

DOI:10.11918/202212062

# 双功能雷达通信系统的多用户功率分配算法

王伟, 劳智伟, 蒲治伟, 董福王, 郭猛

(哈尔滨工程大学 智能科学与工程学院, 哈尔滨 150001)

**摘要:** 为解决传统多用户双功能雷达通信系统因载波分配导致通信性能较差的问题, 提高双功能雷达通信系统的资源利用率, 提出了一种通信用户载波共享模型下的多用户功率分配方案, 并通过构造合理的资源分配问题使得系统具有更优的通信性能。首先, 建立双功能雷达通信系统的通信用户载波共享信号模型。其次, 为保证双功能雷达通信系统性能, 构造了以系统通信和速率最大并满足雷达信噪比下界、总功率和用户功率约束的优化问题, 通过理论分析严格证明了优化问题的可行性。最后, 为求解凸优化问题, 提出一种多用户功率分配算法, 通过引入辅助变量对目标函数进行二次转换, 将其分解为两个优化子问题, 继而通过交替迭代的方式进行求解。研究表明, 相较于传统通信用户载波分配模型, 优化后的通信用户载波共享模型通信和速率提高了约40%, 从而验证了所提方案具有更优的通信性能, 有效提高了系统资源利用率。本研究成果为提高多用户双功能雷达通信系统的通信性能提供了一种新思路 and 手段。

**关键词:** 双功能雷达通信系统; 多用户干扰; 功率分配; 多载波; 二次转换

**中图分类号:** TN95 **文献标志码:** A **文章编号:** 0367-6234(2023)12-0028-07

## Multi-user power allocation algorithm for dual function radar-communication system

WANG Wei, LAO Zhiwei, PU Zhiwei, DONG Fawang, GUO Meng

(College of Intelligent Science and Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

**Abstract:** To solve the problem of poor communication performance of traditional multi-user dual-function radar communication system due to carrier allocation and improve the resource utilization rate of dual-function radar communication system, a multi-user power allocation scheme based on the communication user carrier sharing model is proposed, and the system has better communication performance by constructing a reasonable resource allocation problem. Firstly, the model of communication user carrier sharing signal in dual-function radar communication system is established. Secondly, in order to ensure the performance of the dual-function radar communication system, an optimization problem is constructed to maximize the system communication and rate and satisfy the constraints of radar signal-to-noise ratio lower bound, total power and user power. The feasibility of the optimization problem is strictly proved through theoretical analysis. Finally, in order to solve the convex optimization problem, a multi-user power allocation algorithm is proposed, which firstly introduces auxiliary variables to convert the objective function twice, decomposes it into two optimization sub-problems, which are then solved by alternate iteration. The results show that compared with the traditional user carrier allocation model, the communication rate of the optimized user carrier sharing model are increased by about 40%, which verifies that the proposed scheme has better communication performance and effectively improves the utilization rate of system resources. The research results of this paper provide a new idea and means for improving the communication performance of multi-user dual-function radar communication system.

**Keywords:** dual function radar-communication system; multi-user interference; power allocation; multi-carrier; quadratic transform

随着通信技术的快速发展, 通信设备的数量和数据流量都呈指数型增长, 有限的频谱资源越发拥挤, 同时较窄的频谱带宽极大的限制了通信传输速

率, 难以满足人们对于高速率、低时延的通信需求。双功能雷达通信(dual function radar-communication, DFRC)系统通过雷达和通信系统共享频谱资源, 使

收稿日期: 2022-12-19; 录用日期: 2023-03-08; 网络首发日期: 2023-11-13

网络首发地址: <https://link.cnki.net/urlid/23.1235.T.20231110.1415.004>

基金项目: 国家自然科学基金(62271163); 中央高校基本科研业务费专项资金(3072022QBZ0401, 3072021CF0813)

作者简介: 王伟(1979—), 男, 教授, 博士生导师

通信作者: 王伟, wangwei407@hrbeu.edu.cn

频谱拥堵问题得以缓解,有效提升了通信传输速率<sup>[1-5]</sup>。DFRC 系统利用同一硬件平台上发射的双功能信号来进行目标探测和信息传输,将通信和探测功能集于一身,不仅能减小设备体积,而且还能提高系统的资源利用率。在传统通信系统设计中,资源利用率会影响系统的信息传输性能<sup>[6]</sup>,而在 DFRC 系统中,如果不对有限的功率、载波等系统资源进行合理分配,可能会导致 DFRC 系统在信道较差的载波上分配过多的功率资源,从而对雷达和通信系统的性能产生制约。因此,如何对有限的系统资源进行分配以提高雷达探测能力和通信传输能力,进而提高系统的资源利用率具有重要的研究价值<sup>[7-8]</sup>。

为解决上述问题,需要根据不同设计准则来对有限的资源进行合理分配。文献[9]在满足雷达和通信系统性能的前提下,以最小化发送功率为目标构造优化函数,并利用卡罗需-库恩-塔克(Karush-Kuhn-Tuckers, KKT)条件得到其闭式解,有效降低了系统能量消耗。文献[10]进一步研究了雷达和通信系统载波不重叠条件下的资源分配问题,在满足雷达和通信系统性能的前提下,以总功率最小为优化目标对载波资源和功率资源进行联合分配,从而减小 DFRC 系统的能量消耗。为提高雷达或通信系统性能,文献[11]以雷达系统为核心,将信道增益较大的载波优先分配给雷达使用,使其性能达到最优,再将剩余载波分配给通信使用。文献[12]以通信系统性能为核心,通过联合分配功率和载波资源使得系统在满足雷达性能下界的条件下通信和速率最大,并且分别利用分支定界和惩罚顺序凸规划方法得到优化问题的最优解和次优解。文献[13]在文献[12]的基础上,进一步考虑雷达杂波对通信系统的干扰,并通过将两个功率向量组合成一个功率矩阵的方式对目标函数进行化简,从而绕开了传统的交替迭代算法,极大降低了计算复杂度。不同于文献[11-13]以雷达或通信其中一方为核心,文献[14]提出了联合设计这一概念,将雷达互信息和通信信道容量的加权和作为目标函数,通过改变加权因子来调节功率分配方式,从而实现雷达和通信性能的均衡。然而,上述文献仅对单用户场景下的资源分配算法进行设计,未对更具有现实意义的多用户场景进行研究。在多用户场景中,通信接收机不仅可能会接收到雷达的干扰信号,同时也会受到用户间干扰的影响。文献[15]研究了多用户场景下的资源分配问题,将发送的通信信号用于目标探测,通过分配功率和载波资源不仅可以消除用户间干扰,而且还能提高雷达系统性能。文

献[16]进一步考虑了多用户场景下的用户公平性问题,以确保每个用户能正常通信为优化目标进行资源分配。在上述多用户资源分配中,通常采用载波分配的方式来消除多用户干扰,但是这种方式强制令单一载波只能服务于单个用户,降低了载波的利用率,势必会导致总的通信性能降低。因此,需要对多用户场景下的资源分配问题做进一步研究。

针对多用户场景下因载波分配导致通信性能下降的问题,本文提出通信用户载波共享的 DFRC 系统模型,将下行的多载波信号同时用于雷达目标探测和通信信息传输。在满足雷达系统性能下界、用户功率约束和总功率约束的条件下,以通信和速率最大为目标来构造优化问题。在优化问题求解时因引入多用户干扰导致其非凸,利用二次转换将目标函数进行等效变换,使得优化问题能够通过交替迭代进行求解。仿真结果表明,所提模型功率分配方案能增大通信和速率,有效提高了系统资源利用率。

## 1 信号模型

DFRC 系统在同一硬件平台上发送一个带宽为  $B$  Hz 的多载波信号来同时实现雷达目标探测和多用户下行通信功能,如图 1 所示。

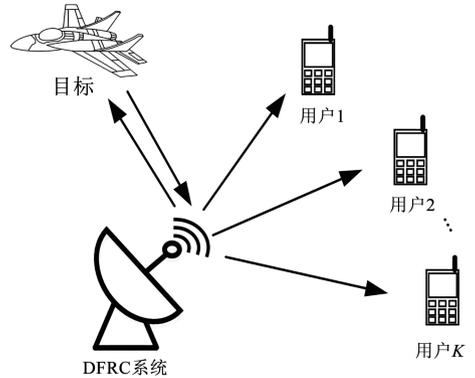


图 1 双功能雷达通信系统

Fig. 1 Dual function radar-communication system

系统在时刻  $t$  发送的多载波基带信号可表示为

$$x(t) = \sum_{n=1}^{N_c} x_n(t) = \frac{1}{\sqrt{N_c}} \sum_{n=1}^{N_c} \sum_{k=1}^K \sqrt{p_{k,n}} s_{k,n} \exp\{j2\pi(n-1)\Delta f t\} \quad (1)$$

式中: $N_c$  为载波数, $K$  为用户数,功率矩阵  $\mathbf{P}$  中第  $k$  行第  $n$  列个元素  $p_{k,n}$  为在第  $n$  个载波上分配给第  $k$  个用户的功率, $s_{k,n}$  为携带的通信信息,服从均值为 0,方差为 1 的复高斯分布, $\Delta f = B/N_c$  为载波间隔。式(1)的离散时间表达式为

$$\mathbf{x} = \mathbf{Q}_{N_c} \mathbf{m} \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{m} \in \mathbf{C}^{N_c \times 1}$ ,  $\mathbf{m}$  中第  $n$  个值为  $\sum_{k=1}^K \sqrt{p_{k,n}} s_{k,n}$ ,  $\mathbf{Q}_{N_c} \in \mathbf{C}^{N_c \times N_c}$  为逆离散傅里叶变换矩阵, 其满足  $\mathbf{Q}_{N_c}^H \mathbf{Q}_{N_c} = \mathbf{I}_{N_c}$ ,  $(\cdot)^H$  为复共轭操作,  $\mathbf{I}_{N_c}$  为  $N_c \times N_c$  的单位阵,  $\mathbf{Q}_{N_c}$  可表示为

$$\mathbf{Q}_{N_c} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & \mathbf{Q}_{N_c} & \cdots & \mathbf{Q}_{N_c}^{N_c-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \mathbf{Q}_{N_c}^{N_c-1} & \cdots & \mathbf{Q}_{N_c}^{(N_c-1)(N_c-1)} \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中  $\mathbf{Q}_{N_c} = e^{j2\pi/N_c}$ .

假设存在一个距离为  $R$  的静止扩展目标。DFRC 系统发射的多载波信号经目标反射后被系统的接收机接收, 接收到的回波信号  $\tilde{y}_r(t)$  可以表示为

$$\tilde{y}_r(t) = \sum_{n=1}^{N_c} \alpha_n x_n(t - \tau) + \tilde{v}(t) \quad (4)$$

式中:  $\alpha_n$  为第  $n$  个载波的信道系数, 主要包含雷达反射截面积和路径衰减系数, 其表达式为  $\bar{\alpha}_n \sqrt{G_t G_r \lambda^2 / (4\pi)^3 R^4}$ ,  $\bar{\alpha}_n$  为第  $n$  个载波的雷达反射截面积,  $G_t$ 、 $G_r$  分别为发射天线增益和接收天线增益,  $\lambda$  为信号波长,  $\tau = 2R/c$  为信号路径时延,  $c$  为光速,  $\tilde{v}(t)$  为加性高斯白噪声。

将  $\tilde{y}_r(t)$  采样后并进行离散傅里叶变换可得

$$\mathbf{y}_r = \mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{m} + \mathbf{v} \quad (5)$$

式中:  $\mathbf{A} = \text{diag}(\boldsymbol{\alpha})$ ,  $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1, \dots, \alpha_{N_c}]^T$ ,  $\mathbf{T}$  为转置操作,  $\mathbf{B} = \text{diag}\{1, e^{-j2\pi\Delta f\tau}, \dots, e^{-j2\pi(N_c-1)\Delta f\tau}\}$ ,  $\mathbf{v}$  为  $\tilde{v}$  的离散傅里叶变换,  $\mathbf{v}$  中第  $n$  个元素的方差为  $\sigma_{v,n}^2$ 。

第  $k$  个用户接收机处的接收信号  $\tilde{\mathbf{y}}_{c,k}$  可表示为

$$\tilde{\mathbf{y}}_{c,k} = \tilde{\mathbf{h}}_k * \mathbf{x} + \tilde{\mathbf{w}}_k \quad (6)$$

式中:  $*$  为卷积操作,  $\tilde{\mathbf{h}}_k = [\tilde{h}_{k,1}, \dots, \tilde{h}_{k,N_c}]^T$  为通信信道单位脉冲响应,  $\tilde{\mathbf{w}}_k$  为加性高斯白噪声。

将  $\tilde{\mathbf{y}}_{c,k}$  进行离散傅里叶变换后可表示为

$$\mathbf{y}_{c,k} = \mathbf{H}_k \mathbf{m} + \mathbf{w}_k \quad (7)$$

式中:  $\mathbf{H}_k = \text{diag}(\mathbf{h}_k)$  为通信信道频域响应系数,  $\mathbf{h}_k = [h_{k,1}, \dots, h_{k,N_c}]^T$  为  $\tilde{\mathbf{h}}_k$  的离散傅里叶变换,  $\mathbf{w}_k$  为  $\tilde{\mathbf{w}}_k$  的离散傅里叶变换,  $\mathbf{w}_k$  中第  $n$  个元素的方差为  $\sigma_{w_k,n}^2$ 。

在给出信号模型之后, 需要用合适的指标来衡量雷达和通信系统的性能优劣。本文分别采用雷达信噪比  $R_{\text{SN}}$  (signal-to-noise ratio, SNR)、通信和速率  $C_s$  来衡量雷达感知能力和通信传输能力。雷达信噪比定义为有用信号功率与噪声功率的比值,  $R_{\text{SN}}$  越大表示雷达的探测概率越大, 探测精度越高。通信和速率定义为在信道上进行无差错传输所能达到的最大传输速率, 其值越大表示通信系统信息传输质

量越高、速度越快。根据式(5)和式(7), 雷达信噪比  $R_{\text{SN}}$ 、通信和速率  $C_s$  可以分别表示为<sup>[17]</sup>:

$$R_{\text{SN}} = \sum_{n=1}^{N_c} \sum_{k=1}^K \frac{|\alpha_n|^2 p_{k,n}}{\sigma_{v,n}^2} \quad (8)$$

$$C_s = \sum_{n=1}^{N_c} \sum_{k=1}^K \log_2 \left( 1 + \frac{|h_{k,n}|^2 p_{k,n}}{|h_{k,n}|^2 \sum_{i \neq k} p_{i,n} + \sigma_{w_k,n}^2} \right) \quad (9)$$

为便于后续理论分析, 令  $\sigma_{v,n}^2 = \sigma_{w_k,n}^2 = \sigma^2$ , 得到归一化的信道增益为:

$$\beta_n = \frac{|\alpha_n|^2}{\sigma^2}, \gamma_{k,n} = \frac{|h_{k,n}|^2}{\sigma^2} \quad (10)$$

此时, 雷达信噪比  $R_{\text{SN}}$ 、通信和速率  $C_s$  可以分别简化为:

$$R_{\text{SN}} = \sum_{n=1}^{N_c} \sum_{k=1}^K \beta_n p_{k,n} \quad (11)$$

$$C_s = \sum_{n=1}^{N_c} \sum_{k=1}^K \log_2 \left( 1 + \frac{\gamma_{k,n} p_{k,n}}{\gamma_{k,n} \sum_{i \neq k} p_{i,n} + 1} \right) \quad (12)$$

## 2 多用户功率分配算法

### 2.1 优化问题建模

在传统的通信用户载波分配方案中, 其任意载波只能分配给其中一个用户, 相当于功率矩阵  $\mathbf{P}$  中任意列中只能有一个非零元素, 本文提出通信用户载波共享模型, 通过共享载波资源的方式使得功率  $\mathbf{P}$  中任意元素均能非零, 等效于对  $\mathbf{P}$  进行松弛处理, 所以, 在其他约束条件和目标函数相同的优化问题中, 通信用户载波共享模型能得到更优的目标函数值。为对比两种模型条件下的通信性能优劣, 以通信系统为核心, 拟构建满足雷达探测性能约束条件下系统通信和速率最大的优化问题, 从而有效提高系统资源利用率。基于以上准则, 优化问题构建为

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{P}} C_s \\ & \text{s. t. C1: } R_{\text{SN}} \geq R_{\text{SN},t} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\text{C2: } \sum_{n=1}^{N_c} \sum_{k=1}^K p_{k,n} \leq P_{\text{tol}}$$

$$\text{C3: } 0 \leq p_{k,n} \leq \xi_c$$

式中: C1 为雷达性能下界约束,  $R_{\text{SN},t}$  为 SNR 下界阈值, C2 为 DFRC 系统总功率约束,  $P_{\text{tol}}$  为 DFRC 系统总功率, C3 为用户功率约束,  $\xi_c$  为用户功率上界阈值, 其有助于防止系统将功率集中在一个或几个子载波上, 从而失去频率分集的优势, 使得 DFRC 系统的距离分辨率降低。

### 2.2 可行性分析

为防止约束间的交集为空, 现对给定的优化问

题进行可行性分析。根据式(13)可得,优化问题是否存在可行解的关键在于雷达 SNR 上界  $R_{\text{SN,max}}$  是否大于阈值  $R_{\text{SN,t}}$ ,即

$$R_{\text{SN,max}} = \begin{cases} \geq R_{\text{SN,t}}, & \text{存在可行解} \\ < R_{\text{SN,t}}, & \text{无可行解} \end{cases} \quad (14)$$

雷达  $R_{\text{SN,max}}$  可以通过下式求解得到:

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{P}} \quad & \sum_{n=1}^{N_c} \sum_{k=1}^K \beta_n p_{k,n} \\ \text{s. t.} \quad & \text{C2, C3} \end{aligned} \quad (15)$$

上述优化问题为一个凸线性规划问题,可以根据定理 1 求得其闭式解。

**定理 1** 令  $q_n = \sum_{k=1}^K p_{k,n}$ , 若  $P_{\text{tot}} \geq N_c K \xi_c$ , 最优解  $q_n^* = K \xi_c$ , 进一步可得

$$R_{\text{SN,max}} = K \xi_c \sum_{n=1}^{N_c} \beta_n \quad (16)$$

反之,最优解如下:

$$\begin{cases} q_n^* = 0, & \beta_n < \psi \\ q_n^* = \frac{P_{\text{tot}} - N_1 K \xi_c}{N_0}, & \beta_n = \psi \\ q_n^* = K \xi_c, & \beta_n > \psi \end{cases} \quad (17)$$

式中:  $\psi$  为  $\beta_n$ ,  $\forall n$  中第  $M+1$  大的信道增益值,  $M = \lfloor P_{\text{tot}} / K \xi_c \rfloor$ ,  $N_1$  为满足  $\beta_n > \psi$  的载波数,  $N_0$  为满足  $\beta_n = \psi$  的载波数,进一步可得

$$R_{\text{SN,max}} = K \xi_c \sum_{n: \beta_n > \psi} \beta_n + \psi (P_{\text{tot}} - N_1 K \xi_c) \quad (18)$$

下面给出定理 1 的证明思路。

令  $q_n = \sum_{k=1}^K p_{k,n}$ ,  $q_n$  为向量  $\mathbf{q} \in \mathbf{R}^{N_c \times 1}$  中第  $n$  个元素,则式(15)可以简化为

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{q}} \quad & \sum_{n=1}^{N_c} \beta_n q_n \\ \text{s. t.} \quad & \text{C4: } \sum_{n=1}^{N_c} q_n \leq P_{\text{tot}} \\ & \text{C5: } 0 \leq q_n \leq K \xi_c \end{aligned} \quad (19)$$

式(19)中约束和目标函数均是线性的。先考虑特殊情况  $P_{\text{tot}} \geq N_c K \xi_c$ , 此时 C4 属于松弛约束,优化问题可以转化为

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{q}} \quad & \sum_{n=1}^{N_c} \beta_n q_n \\ \text{s. t.} \quad & \text{C5: } 0 \leq q_n \leq K \xi_c \end{aligned} \quad (20)$$

显然令  $q_n = K \xi_c$ ,  $\forall n$ , 即可最大化雷达信噪比。

若  $P_{\text{tot}} < N_c K \xi_c$ , 应将功率优先分配给信道增益大的载波,即根据信道增益从大到小将载波进行排序,将总功率依照排序先后进行分配直至载波满足功率上界  $K \xi_c$  或剩余功率为零。

## 2.3 问题求解

根据上述可行性分析判定优化问题存在可行解,接下来则对优化问题(13)进行求解。由于其是一个非凸的多比值分式规划问题,可以采用二次转换的方法将分子和分母进行解耦<sup>[18]</sup>。引入辅助变量  $y_{k,n}$  后,目标函数可以转化为

$$\begin{aligned} f(\mathbf{P}, \mathbf{Y}) = & \sum_{n=1}^{N_c} \sum_{k=1}^K f_{k,n}(p_{k,n}, y_{k,n}) = \\ & \sum_{n=1}^{N_c} \sum_{k=1}^K \log_2(1 + 2y_{k,n} \sqrt{\gamma_{k,n} p_{k,n}} - \\ & y_{k,n}^2 (\gamma_{k,n} \sum_{i \neq k} p_{i,n} + 1)) \end{aligned} \quad (21)$$

下面给出目标函数的等效性证明。

**证明** 令  $\mathbf{Y}^* = \text{argmax}_{\mathbf{Y}} f(\mathbf{P}, \mathbf{Y})$ ,  $f(\mathbf{P}, \mathbf{Y})$  的最优值在其偏导值为零时可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(\mathbf{P}, \mathbf{Y})}{\partial y_{k,n}} = 0 \Rightarrow \\ \frac{2 \sqrt{\gamma_{k,n} p_{k,n}} - 2y_{k,n} (\gamma_{k,n} \sum_{i \neq k} p_{i,n} + 1)}{1 + 2y_{k,n} \sqrt{\gamma_{k,n} p_{k,n}} - y_{k,n}^2 (\gamma_{k,n} \sum_{i \neq k} p_{i,n} + 1)} = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

将式(22)化简可得

$$y_{k,n}^* = \frac{\sqrt{\gamma_{k,n} p_{k,n}}}{\gamma_{k,n} \sum_{i \neq k} p_{i,n} + 1} \quad (23)$$

将求解得到的  $\mathbf{Y}^*$  代入式(21)中,可进一步推出:

$$\begin{aligned} f(\mathbf{P}) = f(\mathbf{P}, \mathbf{Y}^*) = \\ \sum_{n=1}^{N_c} \sum_{k=1}^K \log_2 \left( 1 + \frac{\gamma_{k,n} p_{k,n}}{\gamma_{k,n} \sum_{i \neq k} p_{i,n} + 1} \right) \end{aligned} \quad (24)$$

式(24)与原优化问题(13)中的目标函数表达式相同。证毕。

将优化问题(13)中的目标函数用式(21)替换,则其可以转化为

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{P}, \mathbf{Y}} \quad & f(\mathbf{P}, \mathbf{Y}) \\ \text{s. t.} \quad & \text{C1, C2, C3} \end{aligned} \quad (25)$$

此时,优化问题(25)可以通过交替迭代进行求解。令  $l$  为迭代次数,将第  $l-1$  次迭代得到的  $\mathbf{Y}^{l-1}$  代入式(23),可以得到:

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{P}} \quad & f(\mathbf{P}, \mathbf{Y}^{l-1}) \\ \text{s. t.} \quad & \text{C1, C2, C3} \end{aligned} \quad (26)$$

式(26)中约束均是线性的,且目标函数是一个关于变量  $\mathbf{P}$  的凹函数。因此,优化问题(26)是一个典型的凸优化问题,可以直接利用数值工具包如 CVX 等求解得到  $\mathbf{P}^l$ 。将计算得到的  $\mathbf{P}^l$  用于固定变量  $\mathbf{P}$ , 优化问题可以进一步转化为

$$\max_{\mathbf{Y}} f(\mathbf{P}^l, \mathbf{Y}) \quad (27)$$

式(27)是一个关于变量  $\mathbf{Y}$  的无约束凸优化问题,且目标函数由多个单调递增的对数函数求和组成。令  $df(\mathbf{P}^{l-1}, \mathbf{Y})/dy_{k,n} = 0$ , 则  $y_{k,n}$  的闭式解可表示为

$$y_{k,n}^l = \frac{\sqrt{\gamma_{k,n} p_{k,n}^l}}{\gamma_{k,n} \sum_{i \neq k} p_{i,n}^l + 1} \quad (28)$$

重复迭代求解式(26)、(27)直至目标函数  $f(\mathbf{P}, \mathbf{Y})$  收敛。为了更为清晰的描述整个多用户功率分配算法过程,其算法流程如下。

**算法** 多用户功率分配算法

**输入** 归一化信噪比  $\beta_n$ 、 $\gamma_{k,n}$ , 总功率  $P_{\text{tot}}$ , 收敛阈值  $\varepsilon$ , 雷达信噪比阈值  $R_{\text{SN},l}$ , 用户功率阈值  $\xi_c$ 。

**输出** 功率  $\mathbf{P}$

**Step1** 初始化  $\mathbf{P}^0$ , 迭代次数  $l=0$

**Step2** 若  $|f(\mathbf{P}^l, \mathbf{Y}^l) - f(\mathbf{P}^{l-1}, \mathbf{Y}^{l-1})| \leq \varepsilon$ , 跳至 Step5, 否则重复 Step3、Step4

**Step3** 固定  $\mathbf{P}$ , 根据式(27)求解  $\mathbf{Y}$

**Step4** 固定  $\mathbf{Y}$ , 根据式(26)求解  $\mathbf{P}$

**Step5** 将  $\mathbf{P}^l$  赋值给  $\mathbf{P}$

**结束**

为证明多用户功率分配算法能收敛至固定值,下面给出其收敛性证明。

**证明** 在第  $l$  次迭代中,在给定  $\mathbf{Y}^{l-1}$  的条件下,通过求解式(26)可以得到最优功率分配  $\mathbf{P}^l$ , 此时有

$$f(\mathbf{P}^l, \mathbf{Y}^{l-1}) \geq f(\mathbf{P}^{l-1}, \mathbf{Y}^{l-1}) \quad (29)$$

同理,在给定  $\mathbf{P}^l$  的条件下,通过求解式(27)可以得到最优  $\mathbf{Y}^l$ , 此时有

$$f(\mathbf{P}^l, \mathbf{Y}^l) \geq f(\mathbf{P}^l, \mathbf{Y}^{l-1}) \quad (30)$$

利用递推的方式可以得到在第  $l$  次迭代中,目标函数满足:

$$f(\mathbf{P}^l, \mathbf{Y}^l) \geq f(\mathbf{P}^{l-1}, \mathbf{Y}^{l-1}) \quad (31)$$

因此,由于式(25)在每次迭代过程中是非递减的且目标函数存在上界,可以推出在给定收敛阈值的条件下,式(25)经过有限次迭代后能收敛于某一定点,确保了多用户功率分配算法的收敛性。证毕。

## 2.4 复杂度分析

本文在复杂度分析中仅考虑对算法影响较大的部分。对于多用户功率分配算法而言,其被分成两个子问题进行求解。式(26)优化问题中总共有  $KN_c$  个优化变量和  $KN_c + 2$  个线性约束,所以,其计算复杂度可以表示为  $O((KN_c)^3(KN_c + 2))^{[19]}$ 。式(27)能直接得到闭式解,该部分的计算复杂度可以忽略不计。因此,式(25)经过一次迭代运算的计算复杂度为  $O((KN_c)^3(KN_c + 2))$ 。基于通信用户

载波分配模型的 BLSM 算法经过一次迭代运算的计算复杂度为  $O((2KN_c)^3(2KN_c + N_c + 2))^{[16]}$ 。结合上述分析,通信用户载波共享模型不仅能进一步提高通信速率,而且当用户数和载波数较多时,求解算法具有更低的计算复杂度。

## 3 仿真分析

为验证所提算法的有效性,本文利用 MATLAB 仿真工具来进行仿真分析。为了简化,设置噪声方差  $\sigma^2 = 1$ , 雷达信道系数  $\alpha_n$  和通信载波信道系数  $h_{k,n}$  均是服从  $CN(0, 1)$  的复高斯分布。载波数目  $N_c = 8$ , 用户数  $K = 2$ , 总功率  $P_{\text{tot}} = 20$  W, 雷达信噪比阈值  $R_{\text{SN},l} = 14.0$  dB, 用户功率约束  $\xi_c = 7$  W。为方便叙述,分别用所提模型来指代本文提出的通信用户载波共享模型,对比模型指代传统的通信用户载波分配模型。

由上述给定的信道条件,利用 MATLAB 仿真工具随机产生一组雷达和通信信道,并根据式(10)对雷达和通信信道进行归一化处理,最终得到一组归一化信道增益  $\beta_n$  和  $\gamma_{k,n}$ , 如图 2 所示。从图 2 中可以看出,雷达在第 2,3,4 个载波上的信道增益较大;通信用户在第 1,5,8 个载波上的信道增益较大。因此,在后续功率分配中,DFRC 系统会在信道增益较大的载波上分配较多功率以满足雷达和通信系统的性能需求。

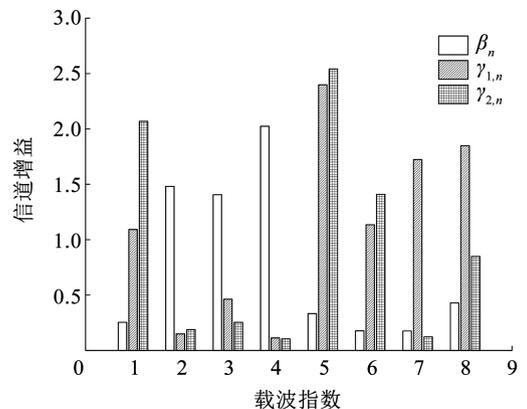


图 2 归一化载波信道增益

Fig. 2 Normalized carrier channel gain

首先,图 3 给出了迭代次数与通信和速率的关系,用于对算法的收敛性进行验证。从图 3 中可以看出,随着迭代次数的增加,通信和速率也随之增大,并且能在第 12 次左右时收敛。

接着,图 4 给出了图 2 信道增益条件下的各载波用户功率分配情况。从图 4 中可以看出,为了降低多用户干扰以提高通信和速率,各载波上的功率都趋向于分配给信道增益较大的用户,且信道增益

越大,用户分配到的功率越多。但是,第 4 个通信信道增益较差的载波也分配了较多的功率。这是因为雷达在该载波上的信道增益最大,为满足雷达性能要求,不得不为其分配较多功率,使得 DFRC 系统的通信性能有所损失。

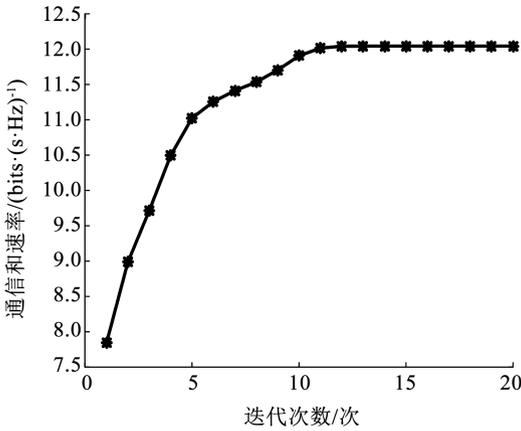


图 3 迭代次数与通信和速率的关系

Fig. 3 Communication sum rate versus iteration number

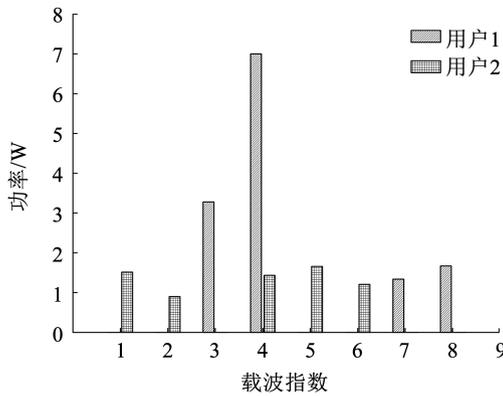


图 4 功率分配结果

Fig. 4 Power allocation results

为了进一步分析雷达对通信性能的影响,图 5 给出了  $R_{SN,t}$  与通信和速率的关系。图 5 中最优通信功率分配指在不考虑雷达性能约束条件下,最大化通信和速率的功率分配方式。最优雷达功率分配指在不考虑通信性能要求条件下,最大化雷达信噪比的功率分配方式。可以看出,当  $R_{SN,t}$  较小时,所提模型功率分配相对最优通信功率分配来说通信和速率损失较小,随着  $R_{SN,t}$  的不断增大直至 15.7 dB,所提模型功率分配对应的通信和速率不断减小,最终等效于最优雷达功率分配时的通信和速率,即会牺牲更多通信性能来满足雷达的性能要求。

最后,为分析总功率变化对系统性能的影响,图 6、7 给出了通信和速率、雷达信噪比与总功率的关系,并且图中还加入了平均功率分配和对比模型功率分配的通信和速率及雷达信噪比变化曲线。

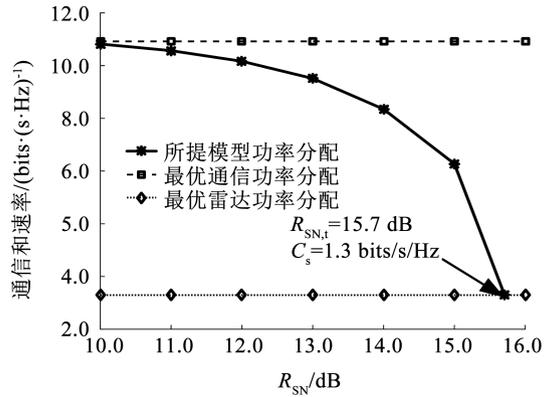


图 5 雷达信噪比阈值与通信和速率的关系

Fig. 5 Communication sum rate versus radar SNR constraint

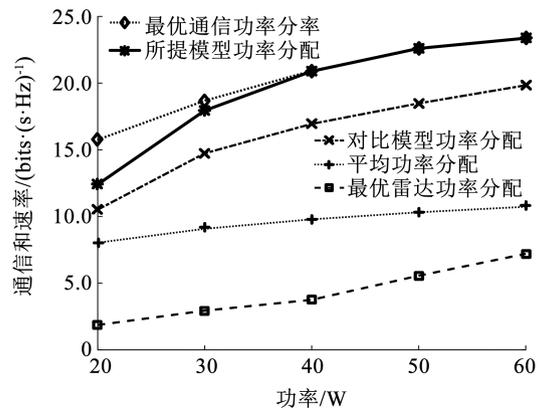


图 6 当  $R_{SN,t} = 14.0$  dB 时,总功率与通信和速率的关系

Fig. 6 Communication sum rate versus power with  $R_{SN,t} = 14.0$  dB

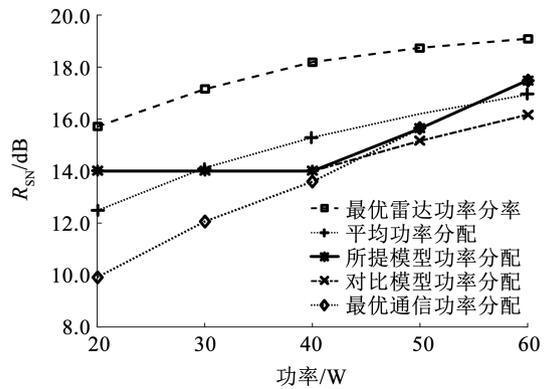


图 7 当  $R_{SN,t} = 14.0$  dB 时,总功率与雷达信噪比的关系

Fig. 7 Radar SNR versus total power with  $R_{SN,t} = 14.0$  dB

从图 6、7 中可以看出,随着总功率的增加,5 种分配方式的通信和速率和雷达信噪比都会随之增加,并且最优通信功率分配的通信和速率总是大于另外 4 种分配方式。然而,最优通信功率分配只考虑通信性能最优,在总功率较小时,  $R_{SN}$  小于  $R_{SN,t}$  要求,不满足设计需求,而当功率足够大时,其通信和速率和雷达信噪比与所提模型功率分配相同。这是因为 DFRC 系统在总功率较小时,不得不牺牲一部分通信性能来满足雷达性能要求;而随着总功率提

升,各载波都能分配到更多功率,并不需要牺牲通信性能来满足雷达的性能要求,最优通信功率分配与所提模型功率分配结果相同。最优雷达功率分配的  $R_{SN}$  总是大于另外 4 种分配方式,也远超  $R_{SN,i}$  的要求,但是,其通信和速率远小于另外 4 种分配方式,同样不满足文中的设计要求。平均功率分配在总功率较大时  $R_{SN}$  能满足  $R_{SN,i}$  要求,但是其通信和速率始终小于所提模型功率分配,方案性能较差。最后,将所提模型功率分配与对比模型功率分配进行比较,所提模型功率分配的通信和速率提高约 40%。从雷达信噪比来看,两者在总功率较小时均会牺牲一部分通信性能来满足雷达性能下界要求,两者的  $R_{SN}$  等于  $R_{SN,i}$ ,但是当总功率较大时,两种功率分配方式都等效于各自模型下的最优通信功率分配,功率分配结果只与各通信用户载波信道增益有关,此时只能确保两者的  $R_{SN}$  一直增大,但具体增益大小与当前各载波雷达信道增益有关。

## 4 结 论

1) 传统通信用户载波分配模型因载波分配导致通信性能较差,针对这一问题提出通信用户载波共享模型,构建满足雷达信噪比、总功率以及用户功率约束条件的通信和速率最大问题,并设计一种基于二次转换的多用户功率分配算法。

2) 多用户功率分配算法将原多比值分式非凸优化问题分解为辅助变量优化子问题和功率分配矩阵优化子问题,然后通过交替迭代方式得到问题的优化解。

3) 实验结果表明,相较于通信用户载波分配模型,所提模型的通信和速率提高了约 40%,该模型对提高双功能雷达通信系统的通信性能具有较高的使用价值。

## 参 考 文 献

- [1] 刘凡, 袁伟杰, 原进宏, 等. 雷达通信频谱共享及一体化: 综述与展望[J]. 雷达学报, 2021, 10(3): 467  
LIU Fan, YUAN Weijie, YUAN Jinhong, et al. Radar-communication spectrum sharing and integration: Overview and prospect[J]. Journal of Radars, 2021, 10(3): 467. DOI:10.12000/JR20113
- [2] 卢俊, 张群飞, 史文涛, 等. 探测通信一体化研究现状与发展趋势[J]. 信号处理, 2019, 35(9): 1484  
LU Jun, ZHANG Qunfei, SHI Wentao, et al. Development and prospect of detection and communication integration [J]. Journal of Signal Processing, 2019, 35(9): 1484. DOI:10.16798/j.issn.1003-0530.2019.09.005
- [3] FENG Zhiyong, FANG Zixi, WEI Zhiqing, et al. Joint radar and communication: A survey [J]. China Communications, 2020, 17(1): 1. DOI:10.23919/JCC.2020.01.001
- [4] 马丁友, 刘祥, 黄天耀, 等. 雷达通信一体化: 共用波形设计和性能边界[J]. 雷达学报, 2022, 11(2): 198  
MA Dingyou, LIU Xiang, HUANG Tianyao, et al. Joint radar and communications: Shared waveform designs and performance bounds [J]. Journal of Radars, 2022, 11(2): 198. DOI:10.12000/JR21146
- [5] 肖博, 霍凯, 刘永祥. 雷达通信一体化研究现状与发展趋势

- [J]. 电子与信息学报, 2019, 41(3): 739  
XIAO Bo, HUO Kai, LIU Yongxiang. Development and prospect of radar and communication integration [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2019, 41(3): 739. DOI: 10.11999/JEIT180515
- [6] 宋志群, 刘玉涛, 吕玉静, 等. 无线携能通信时隙与功率联合优化算法研究[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2020, 52(5): 35  
SONG Zhiqun, LIU Yutao, LÜ Yujing, et al. Research on joint optimization algorithm for time slot and power in SWIPT[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2020, 52(5): 35. DOI: 10.11918/201902073
- [7] 田团伟. 雷达通信一体化的多载波信号功率分配算法研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2021  
TIAN Tuanwei. Research on power allocation algorithm of multicarrier signal for integrated radar and communication system [D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2021. DOI: 10.27005/d.cnki.gdzu.2021.000038
- [8] LUONG N C, LU Xiao, HOANG D T, et al. Radio resource management in joint radar and communication: A comprehensive survey [J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2021, 23(2): 780. DOI:10.1109/COMST.2021.3070399
- [9] MOHAMMAD M A B, CUI Guolong, YU Xianxiang, et al. Power allocation strategy for OFDM waveform in RadCom systems [C]//2020 IEEE 11th Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM). Hangzhou, China: IEEE, 2020: 1. DOI:10.1109/SAM48682.2020.9104381
- [10] SHI Chenguang, WANG Fei, SALOUS S, et al. Joint subcarrier assignment and power allocation strategy for integrated radar and communications system based on power minimization [J]. IEEE Sensors Journal, 2019, 19(23): 11167. DOI: 10.1109/JSEN.2019.2935760
- [11] BICĀ M, KOIVUNEN V. Multicarrier radar-communications waveform design for RF convergence and coexistence [C]//ICASSP 2019-2019 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). Brighton, UK: IEEE, 2019: 7780. DOI: 10.1109/ICASSP.2019.8683655
- [12] WANG Fangzhou, LI Hongbin, GOVONI M A. Power allocation and co-design of multicarrier communication and radar systems for spectral coexistence [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2019, 67(14): 3818. DOI:10.1109/TSP.2019.2920598
- [13] WANG Fangzhou, LI Hongbin. Power allocation for coexisting multicarrier radar and communication systems in cluttered environments [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2021, 69: 1603. DOI:10.1109/TSP.2021.3060003
- [14] 刘永军. 基于 OFDM 的雷达通信一体化设计方法研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2019  
LIU Yongjun. Study on integrated radar and communications design method based on OFDM [D]. Xi'an: Xidian University, 2019. DOI: 10.27389/d.cnki.gxadu.2019.000022
- [15] AHMED A, ZHANG Yimin, HASSANIEN A, et al. OFDM-based joint radar-communication system: Optimal sub-carrier allocation and power distribution by exploiting mutual information [C]//2019 53rd Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers. Pacific Grove, CA: IEEE, 2019: 559. DOI:10.1109/IEEECONF44664.2019.9049009
- [16] ZHU Jia, CUI Yuanhao, MU Junsheng, et al. OFDM-based dual-function radar-communications: Optimal resource allocation for fairness [C]//2022 IEEE 95th Vehicular Technology Conference: (VTC2022-Spring). Helsinki, Finland: IEEE, 2022: 1. DOI: 10.1109/VTC2022-Spring54318.2022.9860724
- [17] KANG B S, RANGASWAMY M. Radar waveform design under communication sum capacity constraint [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2021, 69: 2795. DOI:10.1109/TSP.2021.3077300
- [18] SHEN Kaiming, YU Wei. Fractional programming for communication systems—Part I: Power control and beamforming [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018, 66(10): 2616. DOI:10.1109/TSP.2018.2812733
- [19] YUAN Chaoying, TAO Xiaofeng, NI Wei, et al. Optimal power allocation for superposed secrecy transmission in multicarrier systems [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2021, 70(2): 1332. DOI:10.1109/TVT.2021.3051501