

DOI:10.11918/202305082

克希荷夫旋转声场预估方法

李建华^{1,2}, 刘志红^{1,2}, 孙琪^{1,2}, 张开业^{1,2}, 徐希鑫^{1,2}

(1. 青岛理工大学 机械与汽车工程学院, 山东 青岛 266520;

2. 工业流体节能与污染控制教育部重点实验室(青岛理工大学), 山东 青岛 266520)

摘要: 为精确预估旋转声场的声辐射,提出了一种克希荷夫旋转声场预估方法。以旋转点声源的声辐射为基础,利用球谐波、勒让德函数和偶极子几何关系,构建了旋转横向和纵向两种偶极子源的声辐射频域解析式,量化了横向和纵向偶极子源对旋转声场声辐射的贡献;引入克希荷夫积分,融合旋转点源及偶极子源,构造了旋转克希荷夫源,推导了旋转克希荷夫源的声辐射预估数学模型及其声压解析式,确定了解析无限项谐波阶次截断的关键影响因素及其截断门限值。经数值仿真,探讨了旋转马赫数 $Ma < 1$ 时,基频、旋转频率和旋转半径对旋转声场的影响,给出了旋转声场的声压空间分布、多普勒和指向性特征,并经声场等价性验证,空间任意点声压值相对误差为 0.05,进一步证明了旋转克希荷夫源的有效性。在半消声室对旋转声场进行实验测试,结果表明:与仿真一致,验证了克希荷夫积分方法的有效性和精确性;该方法通过构建的旋转克希荷夫源代替传统点源叠加,有效提高了旋转声辐射预估精确性。

关键词: 声辐射;偶极子源;截断误差;克希荷夫积分方程;克希荷夫源

中图分类号: TB52

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2024)08-0103-09

Kirchhoff rotation sound field estimation method

LI Jianhua^{1,2}, LIU Zhihong^{1,2}, SUN Qi^{1,2}, ZHANG Kaiye^{1,2}, XU Xixin^{1,2}

(1. School of Mechanical and Automotive Engineering, Qingdao University of Technology, Qingdao 266520, Shandong, China;

2. Key Laboratory of Industrial Fluid Energy Conservation and Pollution Control (Qingdao University of Technology),
Ministry of Education, Qingdao 266520, Shandong, China)

Abstract: To accurately predict the acoustic radiation of rotating sound field, a prediction method of Kirchhoff rotating sound field is proposed. Based on the acoustic radiation of rotating point sound source, using spherical harmonics, Legendre function and dipole geometry, the frequency domain analytical expressions of acoustic radiation of rotating transverse and longitudinal dipole sources are constructed. The contributions of transverse and longitudinal dipole sources to acoustic radiation of rotating sound field are quantified. By introducing Kirchhoff integral and combining rotating point source with dipole source, the rotating Kirchhoff source is constructed. The mathematical model of acoustic radiation prediction of rotating Kirchhoff source and its analytical expression of sound pressure are derived. The key factors influencing its cutoff threshold for analyzing infinite harmonic order truncation are determined. Through numerical simulation, the effects of fundamental frequency, rotation frequency and rotation radius on the rotating sound field are discussed when $Ma < 1$. The spatial distribution of sound pressure, Doppler and directivity characteristics of the rotating sound field are analyzed. The validity of the rotated Kirchhoff source is verified by the equivalence verification of the sound field, with a relative error of the sound pressure value at any arbitrary point being within 0.05, which further demonstrates the effectiveness of the rotating Kirchhoff source. The results obtained from experimental testing in a semi-anechoic chamber confirm the effectiveness and accuracy of the Kirchhoff integral method, consistent with the simulations. This method effectively improves the prediction accuracy of the rotating sound radiation by replacing the traditional point source superposition with the constructed rotating Kirchhoff source. These research findings hold significant theoretical reference value and significance for the control of rotating machinery radiation noise and the design of low-noise rotation structures.

Keywords: acoustic radiation; dipole source; truncation error; Kirchhoff integral equation; Kirchhoff source

收稿日期: 2023-05-29; 录用日期: 2023-09-18; 网络首发日期: 2024-06-18

网络首发地址: <https://link.cnki.net/urlid/23.1235.t.20240616.1558.002>

基金项目: 国家自然科学基金(61871447); 山东省自然科学基金(ZR2023MF018)

作者简介: 李建华(1998—), 女, 硕士研究生

通信作者: 刘志红, lzhqingdao@163.com

旋转机械辐射噪声一直是环境污染的重要来源。这类噪声因旋转发声、流体与固体相互作用、声辐射机理复杂、声波在运动媒介中传播、声场特性及传播模式易耦合,难解析。旋转声场的声辐射预估一直都是声学领域的重要研究课题和热点问题,备受学者们关注。

早在 1952 年, Lighthill^[1] 针对旋转声辐射问题, 提出了声学类比法用于预估空气动力学噪声, 开启了旋转声辐射的研究大门。随后 Lowson 等^[2]、Priour 等^[3]、Brentner 等^[4]、Kessler 等^[5]、居鸿宾等^[6] 在时域内开展了旋转声辐射模型的研究。因辐射模型涉及变量多、时间依赖性强、解析难, 限制了实际应用, 为此, 吴九汇等^[7]、Mao 等^[8]、刘志红等^[9-11] 在时域声辐射基础上, 通过傅里叶变换和旋转声源的几何结构特点, 构建了旋转点源的声辐射频域解析表达式, 且数值分析了声场特征。宋正旋等^[12] 更为详细讨论了马赫数对旋转点源声场特征的影响。Poletti 等^[13-14] 和 Carley^[15] 推导了球坐标和柱坐标系下的旋转点源声压表达式, 用于预估螺旋桨的辐射声场, 更有学者将其应用在航空叶轮机^[16] 及扬声器^[17] 的辐射声场研究。为进一步提高声场预估精度, 文献[18-19] 给出影响旋转声源声场的关键函数贝塞尔函数的球谐展开及特性, 给出谐波阶次截断的方法, 可有效提高旋转声源声辐射的精确度。该理论也可应用于旋转点源和偶极子源的声成像^[20] 及声源定位^[21]。这些研究大多针对自由空间声辐射, 而实际的旋转声场多在有限区域内, 很多情况下, 旋转源在管道^[22] 和壳体^[23-24] 中, 忽略这种有界约束, 单纯由自由场旋转源的声辐射进行预估, 大大降低了预估的准确性和实用性, 为此, 利用有限元

法^[25-26] 或边界积分法^[27], 结合数值分析方法研究管道内旋转声辐射。文献[28] 引入覆盖整个旋转源区的固定克希荷夫曲面, 并将边界元方法应用于固定克希荷夫曲面, 利用克希荷夫曲面将叶轮噪声源与边界元连接起来, 有效预测了离心叶轮非定常流场和声场, 但其关键变量旋转声压的法向导数取值困难, 声辐射特征不明确, 限制其推广应用。

基于此, 本文提出利用克希荷夫积分方法预估旋转声场, 在旋转点源声辐射基础上, 推导了横向及纵向偶极子频域声压解析表达式, 采用克希荷夫积分融合点源和偶极子源, 构建了克希荷夫源及其声辐射预估模型, 将声辐射预估由传统的点源声场叠加转换为面源的声辐射计算, 进一步数值分析了辐射声场特性, 探求了旋转频率、声源基频和声源尺度对声场的影响, 给出一种用于预估旋转声辐射的新的频域解析方法。

1 克希荷夫旋转声场预估方法

1.1 旋转声源的声压表达式

基于旋转点源的声辐射, 构建旋转横向、纵向偶极子声源及其辐射声压频域表达式。如图 1(a) 所示, 在 $x-y$ 旋转平面内, 横向偶极子置于周向, 绕 z 轴旋转, 在空气动力学噪声研究中, 该项表示载荷源; 如图 1(b) 所示, 纵向偶极子置于 z 轴方向, 它表示厚度源。图 1 中, 偶极子源点坐标为 $(r_0, \theta_0, \varphi_0)$, 观察点坐标 $(r_s, \theta_s, \varphi_s)$, $\mathbf{r}_s$ 为观察点空间位置矢量, $r_s = |\mathbf{r}_s|$, $\mathbf{r}_0$ 为偶极子源的半径矢量, $r_0 = |\mathbf{r}_0|$, θ_0, θ_s 为俯仰角, φ_0, φ_s 为方位角, 从旋转轴 z 起顺时针方向为正向, β 为 $\mathbf{r}_s$ 与 $\mathbf{r}_0$ 之间夹角, R 为观察点至偶极子源的距离, d 为两相位相反点源间距。

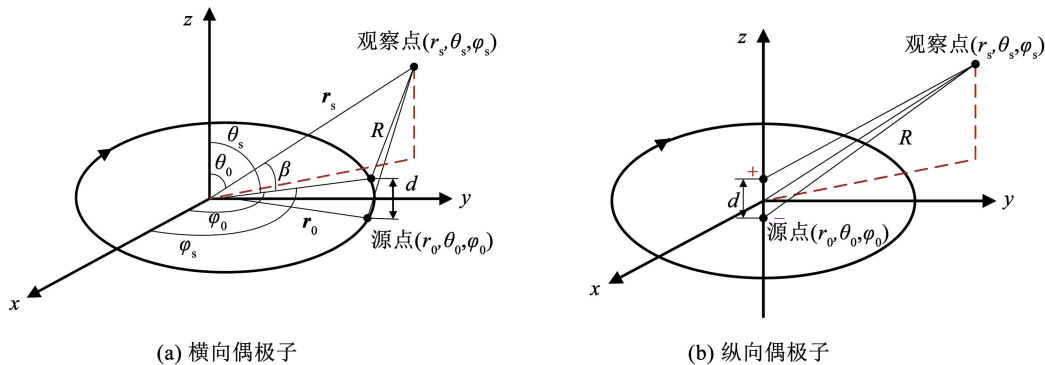


图 1 偶极子源的旋转运动示意

Fig. 1 Schematic diagram of rotational motion of dipole source

1.1.1 旋转点源声压

由旋转点源声辐射可知, 其辐射声压频域表达式为

$$p_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Q(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau G_r = A_0 G_r \quad (1)$$

式中: A_0 为点源强度; $A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Q(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau$; G_r 为自由空间格林函数, $G_r = e^{ikR}/4\pi R$, 其中 k 为波数, $k = \omega/c_0$, 声速 $c_0 = 340$ m/s。

自由空间中格林函数 G_r 的展开式为

$$\frac{e^{ikR}}{4\pi R} = ik \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (2n+1) j_n(kr_<) h_n(kr_>) P_n(\cos \beta) \quad (2)$$

在单位强度简谐源条件下,由球贝塞尔函数、勒让德函数和旋转几何关系,将式(2)代入式(1),得出声压解析式为

$$p_0 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{ik(2n+1)}{4\pi} B_n \{P_n(0)P_n(\cos \theta_s) + C_n D_m\} \quad (3)$$

其中:

$$B_n = \begin{cases} j_n(kr_s) h_n(kr_0), r_0 > r_s \\ j_n(kr_0) h_n(kr_s), r_0 < r_s \end{cases}$$

$$C_n = \sum_{m=1}^n \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_n^m(0) P_n^m(\cos \theta_s)$$

$$D_m = [e^{im(\varphi_s - \varphi_0)} \delta(\omega + m\omega_R - \omega_0) + e^{-im(\varphi_s - \varphi_0)} \delta(\omega - m\omega_R - \omega_0)]$$

式中: B_n 为球贝塞尔函数, C_n 为相关勒让德函数, $r_<$ 、 $r_>$ 分别为 r_0 、 r_s 中较小者和较大者, m 为声场谐波阶次(取自然数), ω_0 为声源角频率, ω_R 为声源旋转角频率, ω 为声辐射角频率。

1.1.2 横向偶极子声压

通过对式(2)的空间位置微分变换,推导出横向和纵向偶极子的格林函数表达式,将解析格林函数代入式(1),可得出相应横向和纵向偶极子的声压解析式。

横向偶极子的格林函数为 G_φ , G_φ 是通过对旋转格林函数 G_r 在方位角 φ 上的微分可得

$$G_r = -\frac{1}{r_s} \frac{\partial G_r}{\partial \varphi} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{-ik(2n+1)}{4\pi r_s} B_n \{P_n(0)P_n(\cos \theta_s) - imC_n(e^{im(\varphi_s - \varphi_0)} + e^{-im(\varphi_s - \varphi_0)})\} \quad (4)$$

式(4)代入式(1),得出横向偶极子声压解析表达式为

$$p_y(x, \omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{-ik(2n+1)}{4\pi r_s} B_n \{P_n(0)P_n(\cos \theta_s) - imC_n D_m\} \quad (5)$$

1.1.3 纵向偶极子声压

纵向偶极子的格林函数为 G_z , G_z 是对旋转格林函数 G_r 在旋转轴 z 向的微分为

$$G_z = -\frac{\partial G_r}{\partial z} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{-ik(2n+1)}{4\pi r_s \sin \theta_s} B_n C'_n (e^{im(\varphi_s - \varphi_0)} + e^{-im(\varphi_s - \varphi_0)}) -$$

$$\frac{ik(2n+1)}{4\pi} \cos \theta_s \sum_{n=0}^{\infty} B'_n C'_n (e^{im(\varphi_s - \varphi_0)} + e^{-im(\varphi_s - \varphi_0)}) \quad (6)$$

其中球贝塞尔函数和相关勒让德函数有下列导数性质:

$$B'_n = \begin{cases} j_n(kr_s) h'_n(kr_0), r_0 > r_s \\ j'_n(kr_0) h_n(kr_s), r_0 < r_s \end{cases}$$

$$C'_n = \sum_{m=1}^n \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_n^m(0) P_n^m(\cos \theta_s)$$

式(6)代入式(1),可得出纵向偶极子声压解析表达式为

$$p_z(x, \omega) = \frac{-ik(2n+1)}{4\pi} \left[\frac{\sum_{n=0}^{\infty} B_n m C_n D_m}{r_s \sin \theta_s} + \cos \theta_s \sum_{n=0}^{\infty} B'_n C'_n D_m \right] \quad (7)$$

1.2 克希荷夫源及其声辐射

运用克希荷夫积分方法研究旋转声场的声辐射,将旋转源的声辐射视为一个包围在其外部的克希荷夫面源的声辐射。依据上述旋转点源及偶极子源声辐射和克希荷夫积分公式,取球面为克希荷夫源建立面,将包围在内部的旋转声源的声特征转换到克希荷夫源面上,形成新的面源即克希荷夫源;由旋转点源、横、纵偶极子源声压及其法向导数,利用克希荷夫积分法,推导出克希荷夫面源的声辐射模型及其声压解析式。

1.2.1 克希荷夫源

克希荷夫面可以为任意曲面,为简化计算,选球面为克希荷夫面,构建克希荷夫源。如图2所示。图2中 K 为旋转声源表面, S 为包围旋转声源的克希荷夫面, Q 为 S 面上的任意点, F 为 S 面外的任意空间一点, $\mathbf{n}_k$ 为克希荷夫表面的法向矢量。

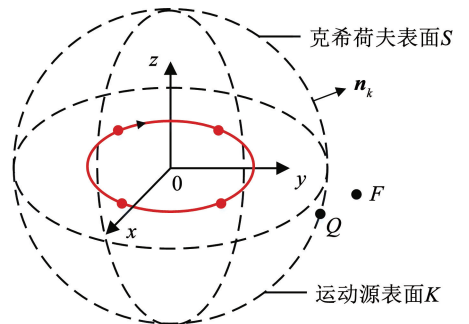


图2 克希荷夫源示意

Fig.2 Schematic diagram of Kirchhoff source

1.2.2 克希荷夫声辐射模型

克希荷夫积分是一种求解声波动方程的积分解

法,以封闭曲面为边界,限定求解区域,通过设置声源函数和边界条件及其声源相对边界的位置,进行边界内部及外部区域的声辐射计算。其具体形式为

$$p_F = \frac{1}{4\pi} \left[\iint_S p_0 \frac{\partial G_r}{\partial n_s} - \frac{\partial p_0}{\partial n_s} G_r \right] dS \quad (8)$$

式中: p_F 为边界 S 外任意点的声压, $F \notin S$; p_0 为点源声压; $\partial p_0 / \partial n_s$ 为偶极子源的势函数; G_r 、 $\partial G_r / \partial n_s$ 分别为自由空间的格林函数及其法向导数。

本文利用式(8)推导克希荷夫源的声辐射。探讨旋转声源的旋转速度小于声速的情况,即旋转马赫数 $Ma < 1$,由式(8)可知, G_r 、 $\partial G_r / \partial n_s$ 、 p_0 及 $\partial p_0 / \partial n_s$ 是进行克希荷夫源声辐射计算的 4 个关键参量。 G_r 为旋转格林函数,如式(2), p_0 为旋转点源的辐射声压,如式(3)沿球面 S 的格林函数 G_r 的法向导数表示为

$$\frac{\partial G_r}{\partial n_s} = \frac{\partial G_r}{\partial R_s} \frac{\partial R_s}{\partial n_s} = - \left(ik + \frac{1}{R_s} \right) G_r \frac{\partial R_s}{\partial n_s} \quad (9)$$

式中 R_s 为球形半径。

$\partial p_0 / \partial n_s$ 为偶极子源的声压,即

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_0}{\partial n_s} &= (p_z + p_y) = \\ &= \frac{-ik(2n+1)}{4\pi} \left[\frac{\sin \theta_s + 1}{r_s \sin \theta_s} \sum_{n=0}^{\infty} B_n m C_n D_m + \right. \\ &\quad \left. \cos \theta_s \sum_{n=0}^{\infty} B'_n C_n D_m \right] \end{aligned} \quad (10)$$

将式(2)、(3)、(9)、(10)代入式(8),得到克希荷夫旋转声场声压频域模型为

$$p_F = \frac{k^2 (2n+1)^2}{4\pi} U(ikV - W) \quad (11)$$

其中:

$$\begin{aligned} U &= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n B_n P_n(\cos \beta) \\ V &= \sum_{n=0}^{\infty} B_n \{ P_n(0) P_n(\cos \theta_s) + C_n D_m \} \\ W &= \left[\frac{\sum_{n=0}^{\infty} B'_n m C_n D_n}{r_s^2 \sin \theta_s} - \cos \theta_s \sum_{n=0}^{\infty} B''_n C_n D_n \right] \end{aligned}$$

1.2.3 谐波阶次截断及门限值

由式(11)可知,克希荷夫旋转声辐射的声压解析式中,因 $n \in [0, \infty]$, $m \in [1, n]$,谐波阶次 n, m 直接影响声辐射解析精度, n 和 m 取值太小,计算精度低;取值太大,解析计算量增加,有效的谐波阶次截断和合理的门限值是进行式(11)解析的关键。

经大量数值计算和统计分析,得出影响谐波阶次截断的关键因素为旋转声辐射角频率 ω 和旋转

马赫数 Ma 。由式(3)可知,旋转声辐射角频率 $\omega = \omega_0 + m\omega_R$;相应波数表示为 $k_m = k_0 + mk_R$,旋转马赫数 $Ma = \omega_R r_0 / c_0 = k_R r_0$ 。当谐波阶次 m 取正值时,声辐射角频率 $\omega > \omega_0$,则 $m > (\omega - \omega_0) / \omega_R$,即 $m > (k_m - k_0) / k_R$; m 取负值时, $\omega < \omega_0$,则 $m < (\omega - \omega_0) / \omega_R$,即 $m < (k_m - k_0) / k_R$ 。由球贝塞尔函数的特性,要求 $n > k_m r_0$,此时, n 可表示为 m 的函数:

$$n(m) = \max \{ \lceil |k_0 + mk_R| r_0 \rceil, |m| \} \quad (12)$$

由式(12)可知,谐波阶次 n 的取值与谐波阶次 m ,波数 k_0, k_R 及旋转半径 r_0 有关,其关系如图 3、4 所示。当 $Ma < 1$,谐波阶次 n 截断的门限值范围 $[m_1, m_2]$ 为:

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{-k_0 r_0}{1 + k_R r_0} = \frac{-k_0 r_0}{1 + M} \\ m_2 &= \frac{k_0 r_0}{1 - k_R r_0} = \frac{k_0 r_0}{1 - M} \end{aligned} \quad (13)$$

2 数值仿真

2.1 偶极子源量化贡献

为验证克希荷夫声辐射预估方法有效性,从偶极子源贡献、谐波阶次截断、声场等价性和声场特性方面开展数值仿真分析。仿真数据中旋转半径 $r_0 = 0.3$ m,观察半径 $r_s = 2.0$ m,基频 $\omega_0 = 6800$ rad/s,旋转频率 $\omega_R = 500$ rad/s,源方位角 $\varphi_0 = 0^\circ$,俯仰角 θ_0 为 90° ,观察点方位角 $\varphi_s = -45^\circ$,因旋转声辐射具有空间对称性,俯仰角 θ_s 取 $0^\circ, 10^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$,如图 3(a)所示,谐波阶次 $m \in [-5, 5]$ 。

图 3(b)为两者沿旋转轴方向的声辐射,辐射声场频率都只有基频,没有调制谐波,声压值横向大于纵向;图 3(f)为旋转平面上的声辐射,声场频率谐波阶次变丰富,增加数量一致,声压值纵向大于横向;进一步比较图 3(c)~3(e),随 θ_s 角度增大,声场频率谐波阶次增加,增加的谐波阶次数一致,纵向声压值是横向值的 3~4 倍。

由此,式(10)中 $p_z + p_y \approx p_z$ 。

2.2 谐波阶次截断

为验证谐波阶次截断及门限值的有效性,进行了阶次截断和截断误差的分析。

由式(13)可知,当给定 k_0 和 r_0 时, m_1 和 m_2 随 $Ma \in (0, 1)$ 的变化曲线如图 4 所示。

当给定 Ma 时, m_1 和 m_2 与 $k_0 r_0$ ($r_0 < r_s$) 成正比的变化曲线如图 5 所示。

由此,由式(12)可知截断值取最大,可准确得出任意条件下谐波 n 和 m 的截断及其门限值。

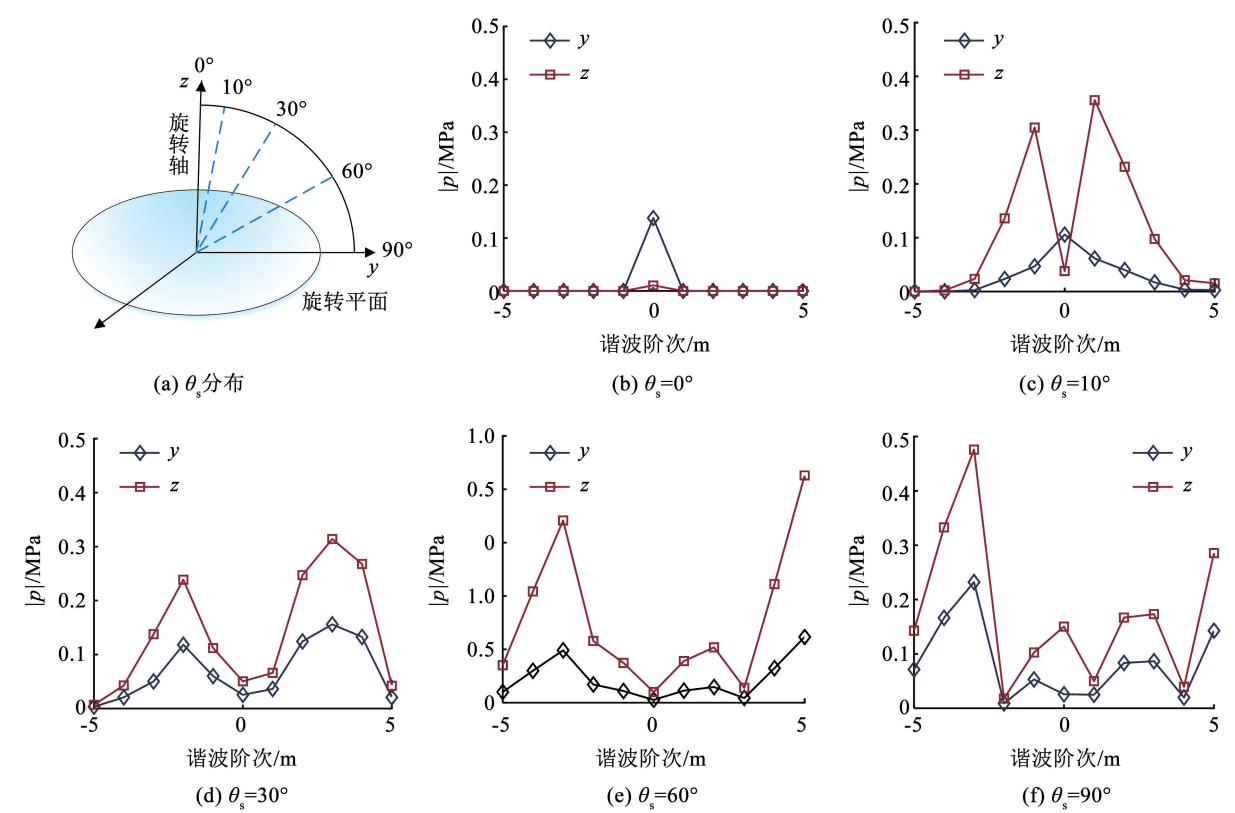


图 3 不同观察点的横向 y 和纵向 z 的声压分布图

Fig. 3 Transverse and longitudinal sound pressure distribution at different observation points

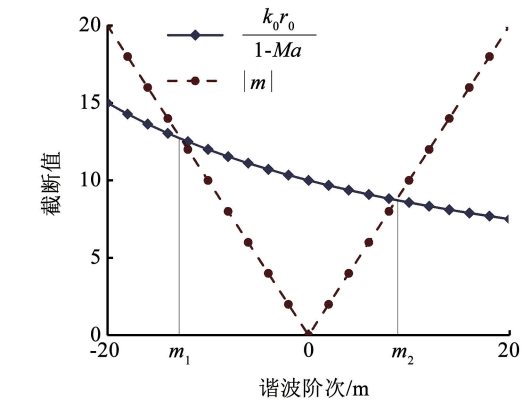


图 4 马赫数与谐波阶次的关系

Fig. 4 Relationship between Mach number and harmonic order

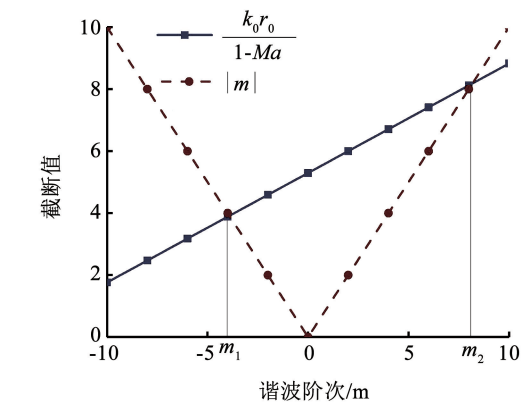


图 5 波数与谐波阶次的关系

Fig. 5 Relationship between wave number and harmonic order

为说明截断有效性,定义截断误差评价参数 ε , 它为多个观察点处,不同 n, m , 由式(11) 计算得出的声压的空间平均相对误差:

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^N \frac{1}{N} \frac{\|p_i^{(m)}(x, \omega) - p_i^{(m-1)}(x, \omega)\|}{\|p_i^{(m)}(x, \omega)\|} \times 100\% \quad (14)$$

由仿真结果可知,根据截断值的不同取值所得到的声压分布几乎相同,如图 6 所示。说明谐波阶次取值大于 10 时,对辐射声压没有显著影响,其相对误差在 0.1% 以内,符合相对误差小于 0.001。

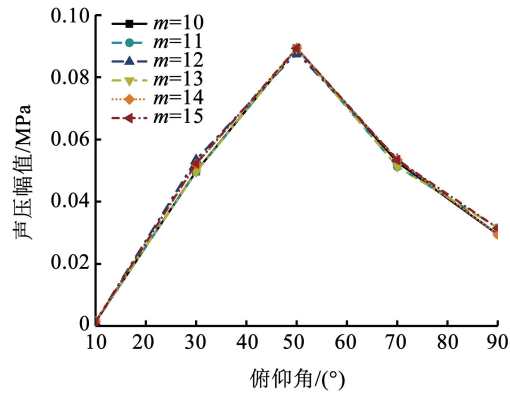


图 6 谐波阶次变化下的声压分布

Fig. 6 Sound pressure distribution under harmonic order changes

2.3 声场等价性验证

为进一步验证式(11)克希荷夫声辐射模型的有效性,进行旋转源等价性分析。设单位幅值的旋转点源置于图2,旋转半径0.3 m,外部包裹0.5 m半径的克希荷夫球面,观察点距离球面1.5 m,在给定基频 ω_0 、旋转角频率 ω_R ,谐波阶次 n, m ,由式(1)和式(11)分别计算并给出俯仰角 θ_s 在 10° 、 30° 、 60° 、 90° 4个观察点处的声压,同时计算两者绝对误差,其等价性分析如图7所示。

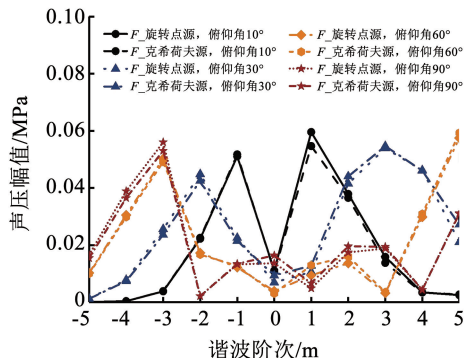


图7 等价性比较

Fig. 7 Equivalence comparison

由图7及大量计算统计得出,在旋转声场中,利用克希荷夫积分法构建的克希荷夫面源声辐射模型与旋转源模型沿观察角的声压分布相对误差在5%左右,表明等价性良好,验证了克希荷夫声辐射模型的有效性。

2.4 旋转声场特性

旋转声场与其他运动声场一样,也具有显著的多普勒效应和指向性特征。旋转声场的多普勒效应体现在频移和幅值变化两方面。由式(3)可知,旋转声场频率被旋转频率谐波调制,即 $\omega = \omega_0 \pm m\omega_R$,换言之,声场辐射频率与声源频率不一致,叠加了旋转频率,空间频率分布具有间断特点;其声压幅值的变化与基频 ω_0 、旋转马赫数及旋转半径 r_0 有关。其影响分别如图8~10所示。

图8为给定旋转半径 $r_0 = 0.3$ m及 $Ma = 0.5$ 情况下,辐射声压沿俯仰角随基频的变化。由图8可知,基频越大,相应的声压幅值越大,其中,俯仰角在 $40^\circ \sim 60^\circ$ 之间,声压幅值最大。在基频超过5 000 rad/s且俯仰角 $>50^\circ$ 时,声压幅值出现下降趋势,在基频为6 000 rad/s时,辐射声压下降更为明显。

图9为给定基频 $\omega_0 = 6\ 800$ rad/s及旋转半径 $r_0 = 0.3$ m,辐射声压沿俯仰角随马赫数的变化。由图9可知,声压幅值随马赫数增大而增大,声压沿俯仰角方向增大,在 90° 方向,辐射声压达到最大。

图10为给定基频 $\omega_0 = 6\ 800$ rad/s和 $Ma = 0.5$,辐

射声压随旋转半径 r_0 的变化。由图10可知,随着旋转半径的增大,声压幅值显著减小;当旋转半径 $r_0 = 0.3$ m时,声压幅值最大,且具有明显的跳跃性和间断性,谐波也越尖锐;当旋转半径 $r_0 = 2.0$ m时,辐射声压几乎为零。

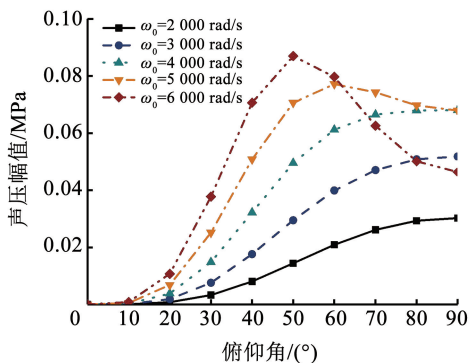


图8 基频变化下的声压分布图

Fig. 8 Sound pressure distribution with changing fundamental frequency

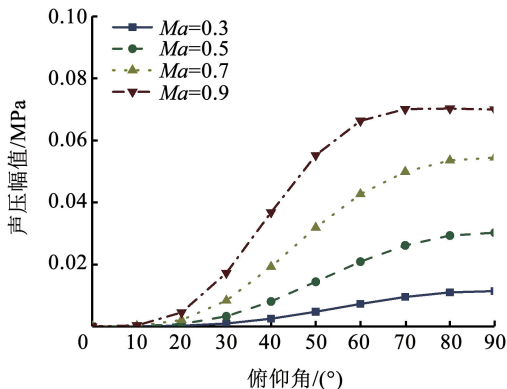


图9 马赫数变化下的声压分布图

Fig. 9 Sound pressure distribution with changing Mach number

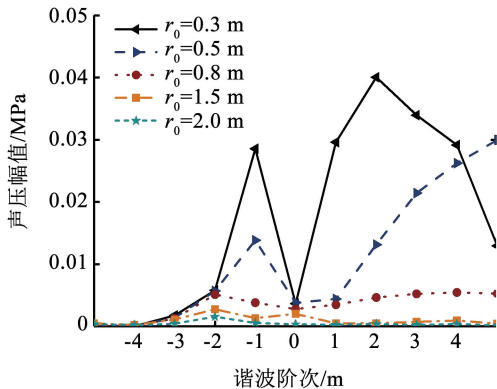


图10 旋转半径变化下的声压分布图

Fig. 10 Sound pressure distribution with changing rotation radius

数值分析方位角 φ_s 对辐射声场的影响,分别取 φ_s 为 0° 、 30° 、 90° 、 180° 、 270° 时的声压幅值变化,如图11所示。

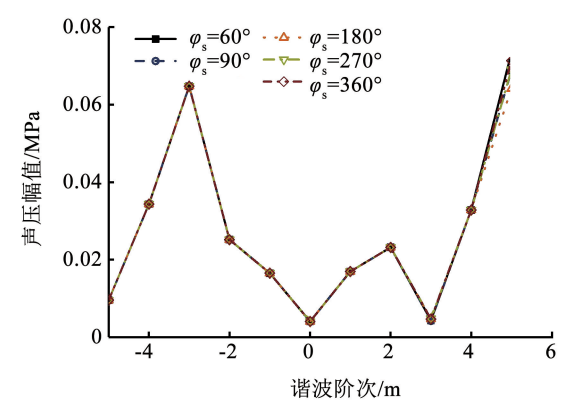


图 11 方位角变化下的声压分布图

Fig. 11 Sound pressure distribution with changing azimuth

由仿真结果可知,观察位置的方位角变化对克

希荷夫源声压幅值及谐波分量影响不明显,对辐射声压空间分布的影响可以忽略。

旋转声场具有显著的指向性特征,如图 12 给出了不同谐波阶次的声场指向性。

仿真结果表明,声压分布更多集中在旋转平面 $\theta_s=90^\circ$ 附近且声场具有强烈的指向性。如图 12(a)、12(b)所示,当谐波阶次 $m=-5$ 、 $m=-3$ 时,声压显著增大,但指向性仍然突出;在谐波阶次 $m=0$ 时(如图 12(c)所示),表示声场频率只有基频,声压分布集中在旋转轴 $\theta_s=0^\circ$ 方向,声压最大;当 $m=3$ 时(如图 12(d)所示),谐波变多,分散在 $30^\circ\sim90^\circ$ 左右,声压幅值较大;如图 12(e)所示, $m=5$ 时,谐波集中在旋转平面 $\theta_s=90^\circ$ 附近。

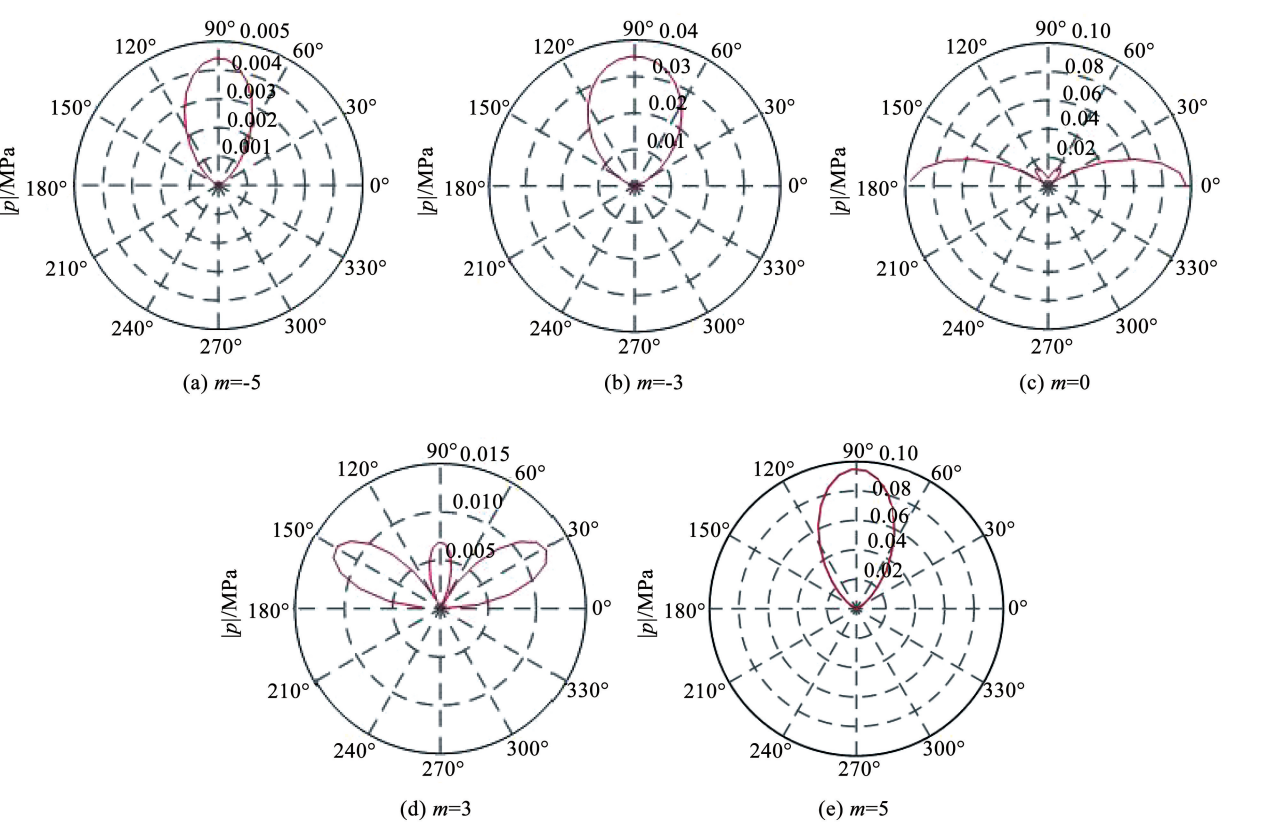


图 12 指向性

Fig. 12 Directionality

3 实验验证

为进一步验证克希荷夫源的有效性,以麦克风作为理论中的观察点,搭建并列式线性麦克风阵列展开实验研究。

3.1 麦克风阵列结构参数

线性麦克风的主要结构参数:刚性支架长度 1 m,下端固定支撑,10 个麦克风,麦克风间距 0.01 m,均匀间距分布。测试范围为 80 ~ 1 000 Hz,麦克风灵敏度为 8.40 ~ 10.92 mV/Pa。

3.2 实验室研究

为验证上述理论与数值分析的旋转声场特性,在半消声室内进行了旋转叶片风扇噪声测试。测试对象为三叶风扇,转速最大 1 430 r/min。由于风扇作业时,气流沿旋转叶片平面流动,风压随距离衰减。因此,为避免风扇气流脉动冲击对麦克风的测试产生影响以及风扇外部壳体对声场的散射影响,拆除外部罩壳,突出旋转叶片,风扇配装防风罩。实验设备采用 LMS Test. Lab 声学平台系统,测试现场如图 13 所示。



图 13 麦克风阵列与叶片位置关系

Fig. 13 Relationship between microphone array and blade position
为验证数值仿真的准确性,分别测试叶片在轴
向(俯仰角为 0°)与旋转平面方向(俯仰角为 90°)的

声压频谱特性,测试结果如图 14(a)、14(b)所示;
俯仰角为 30° 、 60° 时,声场声压分布,测试结果如
图 14(c)、14(d)所示;不同转速下声场的分布特
性,测试结果如图 14(e)、14(f)所示。

数字 0,1,2,3 分别为谐波阶次,其中 0 为基频。

综合图 14 的声场测试结果,得出以下结论:1)在
旋转轴方向,旋转声场基频突出,在旋转平面方向,
声场谐波丰富,指向性明显,这与仿真结果一致。
2)转速越大,旋转声场的谐波越丰富,即旋转马赫
数的变化对旋转声场的影响显著,但指向性变化不
明显。3)随着俯仰角的变化,声场的声压幅值出现
明显的频移现象。

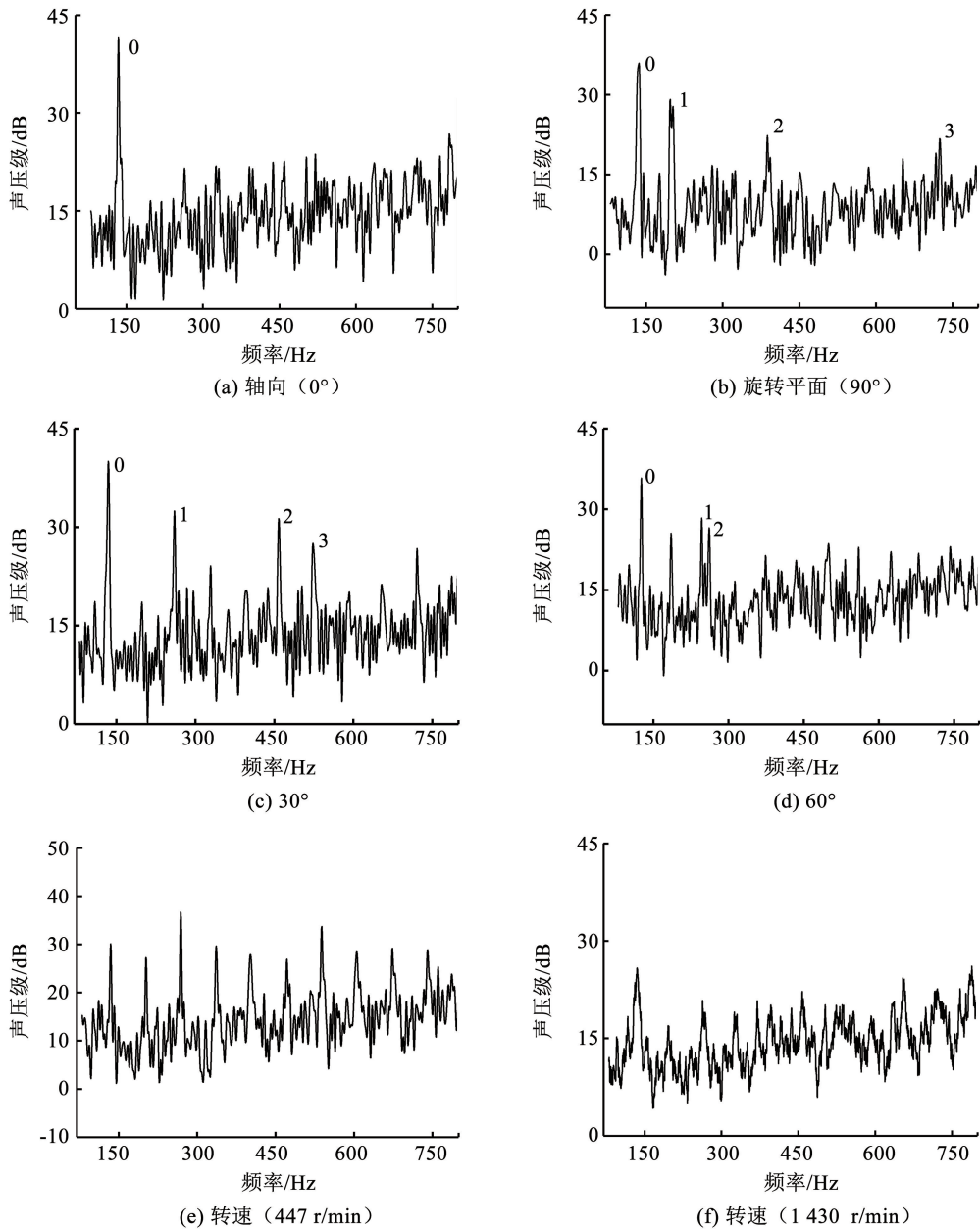


图 14 声场特性频谱图

Fig. 14 Spectrum diagram of sound field characteristics

实验结果与上述旋转声源声场特性的数值计算和仿真得出的结果一致,验证了此方法的有效性和精确性。但实验数据与数值仿真的声压数值方面存在一定的误差,这是因为半消声室存在一定的背景噪声,对实验结果有一定的影响。风扇周围的支架会对辐射声场产生散射,影响总辐射场。

4 结 论

- 1)给出了旋转声辐射声压解析表达式,探讨了点源、偶极子源、克希荷夫源的构建关系及其声压表达式的解析过程。
- 2)给出了任意条件下解析旋转声场谐波阶次的精确截断和门限值,提高了预估精度和计算效率。
- 3)数值仿真上述理论分析,得到旋转声场具有多普勒效应,并给出了旋转声场的声场特性和指向性特征,讨论了旋转马赫数、基频、声源半径等关键影响因素对旋转声场的影响及旋转源与克希荷夫源之间的等价性关系。
- 4)在半消声室内对风扇叶片工作时产生的声场进行实验测试,测试结果与仿真一致,验证了本文提出方法的有效性。研究结果对低噪声旋转机械结构设计和辐射噪声测量具有重要的参考价值。

参考文献

[1] Lighthill M J. On sound generated aerodynamically I. General theory[J]. Proceedings of the Royal Society of London Series A Mathematical Physical Sciences and Physical Sciences, 1952, 211(1107): 564. DOI:10.1098/rspa.1952.0060

[2] Lowson M V. The sound field for singularities in motion[J]. Proceedings of the Royal Society of London Series A Mathematical and Physical Sciences, 1965, 286(1407): 559. DOI: 10.1098/rspa.1965.0164

[3] Prieur J, Rahier G. Addendum to “Aeroacoustic integral methods, formulation and efficient numerical implementation” [Aerospace Science and Technology 5 (2001) 457 – 468] [J]. Aerospace Science and Technology, 2002, 6(5): 323. DOI:10.1016/S1270-9638(02)01167-7

[4] Brentner K S, Farassat F. Modeling aerodynamically generated sound of helicopter rotors[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2003, 39(2/3): 83. DOI:10.1016/S0376-0421(02)00068-4

[5] Kessler M, Wagner S. Source-time dominant aeroacoustics[J]. Computers & Fluids, 2004, 33(5/6): 791. DOI:10.1016/j.compfluid.2003.06.012

[6] 居鸿宾, 钟芳源. 旋转体源声辐射的近场分析[J]. 航空动力学报, 1995, 10(2): 131

JU Hongbin, ZHONG Fangyuan. Near sound field analysis of a rotating source[J]. Journal of Aerospace Power, 1995, 10(2): 131. DOI: 10.13224/j.cnki.jasp.1995.02.007

[7] 吴九汇, 陈花玲, 黄协清. 旋转点声源空间声场的频域精确解[J]. 西安交通大学学报, 2000, 34(1): 71

WU Jiuhui, CHEN Hualing, HUANG Xieqing. Acoustic solution of rotating point source in frequency domain[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2000, 34(1): 71. DOI: 10.3321/j.issn:0253-987X.2000.01.017

[8] MAO Yijun, GU Yuanyuan, QI Datong, et al. An exact frequency-domain solution of the sound radiated from the rotating dipole point source[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2012, 132(3): 1294. DOI: 10.1121/1.4742972

[9] 刘志红. 声辐射预估理论及其应用研究[D]. 青岛: 青岛理工大学, 2010

LIU Zhihong. Investigation on the Theory and Its Application of Sound Radiation Prediction[D]. Qingdao: Qingdao University of Technology, 2010

[10] 刘志红, 仪垂杰, 周扬民, 等. 旋转声源声辐射预估方法研究[C]//2011 国际功能制造与机械动力学会议暨中国振动工程学会机械动力学学会成立 30 周年庆祝会议. 杭州: 机械动力学理论及其应用, 2011: 232

[11] 刘志红, 仪垂杰. 旋转运动声辐射的解析方法[J]. 机械设计与制造, 2015(12): 65

LIU Zhihong, YI Chuijie. The analytic method for calculating sound radiation from rotating sources[J]. Machinery Design & Manufacture, 2015(12): 65. DOI:10.19356/j.cnki.1001-3997.2015.12.019

[12] 宋正旋, 方一红. 亚声速射流轴对称模态的声辐射研究[J]. 空气动力学报, 2022, 40(6): 102

SONG Zhengxuan, FANG Yihong. Acoustic radiation of axisymmetric mode in subsonic jets[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2022, 40(6): 102. DOI:10.7638/kqdlxb-2021.0260

[13] POLETTI M A. Series expansions of rotating two and three dimensional sound fields[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2010, 128(6): 3363. DOI: 10.1121/1.3506352

[14] POLETTI M A, TEAL P D. Comparison of methods for calculating the sound field due to a rotating monopole[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2011, 129(6): 3513. DOI:10.1121/1.3589481

[15] CARLEY M. Series expansion for the sound field of rotating sources[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2006, 120(3): 1252. DOI:10.1121/1.2221410

[16] 许坤波. 航空叶轮机管道声模态识别的数值及实验研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2018

XU Kunbo. Numerical and experimental study on turbo-machinery ducted mode identification[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2018. DOI: 10.27406/d.cnki.gxbgu.2018.000257

[17] 曾向阳, 薛旭瑞, 王海涛. 基于声源叠加原理的大型号角扬声器声辐射特性分析[J]. 西北工业大学学报, 2013, 31(6): 853

ZENG Xiangyang, XUE Xurui, WANG Haitao. Numerical analysis of sound emission characteristics of large horn-L loaded loudspeaker based on source superposition model[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2013, 31(6): 853. DOI: 10.3969/j.issn.1000-2758.2013.06.005

[18] POLETTI M A. Spherical coordinate descriptions of cylindrical and spherical Bessel beams[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2017, 141(3): 2069. DOI: 10.1121/1.4978787