

DOI:10.11918/202109010

FRP 轴心受压构件弯曲屈曲临界力计算方法

詹 瑒¹, 李奔奔², 杨亚强³, 崔 璟⁴

(1. 南京工程学院 建筑工程学院, 南京 211167; 2. 南京工业大学 土木工程学院, 南京 211816;
3. 江苏科技大学 土木工程与建筑学院, 江苏 镇江 212003; 4. 河南工业大学 土木工程学院, 郑州 450001)

摘 要: 为分析纤维增强复合材料(简称 FRP)轴心受压构件弯曲屈曲临界力,建立了包含 176 根 FRP 轴压构件弯曲屈曲试验数据的数据库,总结并评价了目前用于预测 FRP 轴压构件弯曲屈曲临界力的 5 种计算模型(欧拉公式、Engesser 修正公式、Haringx 修正公式、Strongwell 公司建议公式及 Fiberline 公司建议公式)。随后基于 FRP 构件初始弯曲实测值,提出 FRP 轴压构件整体稳定系数表达式,并建立考虑初始弯曲影响的 FRP 轴压构件弯曲屈曲临界力的理论计算模型;同时基于该数据库,通过回归分析建立 FRP 轴压构件弯曲屈曲临界力经验模型,并采用数据库及数值计算分别验证了上述两种新模型的准确性。最后,对两种新模型预测精度进行分析,结果表明:基于本文试验数据库(截面宽度在 25.4 ~ 254 mm,高度在 25.4 ~ 254 mm,有效长度在 203 ~ 6 300 mm 的构件),Strongwell 公司建议公式误差最大,欧拉公式、Engesser 和 Haringx 修正公式高估了 FRP 轴压构件弯曲屈曲临界力,Fiberline 公司建议公式低估了弯曲屈曲临界力;本文提出的理论模型及经验模型在预测试验数据库涵盖的截面尺寸及有效长度的 FRP 轴压构件时,其预测精度均高于既有 5 种计算模型。推荐新模型应用于工字形、L 形、方形及圆形截面的 FRP 轴心受压构件,可准确预测上述参数范围内的 FRP 轴心受压构件的弯曲屈曲临界力。

关键词: FRP 构件;弯曲屈曲临界力;计算方法;数值计算;预测精度

中图分类号: TU323.1

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2023)09-0111-11

Calculation method of critical load for flexural buckling of axially loaded FRP members

ZHAN Yang¹, LI Benben², YANG Yaqiang³, CUI Jing⁴

(1. School of Civil Engineering and Architecture, Nanjing Institute of Technology, Nanjing 211167, China;
2. College of Civil Engineering, Nanjing Tech University, Nanjing 211816, China;
3. School of Civil Engineering and Architecture, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212003, Jiangsu, China;
4. College of Civil Engineering, Henan University of Technology, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: The critical loads for flexural buckling of axially loaded fiber reinforced polymer (FRP) members were investigated. A test database containing data of axial compression tests of 176 FRP members that failed in the flexural buckling mode was established. Five existing models proposed by Euler, Engesser, Haringx, Strongwell company, and Fiberline company for predicting flexural buckling loads were summarized and evaluated. An equation to determine the stability factor for global buckling of FRP members under axial compression was developed based on the observed initial crookedness of FRP members. Then, a theoretical model of flexural buckling loads of FRP members was proposed considering the influence of initial crookedness of FRP members. On the basis of the proposed database, an empirical model of flexural buckling loads of FRP members was derived through regression analysis. The two models were verified by the test database and numerical simulations. Finally, the performance of the two proposed models was analyzed. Results show that by using the proposed test database (section width of members is between 25.4 mm and 254 mm, section height is between 25.4 mm and 254 mm, and effective length is between 203 mm and 6 300 mm), the error of the model proposed by Strongwell company was the highest, and models proposed by Euler, Engesser, and Haringx overestimated the flexural buckling loads of FRP members, while that proposed by Fiberline company underestimated the flexural buckling load. The proposed theoretical model and empirical model both obtained more accurate results than the comparison models in predicting axially loaded FRP members within the range of section dimension and effective length covered by the test database. The proposed models were applicable to axially loaded FRP members with I-shaped, L-shaped, square, and circular sections, and could accurately predict the flexural buckling loads of axially compressed FRP members within the above parameter range.

Keywords: FRP members; flexural buckling loads; calculation methods; numerical calculation; prediction accuracy

纤维增强复合材料(fiber reinforced polymer,简称 FRP)型材凭借其轻质高强、抗疲劳、耐腐蚀、可设计、易加工和施工便捷等特点逐渐应用于建筑结构、桥梁结构及特种结构^[1-4]。FRP 型材是由 FRP

收稿日期: 2021-09-02; 录用日期: 2022-02-20; 网络首发日期: 2022-05-25

网络首发地址: <https://kns.cnki.net/kcms/detail/23.1235.T.20220524.0940.002.html>

基金项目: 江苏省自然科学基金青年基金(BK20210550); 江苏省高等学校自然科学研究面上项目(20KJB560003);

南京工程学院引进人才科研启动基金(YKJ201925)

作者简介: 詹 瑒(1983—),男,副教授

通信作者: 李奔奔, bben369@163.com

薄板构成的截面形状为开口(槽形、工字形、L形等)或闭口(矩形、圆形等)截面的薄壁构件。从宏观力学角度看,FRP 型材是均质、线弹性及正交各向异性的材料^[5]。由于其薄壁截面的几何特性以及相对较低的刚度与强度之比,FRP 构件的破坏通常是由其稳定性而非材料强度控制。因此,准确预测屈曲临界力是结构设计中保证 FRP 构件安全可靠的基础,其中 FRP 轴心受压构件的屈曲临界力预测是结构设计的第一步。当构件长细比较大时(“长柱”),其破坏模式通常为整体屈曲,其中双轴对称截面构件及绕非对称轴失稳的单轴对称截面构件的破坏模式为弯曲屈曲,而绕对称轴失稳的单轴对称截面构件的破坏模式为弯扭屈曲;当构件长细比较小时(“短柱”),其破坏模式通常为局部屈曲;当构件长细比达到某个范围,使得受压构件的整体屈曲临界力与局部屈曲临界力接近或相等时,其破坏由整体屈曲与局部屈曲相互作用所导致,即耦合屈曲^[6]。本文研究对象为弯曲屈曲控制的 FRP“长柱”。

近 20 年来,部分学者通过试验研究、数值计算及理论分析较为全面地研究了 FRP 轴心受压构件的整体稳定性能。以 Barbero^[7]、Hashem 等^[8]为代表的学者认为经典欧拉公式^[9]可以较为准确地预测 FRP 轴压构件的弯曲屈曲临界力。以 Zureick^[10]、Mottram 等^[11]和 Bank^[12]为代表的学者则认为采用 Engesser^[13]提出的考虑剪切变形影响的修正公式更加合适。同时 Kardomateas 等^[14]推荐采用 Haringx^[15]提出的考虑剪切变形的修正公式。但 Barbero 等^[16]认为剪切变形对于计算结果的影响很小,可以忽略。另外,Strongwell 公司^[17]和 Fiberline 公司^[18]根据各自的试验数据给出了预测 FRP 轴压构件的弯曲屈曲临界力的相关经验公式。总的来说,目前还没有一种被广大学者普遍认同的关于 FRP 轴压构件整体弯曲屈曲临界力的计算方法。同时,也没有学者通过试验数据客观评估上述 5 种计算方法的预测精度。

本文收集、挑选了 1969—2020 年相关文献,建立了包含 176 根 FRP 轴压构件弯曲屈曲失效试验数据的数据库。数据库中试验数据的录入经过了严格的挑选(相关筛选条件在下文中介绍),以保证数据库的客观性及可靠性。此数据库在相关计算方法的推导与验证,既有计算方法预测精度的评估以及未来相关数据库的建立等方面都极具参考价值。基于该数据库,分析了目前预测 FRP 轴压构件弯曲屈曲临界力的 5 种方法的预测精度。这 5 种方法为:提出时面向各向同性材料,但后来被广泛应用于 FRP 杆件预测的经典欧拉公式^[9]、Engesser^[13]修正

公式和 Haringx^[15]修正公式,以及 Strongwell 公司^[17]与 Fiberline 公司^[18]基于各自 FRP 杆件试验数据建立的、面向各类 FRP 杆件的计算公式。同时,基于 Perry 公式及相关学者的 FRP 构件初始弯曲的实测值,给出了考虑初始弯曲影响的 FRP 轴压构件整体稳定系数表达式,使得 GB 50017—2017《钢结构设计标准》^[19]和欧洲 EU3《钢结构设计规范》^[20]中用于计算钢构件整体屈曲临界力的计算式可用于计算考虑 FRP 构件初始弯曲影响的弯曲屈曲临界力。另外,基于数据库,给出了预测 FRP 轴压构件弯曲屈曲临界力的经验公式。通过试验数据及数值计算,验证并评价了上述两种计算方法的预测精度。

1 既有 FRP 轴压构件弯曲屈曲临界力计算方法

目前,FRP 轴心受压构件弯曲屈曲临界力的计算方法主要有 Euler^[9]、Engesser^[13]、Haringx^[15]、Strongwell 公司^[17]与 Fiberline 公司^[18]给出的 5 类计算式。

1.1 经典欧拉公式

对于弯曲屈曲失效的轴心受压 FRP 构件,Barbero 等^[7,16,21-22]、Hashem 等^[8]和 Seangatith 等^[23]通过数值计算、试验研究及理论分析认为采用经典欧拉公式^[9](式(1))计算得到的 FRP 构件弯曲屈曲临界力的精度是足够的。

$$P_E = \pi^2 E_{LC} I_{\min} / (KL_{\text{eff}})^2 = \pi^2 E_{LC} A_g / \lambda^2 \quad (1)$$

其中

$$\lambda = \frac{KL_{\text{eff}}}{r} \quad (2)$$

式中: P_E 为欧拉临界力, E_{LC} 为 FRP 构件纵向压缩模量, $I_{\min}$ 为沿构件弱轴的截面惯性矩, A_g 为构件截面积, K 为构件端部约束系数, L_{eff} 为构件计算长度, λ 为构件长细比, r 为沿弱轴的截面回转半径。目前,欧洲复合材料结构设计规范与手册^[24]、Bedford 公司^[25]和 Creative 公司^[26]均采用经典欧拉公式预测 FRP 轴压构件弯曲屈曲临界力。

1.2 Engesser 修正公式

FRP 型材的特点决定了 FRP 构件的纵向压缩弹性模量与面内剪切模量的比值(E_{LC}/G_{LT})相对较高,Richards 等^[27]通过试验研究建议 FRP 轴心受压构件弯曲屈曲临界力采用 Engesser^[13]给出的考虑剪切变形影响的式(3)进行计算。

$$P_{\text{Eshl}} = P_E / [1 + \beta P_E / (G_{LT} A_g)] \quad (3)$$

$$\beta = \frac{A_g}{I^2} \int_0^{A_g} \frac{S^2}{B^2} dA_g$$

式中: P_{Eshl} 为 Engesser 临界力, G_{LT} 为 FRP 构件的面

内剪切模量, β 为与截面形状有关的剪切系数^[13-14], I 为构件的截面惯性矩, S 为截面模量, B 为截面宽度。Zureick 等^[10,28]、Mottram 等^[11]、Bank^[12]、Roberts^[29]、Vanevenhoven 等^[30] 和 Boscato 等^[31] 均建议采用 Engesser 给出的考虑剪切变形影响的式(3)预测 FRP 构件弯曲屈曲临界力。但 Barbero 等^[16] 认为剪切变形对于绕弱轴弯曲屈曲的 FRP 构件的临界力影响很小, 可以忽略不计。

1.3 Haringx 修正公式

Kardomateas 等^[14] 认为经典欧拉公式高估了 FRP 构件弯曲屈曲临界力, 采用 Haringx^[15] 给出的考虑剪切变形影响的修正公式(式(4))预测其临界力更为合适。

$$P_{\text{Esh2}} = [\sqrt{1 + 4\beta P_{\text{E}} / (G_{\text{LT}} A_{\text{g}})} - 1] (G_{\text{LT}} A_{\text{g}} / 2\beta) \quad (4)$$

式中 P_{Esh2} 为 Haringx 临界力。

1.4 Strongwell 公司建议公式

Strongwell 公司^[17] 根据其内部试验数据给出了计算不同截面形状的 FRP 轴压构件弯曲屈曲临界力的经验公式。

工字形截面 FRP 构件:

$$P_{\text{ES}} = 4.9 E_{\text{LC}} A_{\text{g}} / (KL_{\text{eff}} / r)^{1.7} \quad (5a)$$

L 形截面 FRP 构件:

$$P_{\text{ES}} = E_{\text{LC}} A_{\text{g}} / 56 (KL_{\text{eff}} / r)^{0.55} \quad (5b)$$

FRP 方管或圆管:

$$P_{\text{ES}} = 1.3 E_{\text{LC}} A_{\text{g}} / (KL_{\text{eff}} / r)^{1.3} \quad (5c)$$

式中 P_{ES} 为 Strongwell 临界力。

1.5 Fiberline 公司建议公式

Fiberline 公司^[18] 同样根据其内部试验数据给出了轴心受压 FRP 构件弯曲屈曲临界力经验公式:

$$P_{\text{EF}} = N_{\text{C}} / (1 + N_{\text{C}} / P_{\text{E}}) \quad (6)$$

其中

$$N_{\text{C}} = F_{\text{LC}} A_{\text{g}} \quad (7)$$

式中: P_{EF} 为 Fiberline 临界力, N_{C} 为 FRP 短柱材料破坏时的极限荷载, F_{LC} 为 FRP 型材纵向抗压强度。

2 数据库

由于 FRP 构件稳定性能问题的复杂性, 可采用试验数据库来评估 FRP 构件屈曲临界力计算方法。部分学者建立的 FRP 构件稳定性能的数据库见表 1, Lane 等^[6]、Barbero 等^[16]、Vanevenhoven 等^[30]、Puente 等^[32] 和 Lee 等^[33] 广泛收集了当时可查阅文献中关于 FRP 构件稳定性的试验数据。尽管上述学者建立的数据库包含了 FRP 构件整体屈曲及局部屈曲的试验数据, 但仍有一大部分 FRP 构件稳定性能的试验数据未包含在上述数据库中。

表 1 关于 FRP 轴压构件屈曲的既有及本文的数据库统计

Tab. 1 Summary of existing and proposed databases for buckling of axially loaded FRP members

数据库	涉及文献数量	FRP 试验构件数量	FRP 构件生产工艺	FRP 构件种类	FRP 构件截面形状
文献[6]	5	42	拉挤成型	GFRP	宽翼缘工字形截面及方管
文献[16]	5	30	拉挤成型	GFRP	宽翼缘工字形截面及方管
文献[30]	3	34	拉挤成型	GFRP	宽翼缘工字形截面及方管
文献[32]	4	54	拉挤成型	GFRP	宽翼缘工字形截面及方管
文献[33]	3	26	拉挤成型	GFRP	宽翼缘工字形截面及方管
本文	12	176	拉挤成型	GFRP	宽翼缘工字形截面、普通工字形截面、L 形截面、方管和圆管

注: GFRP 表示玻璃纤维与乙烯基树脂制作的 FRP 拉挤型材构件。

本文通过对 1969—2020 年相关文献的收集与挑选, 建立了迄今为止最全的 FRP 轴压构件弯曲屈曲失效试验数据的数据库(表 2)。数据库中包含 176 根 FRP 轴压构件弯曲屈曲失效的试验数据, 其中包含 62 根宽翼缘工字形截面 FRP 构件、9 根普通工字形截面 FRP 构件、61 根 FRP 方管、30 根 FRP 圆管以及 14 根 L 形截面 FRP 构件。FRP 构件截面形状见图 1。数据库中的所有 FRP 试验构件满足以下要求:

1) 试验构件采用单一类型的纤维及树脂通过拉挤工艺制作;

2) 通过材性试验给出基本的材料性能指标, 包含纵向压缩弹性模量(E_{LC})、纵向压缩极限强度(F_{LC})及面内剪切模量(G_{LT});

3) 明确给出试验构件端部约束情况及构件长度或给出构件计算长度(L_{eff});

4) 明确给出试验构件弯曲屈曲临界力试验结果(P_{exp})。

表 2 FRP 轴压构件弯曲屈曲数据库

Tab. 2 Test database for flexural buckling of axially loaded FRP members

数据来源	试件数量	形状	构件截面及尺寸				构件材性			P_{exp}/kN
			B/mm	H/mm	t/mm	L_{eff}/mm	E_{LC}/MPa	G_{LT}/MPa	F_{LC}/MPa	
[6]	11	W	203.2	203.2	9.5	3 100~3 800	24 300~24 600	3 402~3 444	267~271	215~322
[11]	16	W	152.4~203.2	152.4~203.2	9.5~12.7	3 300~6 300	23 200	3 500	291	28~354
[23]	24	W	101.6~254.0	101.6~254.0	6.4~12.7	1 214~4 858	22 500	3 150	219	34~733
[28]	11	W	101.6~152.4	101.6~152.4	6.4~9.5	1 313~2 544	17 400~21 600	4 070~4 790	304~331	31~389
[23]	8	I	50.8~101.6	101.6~203.2	6.4~9.5	906~2 717	22 500	3 150	219	13~427
[41]	1	I	60.0	120.0	6.0	1 540	29 200	3 890	360	25
[8]	4	S	132.0	132.0	9.5	2 630~3 850	26 700	3 738	294	185~401
[23]	7	S	44.5~101.6	44.5~101.6	6.4	609~4 862	22 500	3 150	219	23~357
[28]	11	S	76.2~101.6	76.2~101.6	6.4	1 310~2 546	25 200~28 300	3 940~5 720	320~396	55~316
[42]	39	S	25.4~101.6	25.4~101.6	3.2~6.4	203~2 141	22 100~31 100	2 100~2 700	224~333	12~450
[32]	26	R		45.0~50.0	2.0~3.5	1 330~4 000	27 739~32 227	3 884~4 512	305~354	1~16
[43]	4	R		100.0	6.0	1 632~2 331	45 105	6 315	369	136~347
[44]	5	L	76.2~101.6	76.2~101.6	9.5	965~1 575	19 900~21 400	3 900~4 500	337~365	12~52
[45]	8	L	50.0~125.0	50.0~125.0	5.0~16.0	583~2 940	46 000	6 440	482	61~370
[46]	1	L	76.2	76.2	6.4	1 520	19 550	2 737	215	33

注: B 、 H 、 t 的含义见图 1, W 为宽翼缘工字形截面, I 为普通工字形截面, S 为 FRP 方管, R 为 FRP 圆管, L 为 L 形截面。

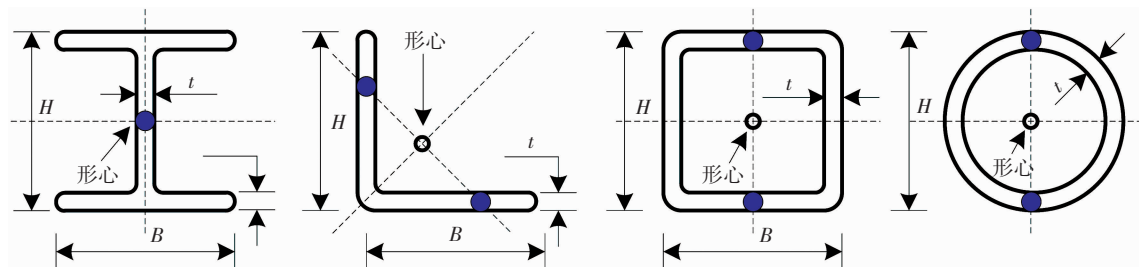


图 1 FRP 构件截面形状

Fig. 1 Cross-sections of FRP members

3 既有计算方法比较分析

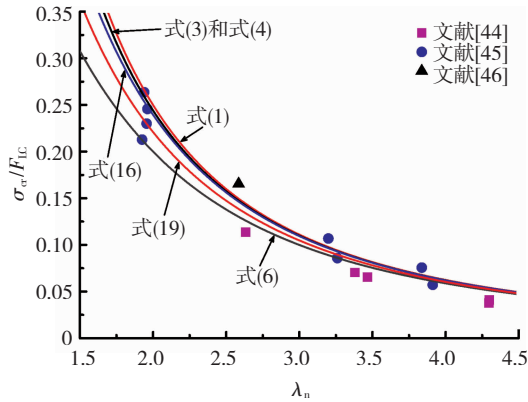
以数据库中试验数据为依据,既有 5 种计算方法的对比分析见图 2。由于计算式的构成问题,Strongwell 公司^[17]建议的公式并未在图 2 中表示。经典欧拉公式(式(1))高估了 FRP 构件弯曲屈曲临界力,且预测误差明显大于图 2 中其余计算方法。Engesser^[13]和 Haringx^[15]修正公式(式(3)和(4))几乎重合,且两者也均高估了 FRP 构件弯曲屈曲临界力,但预测误差稍低于经典欧拉公式。这是由于与各向同性材料相比,FRP 型材的纵向压缩弹性模量与面内剪切模量的比值(E_{LC}/G_{LT})相对较高,横向剪切变形对于 FRP 构件的屈曲临界力影响较为明显,而欧拉公式是面向各向同性材料的。因此,欧拉公式高估了 FRP 构件弯曲屈曲临界力。由于考虑了剪切变形的影响,Engesser^[13]和 Haringx^[15]修正公式的预测误差与欧拉公式相比稍有降低。Fiberline 公

司^[18]建议公式(式(6))是图中所有计算式中对于 FRP 构件弯曲屈曲临界力预测最为保守的。

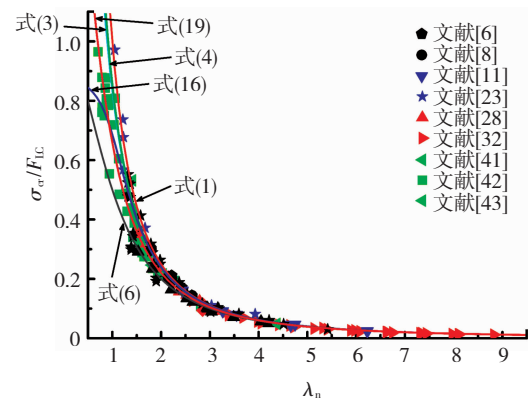
表 3 给出了既有计算方法对于数据库中 176 根 FRP 轴压构件弯曲屈曲临界力预测情况的统计,并采用平均绝对误差 A_1 (式(8))、预测值与试验值比值的平均值 A_2 (式(9))及标准差 S_1 (式(10))评估了上述计算方法的预测精度。经典欧拉公式^[9](式(1))的 A_1 和 S_1 分别为 17.3% 和 21.4%,其 A_2 为 115.9%,意味着欧拉公式高估了 FRP 构件弯曲屈曲临界力约 15.9%。由于考虑了剪切变形的影响,Engesser^[13]和 Haringx^[15]修正公式(式(3)、(4))在经典欧拉公式的基础上考虑了剪切变形对 FRP 构件屈曲临界力的影响,其预测精度比欧拉公式稍高,分别高估了 FRP 构件弯曲屈曲临界力约 9.4% 和 10.1%。Strongwell 公司^[17]建议的经验公式(式(5))高估了 FRP 构件弯曲屈曲临界力约 160.4%,且 A_1 和 S_1 分别高达 161.6% 和 130.5%。如此大的

预测误差使得 Strongwell 公司建议公式并不可靠,不能用于 FRP 构件弯曲屈曲临界力的预测。Fiberline

公司^[18]建议的经验公式(式(6))低估了 FRP 构件弯曲屈曲临界力约 8.6%。



(a) L 形截面



(b) 宽翼缘工字形截面、普通工字形截面及方管和圆管

图2 不同计算方法的比较

Fig. 2 Comparison between different calculation methods

表3 FRP 轴压构件弯曲屈曲临界力的
不同计算方法预测精度比较

Tab. 3 Comparison of prediction accuracy of different
calculation methods for flexural buckling loads of
axially loaded FRP members

预测公式	A_1	A_2	S_1	%
文献[9]	17.3	115.9	21.4	
文献[13]	11.9	109.4	13.4	
文献[15]	12.5	110.1	14.5	
文献[17]	161.6	260.4	130.5	
文献[18]	13.4	91.4	14.4	
式(16)	10.4	105.9	12.2	
式(19)	9.4	100.3	11.8	

$$A_1 = \frac{\sum_{i=1}^n \left| \frac{p_i - e_i}{e_i} \right|}{n} \quad (8)$$

$$A_2 = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{p_i}{e_i}}{n} \quad (9)$$

$$S_1 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{p_i}{e_i} - A_2 \right)^2}{n}} \quad (10)$$

式中: p_i 为第 i 个预测值, e_i 为第 i 个试验值, n 为样本总数。

4 FRP 轴压构件弯曲屈曲临界力的新计算方法

为了推导 FRP 轴心受压构件弯曲屈曲临界力的计算方法,做如下假设:

1) FRP 型材是均质、线弹性及正交各向异性的材料;

2) FRP 构件截面厚度方向的剪应力及剪应变可忽略;

3) 与 FRP 构件纵向的应力相比,其他两个方向的应力非常小,可以忽略;

4) FRP 构件在轴心压力作用下变形属于小变形范畴。

根据 Mottram 等^[11]可知,目前还没有研究成果表明残余应力会影响 FRP 构件的稳定性能,因此,假设 FRP 构件的缺陷仅包含初始弯曲。

轴压构件整体稳定系数(χ)即构件压缩应力与材料抗压强度的比值可通过式(11)^[34]得到。

$$\sigma_{cr} = \frac{F_{LC} + (1 + \varepsilon_0)\sigma_E}{2} - \sqrt{\left(\frac{F_{LC} + (1 + \varepsilon_0)\sigma_E}{2} \right)^2 - F_{LC}\sigma_E} \quad (11)$$

其中

$$\sigma_E = \pi^2 E_{LC} / \lambda_n^2 \quad (12)$$

$$\varepsilon_0 = v_0 A_g / S \quad (13)$$

式(11)整理可得

$$\chi = \frac{\sigma_{cr}}{F_{LC}} = \frac{(1 + \varepsilon_0 + \lambda_n^2) - \sqrt{(1 + \varepsilon_0 + \lambda_n^2)^2 - 4\lambda_n^2}}{2\lambda_n^2} \quad (14)$$

其中

$$\lambda_n = (\lambda / \pi) \sqrt{F_{LC} / E_{LC}} \quad (15)$$

式中: σ_{cr} 为弯曲屈曲临界应力, σ_E 为欧拉屈曲临界应力, ε_0 为 FRP 构件相对初始弯曲, v_0 为 FRP 构件长度中点处的初始挠度, λ_n 为通用长细比。FRP 构件的弯曲屈曲临界力可采用式(16)进行计算。

$$P_\chi = \chi F_{LC} A_g \quad (16)$$

式中 P_χ 为采用轴压构件整体稳定系数(χ)计算的 FRP 构件的弯曲屈曲临界力。

式(16)为中国钢结构设计标准^[19]及欧洲钢结构设计标准^[20]用于计算钢构件整体屈曲临界力的计算式。对于 FRP 构件,需给出 FRP 构件相对初始弯曲(ε_0)的准确表达式,才能使用式(16)预测 FRP 构件弯曲屈曲临界力。

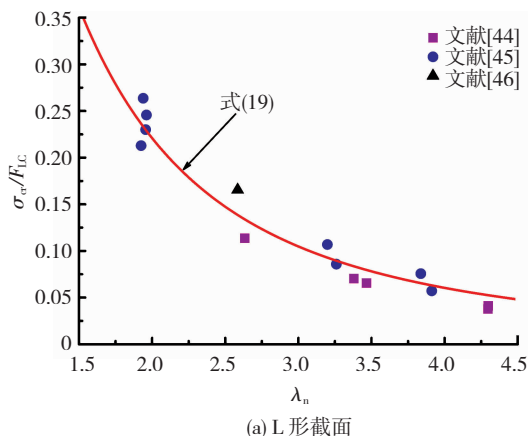
由 GB 50018—2002《冷弯薄壁型钢结构技术规范》^[35]可知,相对初始弯曲可假设为式(17)的形式。

$$\varepsilon_0 = A + B\lambda_n^2 \quad (17)$$

根据 Zureick 等^[28]、Lane 等^[6]以及 Mottram 等^[11]给出的 FRP 试验构件长度中点处的初始挠度(v_0)实测值,给出了 FRP 构件相对初始弯曲(ε_0)与通用长细比(λ_n)之间的变化关系,见图 3。通过最小二乘法的回归分析,得到式(17)中的系数 A 和 B 分别为 0.146 和 -0.003。将式(17)带入式(14)可以得到 FRP 构件整体稳定系数(χ)表达式:

$$\chi = \frac{\sigma_{cr}}{F_{LC}} = \frac{1.15 + \lambda_n^2 - \sqrt{(1.15 + \lambda_n^2)^2 - 4\lambda_n^2}}{2\lambda_n^2} \quad (18)$$

图 4 为数据库中所有 FRP 试验构件的稳定系数随通用长细比变化的情况。通过对 176 根 FRP 构件试验数据的回归分析,给出了计算 FRP 轴压构



(a) L 形截面

件弯曲屈曲临界力的经验公式(式(19))。

$$P_z = \frac{P_E}{1 + 0.04 \sqrt{\beta P_E / (G_{LT} A_g)} + P_E / (2N_c)} \quad (19)$$

式中 P_z 为本文模型计算的屈曲临界力, P_E 、 β 和 N_c 的物理意义与式(3)和(7)相同。由于式(19)是以数据库中试验数据为基础回归得到的经验公式,因此也间接考虑了 FRP 构件初始缺陷对其弯曲屈曲临界力的影响。

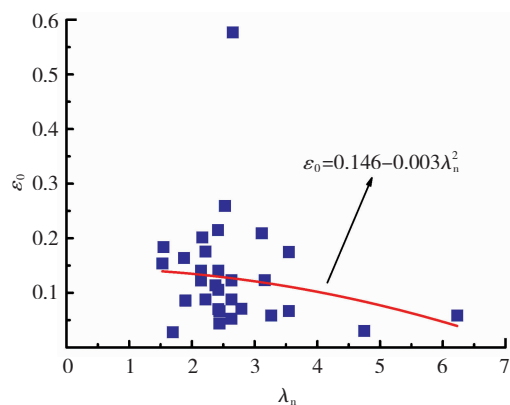
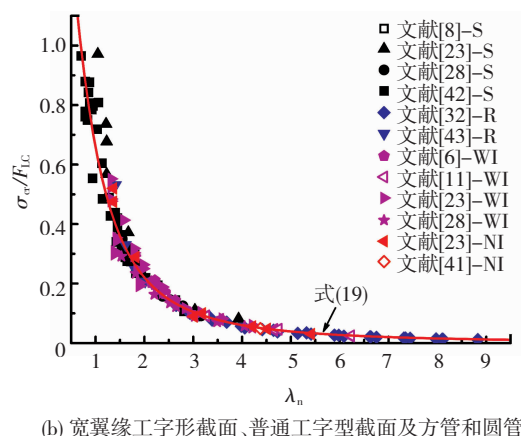


图 3 FRP 构件相对初始弯曲和通用长细比的关系

Fig. 3 Variation of relative initial crookedness with universal slenderness ratio



(b) 宽翼缘工字形截面、普通工字形截面及方管和圆管

图 4 试验数据及式(19)曲线

Fig. 4 Test data and curve of Eq. (19)

4.1 理论计算模型的验证

通过对比数据库中不同截面形状的 FRP 轴压构件弯曲屈曲临界力的试验值与预测值,可验证由 FRP 构件初始弯曲表达式(式(17))推导得到的 FRP 构件整体稳定系数表达式(式(18))的正确性,以及以式(18)作为整体稳定系数表达式并采用式(16)计算考虑初始几何缺陷影响的 FRP 构件弯曲屈曲临界力的预测精度。

选择数据库中宽翼缘和普通翼缘工字形截面、L 形截面、方管及圆管共 5 组 FRP 构件的试验数据,每组 6 根构件,且截面尺寸不同,见表 4。由于 FRP 构件初始弯曲表达式(式(17))对于稳定系数表达

式(式(18))及弯曲屈曲临界力的计算式(式(16))而言是最重要的参数之一,因此,用于推导 FRP 构件初始弯曲表达式中系数 A 和 B 所用的试验数据并未包含在表 4 中。

表 4 和图 5 给出上述 30 根 FRP 构件试验值与式(16)预测值的比较。从图 5 可看出试验值与式(16)的曲线吻合较好。从表 4 可看出式(16)对于上述 30 根 FRP 构件弯曲屈曲临界力的预测误差在 -10.0% ~ 13.2%。式(16)的 A_1 和 S_1 分别为 6.8% 和 6.7%,其 A_2 为 104.2%,这说明式(16)高估了 FRP 构件弯曲屈曲临界力约 4.2%。因此,与试验值相比,式(16)给出了精度相对较高的 FRP 轴

压杆件弯曲屈曲临界力的预测值,同时也间接验证了 FRP 构件初始弯曲表达式(式(17))以及 FRP 构

件稳定系数表达式(式(18))的合理性。

表 4 FRP 轴压构件及其弯曲屈曲临界力试验值与预测值

Tab.4 Typical FRP members and flexural buckling loads from tests and predictions

数据来源 文献	编号	构件截面及计算长度		构件材性			试验值与预测值				
		截面尺寸	L_{eff}/mm	E_{LC}/MPa	G_{LT}/MPa	F_{LC}/MPa	P_{exp}/kN	P_{num}/kN	$E_{\text{N}}/\%$	P_{χ}/kN	$E_{\chi}/\%$
[23]	W1	W 101.6×101.6×6.4	2 184	22 500	3 150	219	48.3	49.8	3.1	50.2	3.9
[23]	W2	W 152.4×152.4×9.5	2 125	22 500	3 150	219	230.8	222.7	-3.5	256.9	11.3
[23]	W3	W 203.2×203.2×9.5	2 751	22 500	3 150	219	395.6	353.7	-10.6	366.4	-7.4
[23]	W4	W 203.2×203.2×12.7	3 300	23 200	3 500	291	348.0	362.3	4.1	357.6	2.7
[23]	W5	W 152.4×152.4×9.5	1 519	22 500	3 150	219	486.2	510.9	5.1	454.0	-6.6
[23]	W6	W 254.0×254.0×12.7	4 858	22 500	3 150	219	307.7	357.1	16.1	313.8	2.0
[41]	I1	I 60.0×120.0×6.0	1 540	29 200	3 890	360	24.8	24.1	-2.8	26.6	7.3
[41]	I2	I 76.2×152.4×9.5	2 717	22 500	3 150	219	18.4	20.6	12.0	20.7	12.5
[41]	I3	I 101.6×203.2×9.5	906	22 500	3 150	219	427.4	492.6	15.3	385.6	-9.8
[41]	I4	I 50.8×101.6×6.4	1 512	22 500	3 150	219	12.9	13.5	4.7	13.2	2.3
[41]	I5	I 76.2×152.4×9.5	2 112	22 500	3 150	219	33.9	37.3	10.0	34.1	0.5
[41]	I6	I 101.6×203.2×9.5	1 208	22 500	3 150	219	237.0	247.3	4.3	233.0	-1.7
[42]	S1	S 25.4×3.2	416	22 100	2 100	224	24.8	26.9	8.5	27.2	9.7
[42]	S2	S 50.8×3.2	1 182	23 700	2 200	240	32.2	36.4	13.0	33.6	4.3
[42]	S3	S 76.2×6.4	1 677	31 100	2 700	333	130.8	147.7	12.9	147.3	12.6
[42]	S4	S 88.9×6.4	2 077	29 900	2 600	320	143.8	157.2	9.3	152.7	6.2
[42]	S5	S 88.9×6.4	1 441	29 900	2 600	320	287.4	301.2	4.8	292.3	1.7
[42]	S6	S 132.0×9.5	3 850	26 700	3 738	294	185.0	195.2	5.5	191.8	3.7
[43]	R1	R 100.0×6.0	1 865	45 105	6 315	369	215.4	238.7	10.8	232.1	7.8
[32]	R2	R 50.0×2.5	2 330	32 227	4 512	354	5.4	5.9	9.3	5.8	7.4
[32]	R3	R 45.0×2.0	3 000	27 739	3 884	305	1.7	1.5	-11.8	1.8	5.9
[32]	R4	R 100.0×6.0	2 331	45 105	6 315	369	135.5	148.2	9.4	153.4	13.2
[32]	R5	R 50.0×3.5	1 670	29 148	4 018	321	12.4	11.3	-8.9	13.7	10.7
[32]	R6	R 50.0×2.5	1 330	32 227	4 512	354	16.1	14.8	-8.1	17.6	9.1
[45]	L1	L 50.0×50.0×5.0	583	46 000	6 440	482	61.0	57.5	-5.7	58.7	-3.8
[45]	L2	L 60.0×60.0×7.0	710	46 000	6 440	482	95.0	110.5	16.3	96.0	1.1
[45]	L3	L 125.0×125.0×14.0	2 450	46 000	6 440	482	138.0	151.3	9.6	149.6	8.4
[45]	L4	L 125.0×125.0×16.0	2 394	46 000	6 440	482	195.0	212.8	9.1	175.5	-10.0
[45]	L5	L 125.0×125.0×14.0	1 470	46 000	6 440	482	370.0	355.4	-3.9	399.6	8.0
[45]	L6	L 125.0×125.0×14.0	2 940	46 000	6 440	482	92.0	105.7	14.9	104.0	13.1

注: P_{num} 为数值计算给出的弯曲屈曲临界力, P_{χ} 为式(16)给出的弯曲屈曲临界力, $E_{\text{N}}=(P_{\text{num}}-P_{\text{exp}})/P_{\text{exp}}$, $E_{\chi}=(P_{\chi}-P_{\text{exp}})/P_{\text{exp}}$ 。

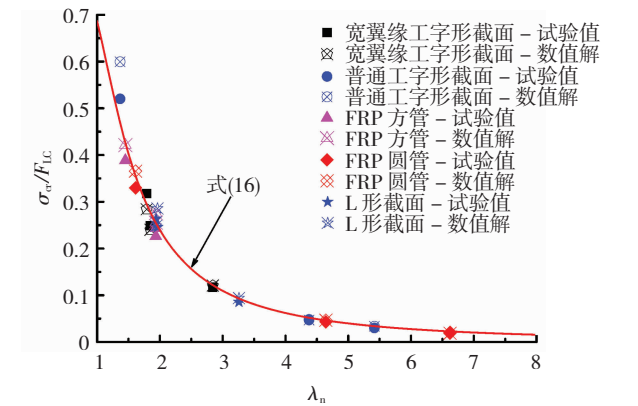


图 5 FRP 轴压构件弯曲屈曲试验值、数值解及式(16)曲线的比较

Fig.5 Comparison between curve of Eq. (16) and test and numerical results of axially loaded FRP specimens

4.2 经验模型的验证

FRP 轴压构件弯曲屈曲临界力的经验公式(式(19))是基于数据库中 176 根 FRP 构件试验数据的回归分析得到,若采用数据库中的试验数据进行验证没有意义。本文利用有限元软件 ANSYS 进行一批新试件的数值计算,采用这批新试件的数值计算结果验证式(19)。在此之前,首先通过对比数据库中试件的有限元模型计算结果与试验结果验证有限元建模的准确性。

采用 ANSYS^[36]建立了 FRP 构件的有限元模型。按照不同的构件截面和 FRP 材料进行建模计算,选择的构件截面包含了工字形截面(宽翼缘及普通工字形截面)、矩形截面、圆形截面及 L 形截面

共4类截面。模型中假设FRP构件是线弹性及正交各向异性材料,相应的几何尺寸及材料基本力学性能见表4。FRP构件采用SHELL63单元模拟。SHELL63单元是4节点的板壳单元,每个节点6个自由度,可用来模拟具有线弹性特性的正交各向异性薄壁构件^[37-39]。根据FRP构件的截面形状及尺寸,将截面划分为8~24个单元,沿轴向的网格划分根据构件长度不同将单元的长宽比控制在1.7:1~2:1,以保证数值计算的精度^[40]。试件W1的数值模型及网格划分情况见图6。

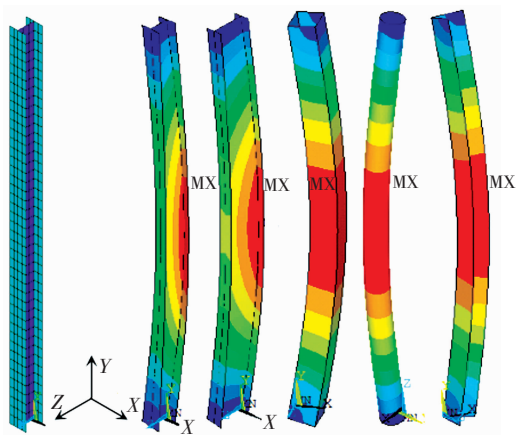


图6 FRP轴压构件的数值模型、网格划分及失效模式

Fig. 6 Finite element modeling, mesh, and failure modes of typical FRP members

根据试验中实际的约束情况及有限元程序中SHELL63单元的特性,约束FRP构件模型底部截面 X 和 Z 方向的平动自由度,而 Y 方向的平动自由度只约束底部截面中的一个或两个节点。对于FRP构件模型顶部截面,只约束其 X 和 Z 方向的平动自由度。FRP构件弯曲屈曲临界力的数值解(表4)通过特征值屈曲分析和非线性屈曲分析得到。特征值屈曲分析忽略了构件初始几何缺陷对屈曲临界力的影响。然而FRP试验构件实际的几何缺陷是未知的,因此,通常在数值分析中设置合理的缺陷值代替实测值。在实际构件中,通过拉挤工艺得到的FRP构件的初始弯曲模式有4种^[6,11,28](图7),在有限元模拟中选取一种最具代表性的初弯曲模式,参考钢构件,选取图7中的第一种初始弯曲模式,同时采用1‰、2‰、3‰、4‰和5‰构件长度共5个初始缺陷进行数值计算,结果显示取1‰构件长度作为初始缺陷时,有限元模拟的结果与试验结果最为接近,说明在有限元模拟中,FRP压杆模型的初始弯曲模式取图7中的第一种,且取1‰构件长度作为初始缺陷,能大致代表数据库中FRP构件初始弯曲的平均水平。因此,在有限元模拟中取1‰构件长度作为初始缺陷进行计算。具体施加步骤如

下:1)进行特征值屈曲分析,得到轴压构件的一阶屈曲模态;2)进行非线性屈曲分析,利用“UPGEOM”命令将特征值屈曲分析得到的一阶屈曲模态形状的1‰作为初始缺陷施加在轴压杆件的模型上。若FRP轴压构件的截面尺寸及有效长度超出了数据库的范围,则取1‰构件长度作为初始缺陷需要进一步验证。

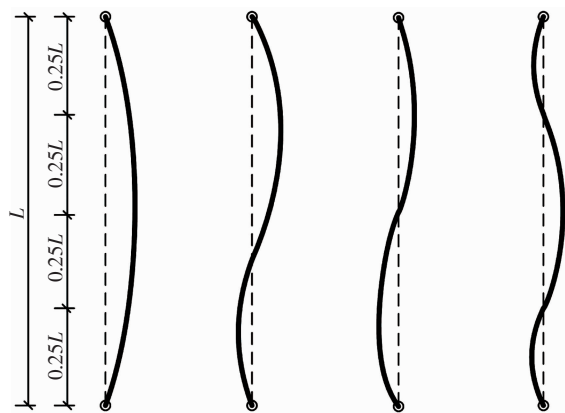


图7 FRP构件的4种实测初弯曲模式^[6,11,28]

Fig. 7 Four measured initial crookedness modes of FRP members^[6,11,28]

数值计算得到的表4中试件W1、I1、S1、R1和L1的失效模式见图6。表4中其余试件的失效模式与同截面形状上述试件的失效模式基本相同,均为弯曲屈曲失效。即数值计算得到的与试验得到的FRP构件失效模式基本一致,均为弯曲屈曲。同时,表4中30根FRP构件弯曲屈曲临界力的数值计算值与试验值也进行了比较。从表4可看出,数值计算值的 A_1 和 S_1 分别为8.9%和8.2%,其 A_2 为105.4%,说明数值计算高估了FRP构件弯曲屈曲临界力约5.4%。这也说明数值计算可以相对较好地预测FRP构件弯曲屈曲临界力。

表5给出了不在数据库中的宽翼缘和普通翼缘工字形截面、L形截面、方管及圆管共5组30根FRP构件的截面尺寸,计算长度及基本材性数据。上述FRP构件并未经过轴压试验测试。表5同时给出了上述30根FRP构件弯曲屈曲临界力的数值计算解和式(19)的预测值,其中数值计算所采用的模型是前述被验证过的数值模型。以数值计算解为基准,式(19)预测值的 A_1 和 S_1 分别为8.3%和7.7%,其 A_2 为95.4%,意味着式(19)低估了FRP构件弯曲屈曲临界力数值计算解约4.6%。考虑到前述通过与试验结果对比得到的数值解高估了试验值约5.4%,可以推得式(19)高估了FRP构件弯曲屈曲临界力试验值约0.8%,预测精度较高,这也初步验证了式(19)预测FRP构件弯曲屈曲临界力的有效性及精度。

表 5 FRP 轴压构件及其弯曲屈曲临界力预测值
Tab. 5 Axially loaded FRP members and predicted flexural buckling loads

编号	构件截面及计算长度		构件材性			预测值		
	截面尺寸	L_{eff}/mm	E_{LC}/MPa	G_{LT}/MPa	F_{LC}/MPa	P_{num}/kN	P_z/kN	$E_z/\%$
W7	W 101. 6 × 101. 6 × 6. 4	2 600	22 500	3 150	219	33. 4	34. 4	3. 0
W8	W 152. 4 × 152. 4 × 9. 5	3 000	22 500	3 150	219	120. 1	126. 0	4. 9
W9	W 203. 2 × 203. 2 × 9. 5	4 200	22 500	3 150	219	139. 7	155. 5	11. 3
W10	W 250. 0 × 250. 0 × 10. 0	3 300	22 500	3 150	219	429. 6	451. 3	5. 1
W11	W 400. 0 × 400. 0 × 12. 0	7 800	22 500	3 150	219	395. 5	432. 2	9. 3
W12	W 600. 0 × 600. 0 × 16. 0	9 600	22 500	3 150	219	1 349. 1	1 239. 2	− 8. 1
I7	I 60. 0 × 120. 0 × 6. 0	1 800	29 200	3 890	360	17. 3	19. 1	10. 4
I8	I 76. 2 × 152. 4 × 9. 5	1 600	22 500	3 150	219	63. 6	56. 8	− 10. 7
I9	I 101. 6 × 203. 2 × 9. 5	2 200	22 500	3 150	219	67. 7	71. 1	5. 0
I10	I 180. 0 × 630. 0 × 16. 0	2 400	22 500	3 150	219	518. 5	554. 5	6. 9
I11	I 160. 0 × 500. 0 × 14. 0	1 900	22 500	3 150	219	569. 2	525. 0	− 7. 8
I12	I 150. 0 × 450. 0 × 12. 0	2 000	22 500	3 150	219	381. 5	342. 5	− 10. 2
S7	S 25. 4 × 3. 2	600	22 100	2 100	224	14. 7	13. 0	− 11. 6
S8	S 50. 8 × 3. 2	1 500	23 700	2 200	240	22. 5	20. 1	− 10. 7
S9	S 76. 2 × 6. 4	2 200	31 100	2 700	333	96. 4	84. 9	− 11. 9
S10	S 350. 0 × 16. 0	7 600	31 100	2 700	333	1 905. 1	1 823. 8	− 4. 3
S11	S 245. 0 × 12. 0	6 300	31 100	2 700	333	732. 9	702. 8	− 4. 1
S12	S 180. 0 × 10. 0	4 500	31 100	2 700	333	457. 5	444. 4	− 2. 9
R7	R 45. 0 × 2. 0	1 800	27 739	3 884	305	5. 4	4. 9	− 9. 3
R8	R 50. 0 × 2. 5	1 500	32 227	4 512	354	15. 5	13. 3	− 14. 2
R9	R 100. 0 × 6. 0	2 700	45 105	6 315	369	120. 3	109. 2	− 9. 2
R10	R 400. 0 × 16. 0	7 000	45 105	6 315	369	2 804. 8	2 616. 9	− 6. 7
R11	R 550. 0 × 18. 0	9 900	45 105	6 315	369	4 155. 7	3 941. 1	− 5. 2
R12	R 800. 0 × 20. 0	15 000	45 105	6 315	369	6 597. 6	6 080. 8	− 7. 8
L7	L 50. 0 × 50. 0 × 5. 0	700	46 000	6 440	482	43. 2	38. 9	− 10. 0
L8	L 60. 0 × 60. 0 × 7. 0	900	46 000	6 440	482	64. 6	57. 6	− 10. 8
L9	L 125. 0 × 125. 0 × 14. 0	2 800	46 000	6 440	482	131. 5	111. 5	− 15. 2
L10	L 200. 0 × 200. 0 × 18. 0	2 400	46 000	6 440	482	797. 4	742. 3	− 6. 9
L11	L 180. 0 × 180. 0 × 16. 0	2 000	46 000	6 440	482	735. 3	681. 4	− 7. 3
L12	L 160. 0 × 160. 0 × 14. 0	1 700	46 000	6 440	482	627. 1	574. 4	− 8. 4

注: P_z 为式(19)给出的弯曲屈曲临界力, $E_z = (P_z - P_{\text{num}})/P_{\text{num}}$ 。

5 既有计算方法与新计算方法的比较分析

图 4 和图 8 分别给出了式(19)和式(16)的曲线以及数据库中所有 FRP 构件的试验值。为了进一步研究式(16)、式(19)的预测精度,以数据库中试验数据为依据,将既有计算方法与新计算方法同时进行对比分析(图 2)。式(16)曲线与 Engesser^[13]和 Haringx^[15]修正公式的曲线比较接近,但位于上述两曲线的下方,这也说明式(16)对于 FRP 构件弯曲屈曲临界力的预测精度稍高于 Engesser^[13]和 Haringx^[15]修正公式。虽然不同 FRP 构件初弯曲的数据点离散性相对较大(图 3),但式(16)的预测精度仍高于既有的 5 种预测方法,这说明与未考虑初始弯曲影响的既有 5 种预测方法相

比,式(16)通过考虑 FRP 构件初始弯曲的影响提高了对其弯曲屈曲临界力的预测精度。同时,由于 FRP 型材 4 种初始弯曲模式的存在,使得初弯曲表达式(式(17))及式(16)仍有修正空间。由图 8(b)可知,在通用长细比较小($0.5 < \lambda_n < 1.0$)时,式(16)预测误差增加。这是由于当通用长细比降低到一定范围($\lambda_n < 1.0$)时,FRP 轴压构件的整体屈曲临界力与局部屈曲临界力比较接近甚至相等,FRP 轴压构件将会发生整体屈曲与局部屈曲耦合的情况,即耦合屈曲,其屈曲临界力与整体屈曲和局部屈曲临界力差异较大。由于式(19)是通过数据库给出的经验公式,因此,式(19)在图中表现出最好的预测精度也在情理之中。然而图 2 中式(19)与式(1)、(3)、(4)、(6)和(16)的关系也间接验证了式(19)的预测精度。

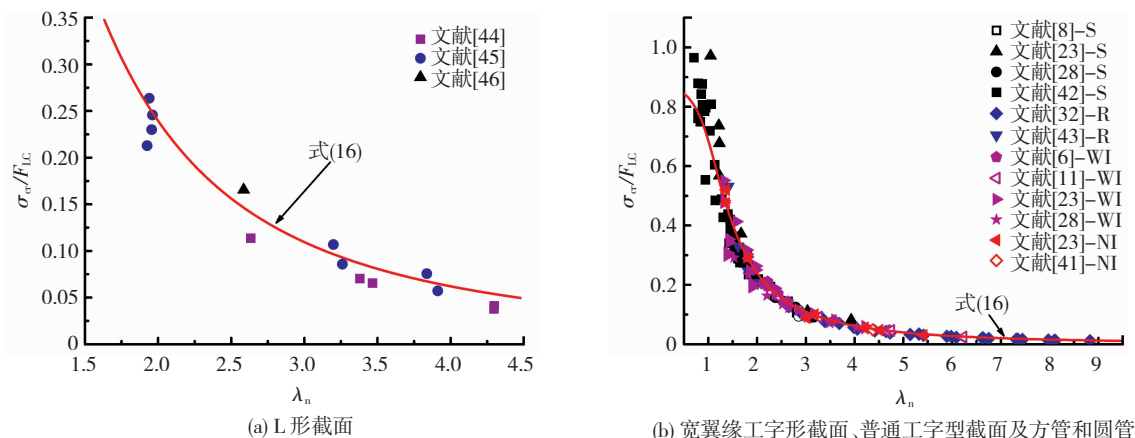


图 8 试验数据及式(16)曲线

Fig. 8 Test data and curve of Eq. (16)

由既有计算方法与新计算方法对于数据库中 176 根 FRP 轴压构件弯曲屈曲临界力预测情况的统计(表 2)可知,式(16)和式(19)的预测误差相对较小,其 A_1 均约为 10%。式(16)高估了 FRP 构件弯曲屈曲临界力约 4.2%,式(19)的预测值与试验值更为接近,仅高估了 FRP 构件弯曲屈曲临界力约 0.8%。Engesser^[13]和 Haringx^[15]修正公式在经典欧拉公式的基础上考虑了剪切变形对 FRP 构件屈曲临界力的影响。式(16)则进一步考虑了构件初始几何缺陷对稳定性能的影响。尽管式(19)是以数据库为基础给出的经验公式,但也间接考虑了剪切变形以及初始几何缺陷对构件屈曲临界力的影响。式(16)和(19)以相对较好的预测精度以及相对简单的计算式的构成,适合用于包含 FRP 轴压构件的结构设计。

6 结 论

基于所建立的包含 176 根 FRP 轴压构件弯曲屈曲失效试验数据的数据库,评价了既有的 5 种计算方法,提出了两种预测 FRP 轴压构件弯曲屈曲临界力新的计算方法并进行了验证及评价,得到以下结论:

1) 经典欧拉公式高估了 FRP 构件弯曲屈曲临界力,平均绝对误差约为 17.3%。由于考虑了剪切变形的影响,Engesser 和 Haringx 修正公式的预测精度明显优于欧拉公式,虽然也高估了 FRP 构件弯曲屈曲临界力,但平均绝对误差有所降低。

2) Fiberline 公司建议公式是既有计算方法中唯一保守的方法,低估了 FRP 构件弯曲屈曲临界力约 8.6%。Strongwell 公司建议公式由于其过大的预测误差,不建议用于 FRP 构件弯曲屈曲临界力的预测。

3) 本文提出的 FRP 构件的整体稳定系数计算公式(式(18))考虑了 FRP 构件几何初始缺陷的影响,将其带入式(16)后,其预测精度明显优于既有 5 种预测方法。经验公式(式(19))考虑了 FRP 构件

初始缺陷及剪切变形的影响,其预测精度最高。式(16)和(19)以相对较好的预测精度以及相对简单和熟悉的计算式构成,适合用于包含 FRP 轴压构件的结构设计。

上述结论是以 176 根 FRP 轴压构件的弯曲屈曲试验数据的数据库为基础得到,若 FRP 轴压构件的截面尺寸及有效长度超出了数据库的范围,则结论需进一步验证。同时针对数据库中普通工字形截面和 L 形截面 FRP 构件研究相对较少的情况,后续将通过新一批的普通工字形截面和 L 形截面 FRP 轴压构件的试验数据进一步验证所提模型的预测性能。

参考文献

- [1] HOLLAWAY L C. A review of the present and future utilization of FRP composites in the civil infrastructure with reference to their important in-service properties [J]. Construction and Building Materials, 2010, 24 (12): 2419. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2010.04.062
- [2] KELLER T. Fibre reinforced polymer materials in building construction [C]//Proceedings of IABSE Symposium. Melbourne: IABSE, 2002: 73. DOI: 10.2749/222137802796335136
- [3] 叶列平, 冯鹏. FRP 在工程结构中的应用与发展[J]. 土木工程学报, 2006, 39(3): 24
YE Lieping, FENG Peng. Applications and development of fiber-reinforced polymer in engineering structures [J]. China Civil Engineering Journal, 2006, 39(3): 24. DOI: 10.15951/j.tmgxb.2006.03.004
- [4] ZHAN Y, WU G, YANG L S. Experimental investigation of the behavior of a lattice steel column repaired with pultruded GFRP profiles [J]. Journal of Performance of Constructed Facilities, ASCE, 2015, 29(4): DOI: 10.1061/(ASCE)CF.1943-5509.0000600
- [5] CORREIA M M, NUNES F, CORREIA J R, et al. Buckling behavior and failure of hybrid fiber-reinforced polymer pultruded short columns [J]. Journal of Composites for Construction, ASCE, 2013, 17: 463. DOI: 10.1061/(ASCE)CC.1943-5614.0000339
- [6] LANE A, MOTTRAM J T. Influence of modal coupling on the buckling of concentrically loaded pultruded fibre-reinforced plastic columns [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials; Design and Applications, 2002, 216(2): 133. DOI: 10.1243/146442002320139333
- [7] BARBERO E J. Prediction of buckling-mode interaction in composite columns [J]. Mechanics of Composite Materials and Structures, 2000, 7: 269. DOI: 10.1080/10759410050031130

- [8] HASHEM Z A, YUAN R L. Short vs. long column behavior of pultruded glass-fiber reinforced polymer composites [J]. Construction and Building Materials, 2001, 15(8): 369. DOI:10.1016/S0950-0618(01)00018-6
- [9] ZIEMIAN D R. Guide to stability design criteria for metal structures [M]. 6th ed. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2010: 23
- [10] ZUREICK A. FRP pultruded structural shapes [J]. Progress in Structural Engineering and Materials, 1998, 1(2): 143. DOI:10.1002/pse.2260010206
- [11] MOTTRAM J T, BROWN N D, ANDERSON D. Physical testing for concentrically loaded columns of pultruded glass fibre reinforced plastic profile [J]. Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings, 2003, 156(2): 205
- [12] BANK L C. Composites for construction: structural design with FRP materials [M]. Hoboken: Wiley, 2006
- [13] ENGESSER F. Über die Knickfestigkeit gerader Stäbe [J]. Zeitschrift für Architektur und Ingenieurwesen 1889, 35(4): 455
- [14] KARDOMATEAS G A, DANCILA D S. Buckling of moderately thick orthotropic columns: comparison of an elasticity solution with the Euler and Engesser/Haringx/Timoshenko formulae [J]. International Journal of Solids and Structures, 1997, 34(3): 341. DOI:10.1016/S0020-7683(96)00020-0
- [15] HARINGX J A. On highly compressible helical springs and rubber rods, and their application for vibration-free mountings [R]. Eindhoven: [s. n.], 1948
- [16] BARBERO E J, DEVIVO L. Beam-column design equations for wide-angle pultruded structural shapes [J]. Journal of Composites for Construction, ASCE, 1999, 3(4): 185. DOI:10.1061/(ASCE)1090-0268(1999)3:4(185)
- [17] Strongwell Corporation. Strongwell design manual [S]. Bristol: Strongwell Corporation, 2013
- [18] Fiberline Composites. Fiberline design manual [S]. Fredericia: Fiberline Composites A/S, 2003
- [19] 钢结构设计标准:GB 50017—2017 [S]. 北京:中国建筑工业出版社, 2017
Code for design of steel structure: GB 50017—2017 [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2017
- [20] Eurocode 3: design of steel structures-part 1-1: general rules and rules for buildings [S]. Brussels: [s. n.], 2005
- [21] BARBERO E J, TOMBLIN J. Euler buckling of thin-walled composite columns [J]. Thin-Walled Structures, 1993, 17: 237. DOI:10.1016/0263-8231(93)90005-U
- [22] BARBERO E J, TROVILLION J. Prediction and measurement of the post-critical behavior of fiber ber-reinforced composite columns [J]. Composites Science and Technology, 1998, 58(8): 1335. DOI:10.1016/S0266-3538(98)00006-2
- [23] SEANGATITH S, SRIBOONLUE W. Axially loaded glass-fiber reinforced plastic composite columns [C]// Proceedings of the Seventh East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction (EASEC-7). Kochi: [s. n.], 1999, 1307
- [24] WOOD J. Structural design of polymer composites EUROCOMP design code and handbook [J]. Composite Structures, 1996, 35(4): 445. DOI:10.1016/S0263-8223(96)00058-X
- [25] Bedford Reinforced Plastics Inc. Bedford design guide [S]. Bedford: Bedford Reinforced Plastics Inc., 2010
- [26] Creative Pultrusions Inc. The Pultex pultrusion global design manual of standard and custom fiber reinforced polymer structural profiles [S]. Pennsylvania: Creative Pultrusions Inc., 2004
- [27] RICHARDS T H, STANLEY P. Stability problems in engineering structures and components [M]. New York: Elsevier Applied Science, 1978: 23
- [28] ZUREICK A, SCOTT D. Short-term behavior and design of fiber-reinforced polymeric slender members under axial compression [J]. Journal of Composites for Constructions, ASCE, 1997: 140. DOI: 10.1061/(ASCE)1090-0268(1997)1:4(140)
- [29] ROBERTS T M. Influence of shear deformation on buckling of pultruded fiber reinforced plastic profiles [J]. Journal of Composites for Constructions, ASCE, 2002, 6(4): 241. DOI: 10.1061/(ASCE)1090-0268(2002)6:4(241)
- [30] VANEVENHOVEN L M, SHIELD C K, BANK L C. LRFD factors for pultruded wide-flange columns [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 2010, 136(5): 554. DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000126
- [31] BOSCATO G, CASALEGNO C, RUSSO S, et al. Buckling of built-up columns of pultruded fiber-reinforced polymer C-sections [J]. Journal of Composites for Constructions, ASCE, 2014, 04013050. DOI:10.1061/(ASCE)CC.1943-5614.0000453
- [32] PUENTE I, INSAUSTI A, AZKUNE M. Buckling of GFRP columns: an empirical approach to design [J]. Journal of Composites for Constructions, ASCE, 2006, 10(6): 529. DOI:10.1061/(ASCE)1090-0268(2006)10:6(529)
- [33] LEE S, CHAE S H, YOON S J, et al. A study on the design curves for pultruded composite columns [J]. Advanced Materials Research, 2007, 26/27/28: 337
- [34] AYRTON W E, PERRY J. On struts [M]. London: The Engineer, 1866, 464
- [35] 冷弯薄壁型钢结构技术规范:GB 50018—2002 [S]. 北京:中国建筑工业出版社, 2002
Technical code of cold-formed thin-wall steel structures: GB 50018—2002 [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2002
- [36] ANSYS Inc. ANSYS user's manual, release 10.0. [M]. Canonsburg: ANSYS Inc., 2009
- [37] QIAO P Z, DAVALOS J F, WANG J L. Local buckling of composite FRP shapes by discrete plate analysis [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 2001, 127(3): 245. DOI:10.1061/(ASCE)0733-9445(2001)127:3(245)
- [38] QIAO P Z, ZOU G P. Local buckling of composite fiber-reinforced plastic wide-flange sections [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 2003, 129(1): 125. DOI:10.1061/(ASCE)0733-9445(2003)129:1(125)
- [39] FAM A, KIM Y J. Numerical analysis of pultruded GFRP box girders supporting adhesively-bonded concrete deck in flexure [J]. Engineering Structures, 2011, 33(12): 3527. DOI:10.1016/j.engstruct.2011.07.016
- [40] TURVEY G J, ZHANG Y. A computational and experimental analysis of the buckling, postbuckling and initial failure of pultruded GRP columns [J]. Computers and Structures, 2006, 84(22/23): 1527. DOI:10.1016/j.compstruct.2006.01.028
- [41] NUNES F, CORREIA M, CORREIA J R, et al. Experimental and numerical study on the structural behavior of eccentrically loaded GFRP columns [J]. Thin-Walled Structures, 2013, 72: 175. DOI:10.1016/j.tws.2013.07.002
- [42] CARDOSO D C T, HARRIES K A, BATISTA E M. Compressive strength equation for GFRP square tube columns [J]. Composites Part B: Engineering, 2014, 59: 1. DOI:10.1016/j.compositesb.2013.10.057
- [43] 王虎长, 胡建民, 赵雪灵. 玻璃钢复合材料轴压杆稳定性分析 [J]. 电力建设, 2011, 32(9): 85
WANG Huchang, HU Jianmin, ZHAO Xueling. Stability analysis of axial compression component of FRP [J]. Electric Power Construction, 2011, 32(9): 85. DOI:10.3969/j.issn.1000-7229.2011.09.021
- [44] ZUREICK A, STEFFEN R. Behavior and design of concentrically loaded pultruded angle struts [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 2000, 126(3): 406. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(2000)126:3(406)
- [45] 张兴虎, 马贵斌, 冯海潮. FRP 等边角材轴心受压构件的试验研究 [J]. 玻璃钢/复合材料, 2011, 4: 51
ZHANG Xinghu, MA Guibin, FENG Haichao. Experimental research of fiber reinforced plastics equal angle axial compression members [J]. Fiber Reinforced Plastic/Composites, 2011, 4: 51
- [46] GODAT A, LÉGERON F, GAGNÉ V, et al. Use of FRP pultruded members for electricity transmission towers [J]. Composite Structures, 2013, 105: 408. DOI: 10.1016/j.compstruct.2013.05.025