r'_r - r_r - x_{ro})^2}] + \theta'_r L_r / 2\pi + P_r(t_r - 1) \end{cases} \quad (15)$$

当 $\rho_i = 1$ 时, 表示丝杠上螺旋面和滚柱下螺旋面啮合; $\rho_i = -1$ 时, 表示丝杠下螺旋面和滚柱上螺

旋面啮合。由式(15)可得具有 5 个未知数 $r'_s, \theta'_s, r'_r, \theta'_r$ 和 e_{sr} 的 5 个独立的非线性方程, 可以利用牛顿-拉弗逊算法^[15], 通过 MATLAB 对其进行求解, 最终获得单节丝杠和滚柱的啮合半径与轴向间隙。

同理可以得到 PRSM 在丝杠-滚柱侧的啮合方程为:

$$\begin{cases} r'_n \cos \theta'_n = r'_r \cos \theta'_r \\ r'_n \sin \theta'_n = r'_r \sin \theta'_r \\ T_n^z = T_r^z + e_{nr} \\ \mathbf{n}_n = \frac{|\mathbf{n}_r|}{|\mathbf{n}_r|} \mathbf{n}_r \end{cases} \quad (16)$$

式中: $r'_n, \theta'_n, r'_r, \theta'_r$ 分别表示螺母-滚柱啮合时, 螺母的啮合半径和啮合角以及滚柱的啮合半径和啮合角; e_{nr} 表示丝杠和滚柱啮合时的轴向间隙; $\mathbf{n}_n, \mathbf{n}_r$ 表示螺母和滚柱的法向量; T_n^z, T_r^z 分别表示螺母和滚柱的啮合点在 Z 轴的分量:

$$\begin{cases} T_n^z = -\rho_n [z_{n0} + \sqrt{R_n^2 - (r'_n - r_n - x_{n0})^2}] + \theta'_n L_n / 2\pi + P_n(t_n - 1) \\ T_r^z = \rho_r [z_{r0} + \sqrt{R_r^2 - (r'_r - r_r - x_{r0})^2}] + \theta'_r L_r / 2\pi + P_r(t_{rs} - 1/2) \end{cases} \quad (17)$$

当 $\rho_i = 1$ 时, 表示螺母下螺旋面和滚柱上螺旋面啮合; $\rho_i = -1$ 时, 表示螺母下螺旋面和滚柱上螺旋面啮合。由式(17)可得具有 5 个未知数 $r'_n, \theta'_n, r'_r, \theta'_r$ 和 e_{nr} 的 5 个独立的非线性方程, 可以求得螺母和滚柱的啮合半径与轴向间隙。

2 行星滚柱丝杠承载模型

2.1 赫兹接触变形

凸凹接触式 PRSM 的滚柱与丝杠和螺母之间仍为点接触, 只是由原来的平面-曲面接触变为了曲面-曲面接触, 可以利用赫兹接触理论进行接触分析和承载分析。对于凸凹接触的 PRSM, 主曲率在滚柱与丝杠接触侧为:

$$\begin{cases} \rho_{11} = 1/R_r \\ \rho_{12} = 1/R_r \\ \rho_{21} = -1/R_s \\ \rho_{22} = \frac{2\cos \alpha_s \cos \lambda_s}{d_m - 2R\cos \alpha_s} \end{cases} \quad (18)$$

主曲率在滚柱与螺母接触侧为:

$$\begin{cases} \rho_{11} = 1/R_r \\ \rho_{12} = 1/R_r \\ \rho_{21} = -1/R_n \\ \rho_{22} = \frac{-2\cos \alpha_n \cos \lambda_n}{d_m + 2R\cos \alpha_n} \end{cases} \quad (19)$$

式中: d_m 为 PRSM 滚柱公转直径, 且 $d_m = d_r + d_s$ 。

以丝杠侧为例, 当 PRSM 受负载作用后, 滚柱与丝杠之间的点接触发生弹性变形, 瞬时接触点会变成瞬时接触椭圆, 丝杠与滚柱接触时的赫兹弹性变形量及啮合区域的接触应力可以表示为

$$\delta_s = C_{sr} F_n^{2/3} \quad (20)$$

$$\sigma = \frac{3F_n}{2\pi ab} \quad (21)$$

长短半轴 a, b 表示为^[16]:

$$\begin{cases} a = m_a \sqrt[3]{\frac{3F_n E}{2 \sum \rho}} \\ b = m_b \sqrt[3]{\frac{3F_n E}{2 \sum \rho}} \end{cases} \quad (22)$$

式中: C_{sr} 为丝杠与滚柱的赫兹接触刚度, F_n 为法向接触力, E 为综合弹性模量, $\sum \rho$ 为主曲率和且 $\sum \rho = \rho_{11} + \rho_{12} + \rho_{21} + \rho_{22}$ 。

2.2 变形协调关系

PRSM 受载后滚柱与丝杠之间产生的接触力沿螺旋曲面法线方向, 可分解为 3 个方向的分力, 如图 4 所示, 根据单根滚柱轴向力受力平衡可得从 $m-1$ 到 m 节螺纹牙滚柱受丝杠传递的力为

$$F_{a,m} = F_N - \sum_{i=1}^m F_{n,i} \sin \alpha \cos \lambda \quad (23)$$

式中: $F_{a,m}$ 为单根滚柱在丝杠侧第 m 节螺纹牙所受轴向力, $F_{n,m}$ 为单根滚柱第 m 节螺纹牙所受法向力; λ 为螺旋升角且 $\lambda = \arctan(P_s / 2\pi r'_s)$; M 为滚柱螺纹牙数, F_N 为单根滚柱所受总轴向力

$$F_N = \sum_{i=1}^M F_{n,i} \sin \alpha \cos \lambda \quad (24)$$

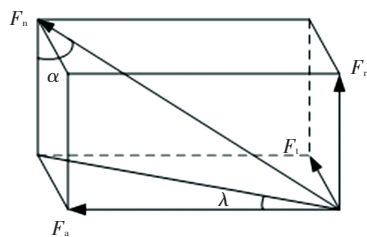


图 4 滚柱接触点受力分解

Fig.4 Force decomposition of roller contact point

PRSM 在载荷的作用下, 除存在丝杠和螺母与滚柱之间产生赫兹接触变形、各轴段的轴向变形外, 螺纹牙的变形也不可忽略。PRSM 的螺纹牙变形主要包括螺纹牙弯曲变形 σ_1 、螺纹牙剪切变形 σ_2 、牙根倾斜导致的变形 σ_3 、牙根剪切导致的变形 σ_4 及螺纹牙径向分力导致的变形 σ_5 。

螺纹牙 5 种变形分别为^[17]:

$$\sigma_1 = (1 - \mu^2) \frac{3F_{a,i}}{4E} \left[(1 - (2 - b/a)^2 + 2\ln(a/b)) \cot^3 \alpha - 4(h/a) \tan \alpha \right] \quad (25)$$

$$\sigma_2 = (1 + \mu) \frac{6F_{a,i}}{5E} \cot \alpha \ln(a/b) \quad (26)$$

$$\sigma_3 = (1 - \mu^2) \frac{12F_{a,i}h}{\pi E a^2} \left(h - \frac{c \tan \alpha}{2} \right) \quad (27)$$

$$\sigma_4 = (1 - \mu^2) \frac{2F_{a,i}}{\pi E} \left[\frac{P}{a} \ln \left(\frac{P + 0.5a}{P - 0.5a} \right) + 0.5 \ln \left(\frac{4P^2 - a^2}{a^2} \right) \right] \quad (28)$$

$$\sigma_{5n} = \left(\frac{D_0^2 + d_p^2}{D_0^2 - d_p^2} + \mu \right) \frac{F_{r,i} d_p \sin \alpha \tan \alpha}{2PE} \quad (29)$$

$$\sigma_{5s-r} = (1 - \mu) \frac{F_{r,i} d_p \sin \alpha \tan \alpha}{2PE} \quad (30)$$

式中: μ 为材料的泊松比, a 为螺纹牙牙底宽, b 为螺纹牙牙厚, h 为螺纹牙牙底高, D_0 为螺母外径, d_p 为螺纹牙中径, $F_{r,i}$ 为第 i 节螺纹牙所受径向分力且 $F_{r,i} = F_{a,i} \tan \alpha$, σ_{5n} 为螺母螺纹牙的变形, σ_{5s-r} 为丝杠或滚柱螺纹牙的变形。

图 5 为 PRSM 的变形协调关系, 以丝杠侧为例, 设 τ_{sm} 为产生于 $e f$ 两点间的丝杠的轴向变形量, τ_{rm} 为产生于 $e f$ 两点间的滚柱的轴向变形量; σ_s^m ($\sigma_s^m = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4 + \sigma_{5s}$) 为丝杠在第 m 节螺纹牙的总螺纹牙变形, σ_{sr}^m ($\sigma_{sr}^m = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4 + \sigma_{5r}$) 为滚柱在第 m 节螺纹牙的总螺纹牙变形量, δ_{sr}^m 为第 m 节螺纹牙的接触变形。丝杠和滚柱的总变形量分别可表示为:

$$\Delta S = \tau_{sm} + \sigma_s^{m-1} + \sigma_s^m + \delta_{sr}^{m-1} \quad (31)$$

$$\Delta R = \tau_{rm} + \sigma_{sr}^{m-1} + \sigma_{sr}^m + \delta_{sr}^m \quad (32)$$

式中:

$$\begin{cases} \tau_{sm} = \frac{PF_{a,m}}{2A_s E_s}, \\ \tau_{rm} = \frac{PF_{a,m}}{2A_r E_r} \end{cases} \quad (33)$$

式中: E_s 和 E_r 为丝杠和滚柱的弹性模量; A_s 和 A_r 为丝杠和滚柱的有效接触面积, $A_s = \pi d_s^2/4$, $A_r = \pi d_r^2/4$; d_s 为丝杠中径; d_r 为滚柱中径。

相邻螺纹对在丝杠侧形成的两个接触点 $e f$ 满足变形协调关系。根据赫兹接触变形、轴向变形与螺纹牙变形的变形协调关系可得

$$P_s + \Delta S = P_r + \Delta R \quad (34)$$

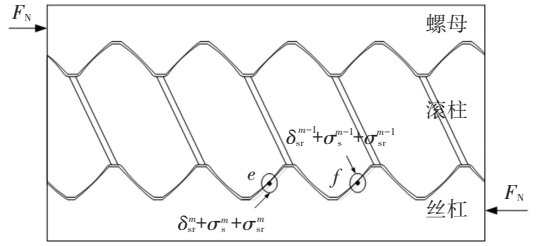


图 5 PRSM 的变形协调关系

Fig.5 Deformation coordinated relations of PRSM

由于 $P_s = P_r$, 因此式 (36) 可写为 $\Delta S = \Delta R$, 于是由式 (22) ~ (34) 可得 PRSM 丝杠侧螺纹牙载荷分布公式为

$$\frac{F_{a,m} - F_{a,m-1}}{C_{RS}} + \frac{F_N - \sum_{j=1}^{m-1} F_{a,j}}{K_{SB}} + \frac{F_{a,m} - F_{a,m-1}}{K_{ST}} = \frac{\sum_{j=1}^{m-1} F_{a,j} - \sum_{j=1}^{m-1} F_{a-n,j}}{K_{RB}} + \frac{F_{a,m} - F_{a,m-1}}{K_{RST}} \quad (35)$$

式中: $F_{a-n,j}$ 为螺母第 j 节螺纹牙所受轴向力, K_{ST} 为丝杠的螺纹牙变形刚度且 $K_{ST} = F_a/\sigma_s$, K_{RST} 为滚柱的螺纹牙变形刚度且 $K_{RST} = F_a/\sigma_{sr}$, K_{SB} 为丝杠的轴向变形刚度, K_{RB} 为滚柱的轴向变形刚度。

3 行星滚柱丝杠啮合与承载分析

3.1 啮合分析

利用 MATLAB 并使用本文的计算方法对凸凹接触的 PRSM 的接触点位置和轴向间隙进行计算, 同时分析牙型半角、螺距、滚柱等效球半径及丝杠和螺母等效球半径对接触点位置和轴向间隙的影响。由于参数变化对滚柱-螺母侧接触点位置和轴向间隙影响很小, 下面仅对丝杠-滚柱侧进行分析, 分析使用的 PRSM 几何参数见表 1, 其中滚柱数为 10。

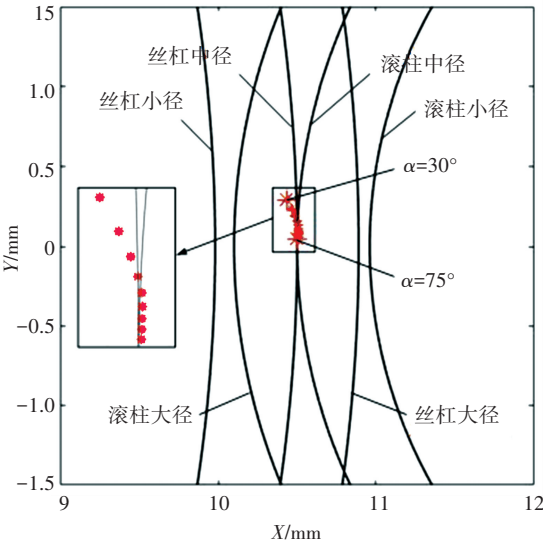
表 1 PRSM 几何参数

Tab.1 Geometric parameters of PRSM

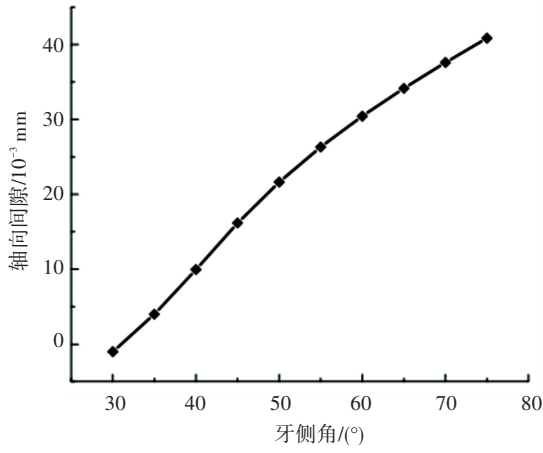
零件	中径/mm	头数
丝杠	21	5
滚柱	7	1
螺母	35	5

3.1.1 牙侧角 α 对啮合性能的影响

牙侧角是影响 PRSM 啮合特性的重要因素, 为探究牙型角对凸凹接触的 PRSM 啮合性能的影响, 牙侧角 α 在 $[30^\circ, 75^\circ]$ 内取值, 其他参数保持不变, 螺距 $P = 2.0 \text{ mm}$, 滚柱凸圆弧半径 $r_{re} = r_r/\sin \alpha$, 丝杠和螺母凹圆弧半径 $r_{se} = r_{ne} = 1.10r_{re}$ 。牙侧角对接触点位置和轴向间隙的影响如图 6 所示。



(a) 牙侧角 α 对接触点位置的影响



(b) 牙侧角 α 对轴向间隙的影响

图 6 牙侧角 α 对接触点位置和轴向间隙的影响

Fig.6 Influence of flank angle α on contact point position and axial clearance

由图 6(a) 可知,牙侧角从 30° 变化到 75° , 啮合点在滚柱螺纹表面上的轨迹朝着小啮合半径以及小啮合偏角的发展趋势变化。牙侧角为 30° 时, 啮合半径 $r'_s = 10.441\ 5\ \text{mm}$, 啮合偏角 $\varphi_s = 4.59^\circ$; 牙侧角为 75° 时, 啮合半径 $r'_s = 10.503\ 4\ \text{mm}$, 啮合偏角 $\varphi_s = 0.71^\circ$, 随着牙侧角的增大, 啮合半径增大了 $0.061\ 9\ \text{mm}$, 啮合角减小了 3.88° 。随牙侧角的增大, 啮合点位置逐渐靠近丝杠和滚柱中心的连接线, 并偏向丝杠牙顶, 滚柱的啮合半径比丝杠啮合半径对牙侧角的变化更敏感; 啮合点逐渐趋向于丝杠和滚柱的理论啮合点, 即丝杠中径与滚柱中径交点, 从而使非啮合区域的干涉减少。从图 6(b) 可以看出, 随着牙侧角的增加, 丝杠与滚柱之间的轴向间隙随之增大。 $\alpha = 75^\circ$ 时, 轴向间隙为 $0.040\ 9\ \text{mm}$, 较大的轴向间隙会导致 PRSM 运行不平稳且产生较大的噪音; 牙侧角为 30° 时, 轴向间隙为负表明此时存在干

涉, 因此要选择合适的牙侧角以保证 PRSM 的性能。

3.1.2 螺距 P 对啮合性能的影响

螺距 P 在 $[0.5\ \text{mm}, 3.0\ \text{mm}]$ 内取值, 其他参数保持不变, 牙侧角 $\alpha = 45^\circ$, 滚柱凸圆弧半径 $r_{re} = r_r / \sin \alpha$, 丝杠和螺母凹圆弧半径 $r_{se} = r_{ne} = 1.10r_{re}$ 。螺距 P 对接触点位置的影响如图 7 所示。

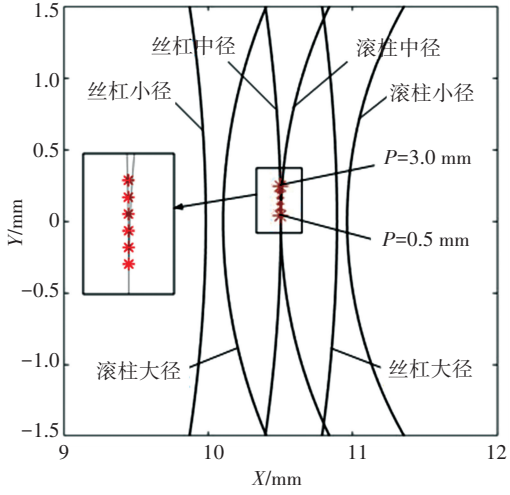


图 7 螺距 P 对接触点位置的影响

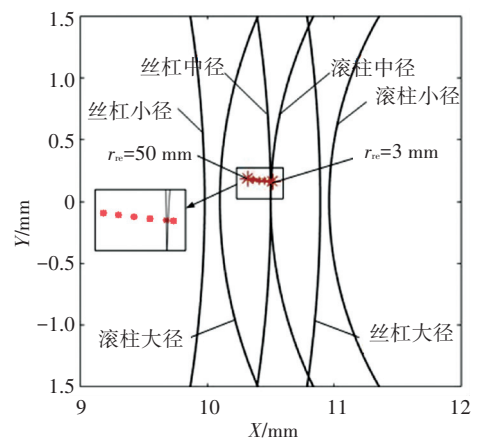
Fig.7 Influence of pitch P on contact point position and axial clearance

由图 7 可知, 螺距从 $0.5\ \text{mm}$ 变化到 $3.0\ \text{mm}$, 啮合点在螺纹表面上的轨迹朝着大啮合偏角的发展趋势变化。螺距为 $0.5\ \text{mm}$ 时, 啮合半径 $r'_s = 10.500\ 0\ \text{mm}$, 啮合偏角 $\varphi_s = 0.65^\circ$; 螺距为 $3.0\ \text{mm}$ 时, 啮合半径 $r'_s = 10.501\ 5\ \text{mm}$, 啮合偏角 $\varphi_s = 3.92^\circ$ 。随着螺距的增大, 丝杠的啮合半径变化较小, 啮合偏角增大了 3.27° 。随螺距增大, 啮合点位置将远离丝杠和滚柱中心的连接线, 啮合点均在丝杠和滚柱中径附近。

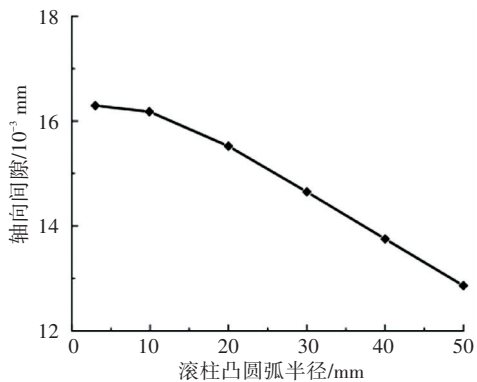
3.1.3 滚柱凸圆弧半径 r_{re} 对啮合性能的影响

滚柱凸圆弧半径 r_{re} 分别取 3.0000 、 9.8995 、 20.0000 、 30.0000 、 40.0000 、 $50.0000\ \text{mm}$, 其他参数保持不变, 牙型半角 $\alpha = 45^\circ$, 螺距 $P = 2.0\ \text{mm}$, 丝杠和螺母凹圆弧半径 $r_{se} = r_{ne} = 1.10r_{re}$ 。滚柱凸圆弧半径 r_{re} 对接触位置和轴向间隙的影响如图 8 所示。

由图 8(a) 可知, 滚柱凸圆弧半径 r_{re} 从 $3\ \text{mm}$ 变化到 $50\ \text{mm}$, 啮合点位置始终在丝杠和滚柱中心的连接线附近, 同时啮合点位置向丝杠牙根方向移动。当 $r_{re} = 3\ \text{mm}$ 时, 啮合半径 $r'_s = 10.520\ 0\ \text{mm}$, 啮合偏角 $\varphi_s = 2.63^\circ$; $r_{re} = 50\ \text{mm}$ 时, 啮合半径 $r'_s = 10.322\ 4\ \text{mm}$, 啮合偏角 $\varphi_s = 2.81^\circ$, 随着 r_{re} 的增大, 丝杠的啮合半径减小了 $0.197\ 6\ \text{mm}$, 啮合偏角变化较小。由图 8 (b) 可以看出, 随着 r_{re} 的增大, 在其他参数不变的情况下, 轴向间隙呈减小趋势, 由 $0.016\ 1\ \text{mm}$ 减小到 $0.012\ 9\ \text{mm}$ 。



(a) 滚柱凸圆弧半径 r_{re} 对接触点位置的影响



(b) 滚柱凸圆弧半径 r_{re} 对轴向间隙的影响

图 8 滚柱凸圆弧半径 r_{re} 对接触点位置和轴向间隙的影响
Fig.8 Influence of convex arc radius r_{re} of roller on contact point position and axial clearance

3.1.4 丝杠和螺母凹圆弧半径 r_{se} r_{ne} 对啮合性能的影响

分别取丝杠和螺母凹圆弧半径 $r_{se} = r_{ne}$ 为 r_{re} 、 $1.06r_{re}$ 、 $1.10r_{re}$ 、 $1.50r_{re}$ 、 $2.00r_{re}$ 、 $2.50r_{re}$ 、 $3.00r_{re}$ ，其他参数保持不变，牙侧角 $\alpha = 45^\circ$ ，螺距 $P = 2$ mm，滚柱凸圆弧半径 $r_{re} = 9.8995$ mm。丝杠和螺母凹圆弧半径对接触位置和轴向间隙的影响见图 9 和图 10。

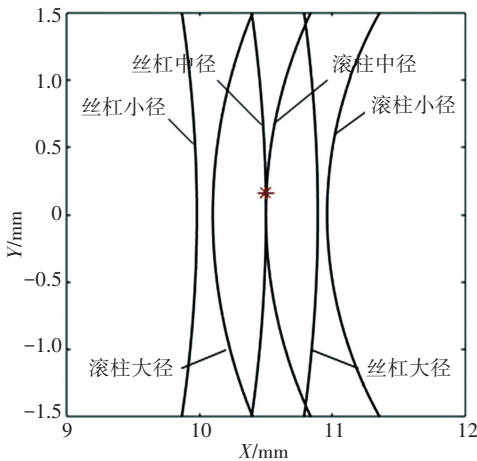


图 9 丝杠和螺母凹圆弧半径对接触点位置的影响

Fig.9 Influence of concave arc radius of screw and nut on contact point position

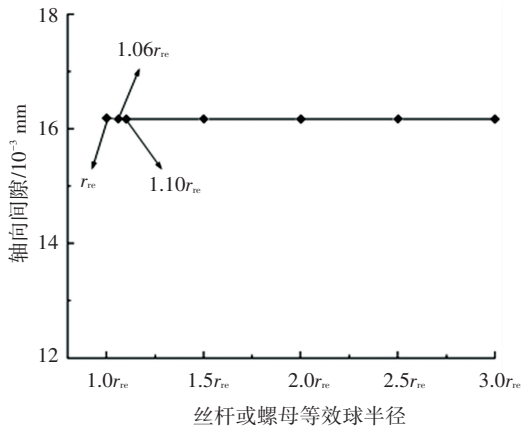


图 10 丝杠和螺母凹圆弧半径对轴向间隙的影响

Fig.10 Influence of concave arc radii of screw and nut on axial clearance

由图 9 和图 10 可知，丝杠和螺母凹圆弧半径取值对接触点位置和轴向间隙几乎没有影响。

3.2 承载特性分析

由于行星滚柱丝杠牙型轮廓发生变化，主曲率将会发生变化，从而引起接触应力的变化。施加 30 kN 的轴向力对接触应力进行计算，并讨论牙侧角、螺距和滚柱螺纹牙数对凸凹接触的 PRSM 接触应力的影响，并对标准式和凸凹接触的 PRSM 的接触应力进行对比。几何参数见表 1 中的参数，且取螺距 $P = 2$ mm，牙侧角 $\alpha = 45^\circ$ ，滚柱等效球半径 $r_{re} = r_r / \sin \alpha$ ，丝杠和螺母凹圆弧半径为 $r_{se} = r_{ne} = 1.10r_{re}$ 。

3.2.1 牙侧角 α 对承载性能的影响

牙侧角是影响 PRSM 承载性能的重要因素之一，如图 11 所示，随着螺纹牙序号的增加，PRSM 的接触应力逐渐减小，不同牙侧角的接触应力的变化趋势基本一致，随着牙侧角的增大，PRSM 的接触应力逐渐增加，且增大趋势越来越小。

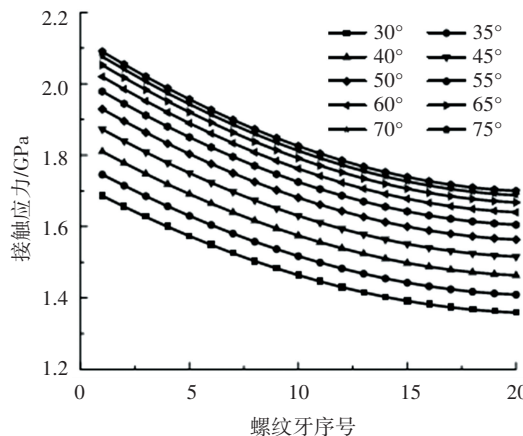


图 11 牙侧角对接触应力的影响

Fig.11 Influence of flank angle on contact stress

3.2.2 螺距 P 对承载性能的影响

如图 12 所示，随着螺纹牙序号的增加，螺纹牙上的接触应力仍然逐渐减小；但随着螺距的减小，前

8 颗螺纹牙上的接触应力逐渐减小,后 12 颗螺纹牙上的接触应力逐渐增大;螺距 $P = 3.0\text{ mm}$, $\lambda = 12.094^\circ$ 时,最大和最小应力差为 505.63 Mpa;螺距 $P = 0.5\text{ mm}$, $\lambda = 2.054^\circ$ 时,最大和最小应力差为 79.13 Mpa,可见螺距越小应力分布越均匀。

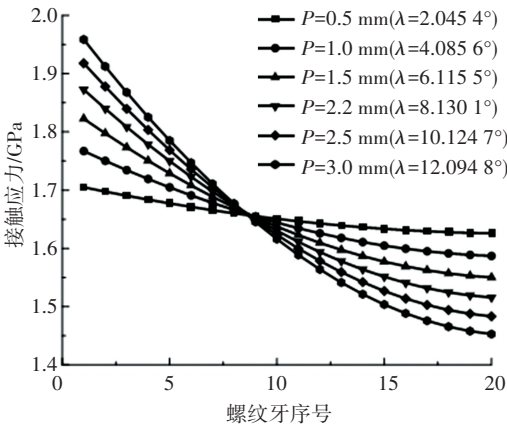


图 12 螺距 P 对接触应力的影响

Fig.12 Influence of pitch P on contact stress

3.2.3 滚柱螺纹牙数对承载性能的影响

滚柱螺纹牙数直接影响着 PRSM 的接触应力分布,如图 13。

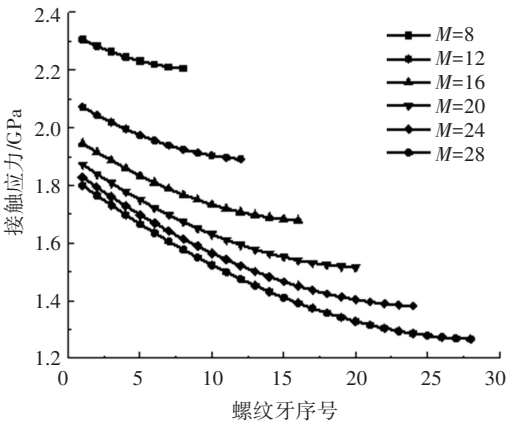


图 13 滚柱螺纹牙数对接触应力的影响

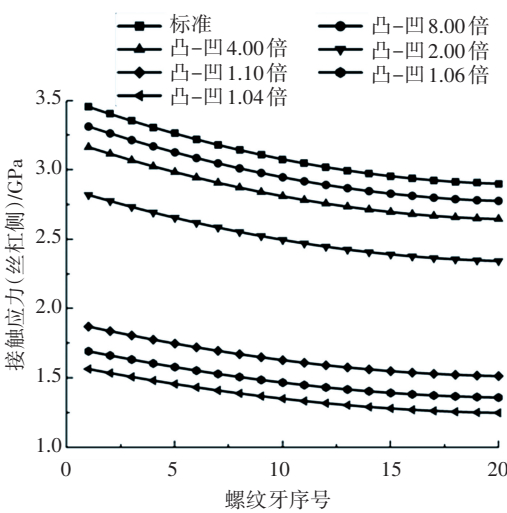
Fig.13 Influence of thread tooth number on contact stress

随着螺纹牙序号的增加,PRSM 的接触应力逐渐减小,随总螺纹牙数一定程度地增加,每颗螺纹牙上的接触应力均会减小,但应力分布不均的现象加剧,接触应力整体变化趋势保持一致。

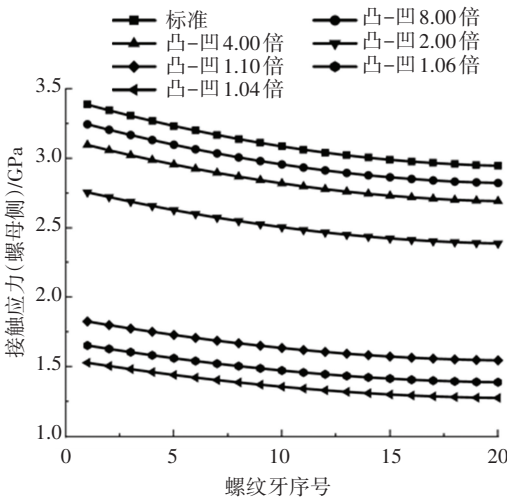
3.2.4 标准式和凸凹接触的 PRSM 的接触应力对比

图 14 为标准式和凸凹接触式 PRSM 在丝杠侧和螺母侧的接触应力对比。可以看出,标准式 PRSM 的接触应力在丝杠侧和螺母侧应力分布规律基本一致,但均大于凸凹接触式 PRSM 的,当丝杠和螺母牙型凹圆弧半径为滚柱凸圆弧半径的 1.06 倍时,凸凹接触的 PRSM 最大接触应力较标准式的减小了 1/2 左右。随着丝杠和螺母凹圆弧半径的增大,两侧的接触应力也逐渐增大,对承载能力的提高

就越不明显,且圆弧半径的增大可能会引起滑动;丝杠和螺母圆弧半径越小,虽然两侧的接触应力有明显的降低,但丝杠和螺母圆弧半径的减小将增加啮合干涉和安装困难的风险,因此丝杠和螺母要选择合理的凹圆弧半径。



(a) 丝杠侧接触应力对比



(b) 螺母侧接触应力对比

图 14 标准式和凸凹接触式 PRSM 的接触应力对比

Fig.14 Comparison of contact stress between PRSM and PRSM with convex-concave contact

4 结 论

1) 提出了一种凸凹接触的 PRSM,将丝杠和螺母的牙型轮廓设计为凹圆弧,建立了凸凹接触式 PRSM 的空间啮合模型和承载模型,系统分析了牙侧角、螺距等结构参数对其啮合特性和承载特性的影响。

2) 随牙侧角增大,丝杠和滚柱的接触点将逐渐靠近丝杠和滚柱回转中心连接线,且轴向间隙逐渐增大;随螺距增大,其接触点位置将远离丝杠和滚柱回转中心连接线,且接触点均在丝杠中径附近;随滚

柱凸圆弧半径增大,接触点位置往丝杠牙根方向变化,轴向间隙逐渐减小;丝杠和螺母的凹圆弧半径对接触点位置和轴向间隙几乎没有影响。

3)凸凹接触的 PRSM 承载能力随牙侧角的增大而减小;随螺距减小,前 8 颗螺纹牙上的接触应力逐渐减小,后面螺纹牙上的接触应力逐渐增大,且整体接触应力分布逐渐均匀;随滚柱螺纹牙数一定程度地增加,每颗螺纹牙上的接触应力减小,但应力分布不均现象加剧。

4)凸凹接触的 PRSM 与标准式 PRSM 在滚柱螺纹牙上的接触应力分布规律基本一致,凸凹接触式 PRSM 的滚柱在丝杠侧和螺母侧的接触应力都有明显降低,且随丝杠和螺母的凹圆弧半径的减小接触应力逐渐减小;但为保证 PRSM 的性能,丝杠和螺母要选择合理的凹圆弧半径。

参考文献

[1] 刘更, 马尚君, 佟瑞庭, 等.行星滚柱丝杠副的新发展及关键技术[J].机械传动, 2012, 36(5):103
LIU Geng, MA Shangjun, TONG Ruiting, et al. New development and key technology of planetary roller screw[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2012, 36(5):103. DOI: 10.3969/j.issn.1004-2539.2012.05.031

[2] LIU Yanqiang, WANG Jianshen, CHENG Hongxun, et al. Kinematics analysis of the roller screw based on the accuracy of meshing point calculation [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2015, 2015: 303972. DOI: 10.1155/2015/303972

[3] LI Zu, ZHOU Zhang, LIANG Gao. Design and bearing characteristics of planetary roller screws based on aerospace high-load conditions[J]. Advances in Mechanical Engineering, 2018, 10(11): 168781401881119. DOI: 10.1177/1687814018811197

[4] JONES M H, VELINSKY S A. Contact kinematics in the roller screw mechanism[J]. Journal of Mechanical Design, 2013, 135(5): 451. DOI:10.1115/DETC2012-70254

[5] FU Xiaojun. Studies on meshing mechanism of helical surfaces in planetary roller screw mechanism[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(3):26

[6] 乔冠, 刘更, 马尚君. 行星滚柱丝杠副主曲率计算与接触特性分析[J].机械工程学报,2020,56(21):140
QIAO Guan, LIU Geng, MA Shangjun. Principal curvature calculation and contact characteristics analysis of the planetary roller screw mechanism[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020,56(21): 140

[7] MA Shangjun, DUAN Zhenhao, NIU Maodong, et al. Contact analysis of thread pairs in a planetary roller screw based on finite element method[J]. Journal of Physics: Conference Series, 2020, 1519: 012006. DOI: 10.1088/1742-6596/1519/1/012006

[8] LISOWSKI F. The analysis of displacements and the load distribution between elements in a planetary roller screw[J]. Applied Mechanics & Materials, 2014, 680:326-329.

[9] AURÉGAN G, FRIDRICI V, KAPSA P, et al. Experimental simulation of rolling-sliding contact for application to planetary roller screw mechanism [J]. Wear, 2015, 332/333: 1176. DOI: 10.1016/j.wear.2015.01.047

[10] JONES M H, VELINSKY S A. Stiffness of the roller screw mechanism by the direct method[J]. Mechanics Based Design of Structures and Machines, 2014, 42(1):17. DOI: 10.1080/15397734.2013.839385

[11] 杨家军, 韦振兴, 朱继生, 等.行星滚柱丝杠副载荷分布及刚度计算[J].华中科技大学学报, 2011, 39(4):1
YANG Jiajun, WEI Zhenxing, ZHU Jisheng, et al. Calculation of load distribution of planetary roller screws and static rigidity[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology, 2011, 39(4):1

[12] 刘柱,范元勋. 考虑装配误差的行星滚柱丝杠副载荷分析与研究[J].机械制造与自动化,2020,49(6):120
LIU Zhu, FAN Yuanxun. Analysis and research on pair load of planetary roller screw in consideration of assembly error [J]. Machine Building & Automation, 2020, 49(6): 120. DOI: 10.19344/j.cnki.issn1671-5276.2020.06.031

[13] FU Xiao, LIU Geng, MA Shangjun, et al. A comprehensive contact analysis of planetary roller screw mechanism[J]. Journal of Mechanical Design, 2016, 139(1):012302. DOI: 10.1115/1.4034580

[14] LITVIN F L. Gear geometry and applied theory [M]. New Jersey: PTR Prentice Hall, 1994: 267

[15] 陈宝林.最优化理论与算法[M].北京:清华大学出版社,2005:1
CHEN Baolin. Optimization theory and algorithm [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005:1

[16] 姚琴, 吴立言, 刘更, 等.行星滚柱丝杠副弹塑性接触分析[J].机械传动, 2016, 40(11):106
YAO Qin, WU Liyan, LIU Geng, et al. Elastic-plastic contact analysis of the planetary roller screw mechanism[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2016, 40(11):106. DOI: 10.16578/j.issn.1004.2539.2016.11.031

[17] ZHANG Wenjie, LIU Geng, TONG Ruiting, et al. Load distribution of planetary roller screw mechanism and its improvement approach[J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 2016, 230(18): 3304. DOI: 10.1177/0954406215610361

(编辑 杨 波)